Якубовский Евгений Георгиевич
инженер
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет»
г. Санкт-Петербург

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА МАССИВНЫХ ТЕЛ

Аннотация: *в статье описана квантовая механика массивных тел.*

Ключевые слова: *квантовая механика, небесные тела.*

Микромир и мега-мир имеет мнимую эффективную постоянную Планка и описывается одинаковыми квантовыми уравнениями. Этим он отличается от макромира, эффективная постоянная Планка которого действительная. Как следствие энергия микромира и мега-мира отрицательная, дискретная, а макромира положительная, непрерывная. Орбиты небесных тел вычислены приближенно, и квантовая механика позволяет их уточнить. Причем орбиты массивных тел эллиптические, как и в правильной квантовой механики микромира. Но в микромире эксцентриситет мнимый и орбита комплексная, поэтому от описания орбит отказались, тем более что круговые орбиты лучше описывали атом водорода с его дискретным спектром, электрон один, и эксцентриситет не учитывается. Необходимо было считать эксцентриситет дискретным и мнимым для многоэлектронного атома. Но тем не менее по квантовым формулам для многоэлектронного атома эксцентриситет оказался мнимым, но было принято, что понятие траекторий или линий тока в квантовой механике не применимое. Это позволило удовлетворять эксперименту. Но в квантовой механике не противоречивым образом возникали комплексная энергия и импульс. Это не принимали всерьез, и никак не объясняли. Мы же обратили на это внимание и построили квантовую механику в комплексном пространстве. Первые интегралы квантовой механики нелинейные, и значит комплексная квантовая механика наступает с неизбежностью. Мега-мир тоже описывается квантовой механикой, но понятия многоэлектронного атома для мега-мира не вели, каждую планету считали по отдельности. Мы же считаем, что планеты со спутниками, как и многоэлектронный атом надо считать в совокупности по квантовым законам. Но их надо модифицировать на разные заряды, равные $q = m\sqrt{G}$. Хорошим приближением к квантовой теории является нелинейная Общая теория относительности (ОТО), но для нее получено решение только для одного тела, для многих тел решения нет, так как она имеет разный заряд у каждого тела и квантовую механику можно строить для одного тела и построенная квантовая механика для взаимодействия только двух тел, у атома водорода, взаимодействие протона и электрона. При одинаковом заряде небесных тел и приведенной массе справедливо квантовое приближение с эффективной массой и целым главным квантовым числом для взаимодействия двух тел. Никаких препятствий для применения уравнений квантовой механики в этом случае нет. Как атом водорода считался, так и будет считаться Солнце с каждой планетой при одинаковом заряде $q = \sqrt{MmG}$. Но отличие квантовой механики мега-мира и микромира есть. Мега мир описывается целым числом с рациональной добавкой меньше 1, которую можно сделать единственной, с учетом равенства добавки у теории и эксперимента у максимальной добавки относительно целого числа орбитального моменты и главного квантового числа. Такое описание невозможно у микромира, так как приближенно не известен ни эксцентриситет, ни обобщенный радиус орбиты. Тем не менее квантовые параметры много-электронного атома целые с рациональной добавкой, которую невозможно вычислить, поэтому энергия многоэлектронного атома сложно считается.

Имеется аналогия между квантовой механикой микромира и мега-мира.

$q^2 \rightarrow MmG, \hbar_{eff} = \hbar + \frac{GmM}{c_{\text{среднее}}}; \frac{mq^4}{\hbar^2} \rightarrow mc^2_{\text{среднее}}$

Радиус орбиты Земли равен $a_0 = p = \frac{\hbar^2_{eff} l(l+1)}{mq^2} = \frac{GMl(l+1)}{c^2_{\text{среднее}}}; \frac{p}{R_{\text{солнца}}} = l(l+1) = 1.47094 \cdot 10^{11}$м;$l$=14.049; $\frac{GM}{c^2_{\text{среднее}}} = R_{\text{солнца}}$

Большая полуось эллиптической орбиты равна $a = \frac{p}{1\text{-}e}$. Значение большой полуоси приведено в справочнике, а физический смысл имеет параметр p. При округлении надо умножить аргумент на единственное значение К, добавить 0.5 брать целую часть от этого выражения и полученное выражение разделить на К.

Причем разность между $\frac{int(K\cdot n+0.5)}{K}$-$\frac{int(K\cdot l+0.5)}{K}$-0.5 $= \varepsilon(n,l,K)$ у Плутона равна $\frac{int(K\cdot n+0.5)}{K}$-$\frac{int(K\cdot l+0.5)}{K}$-3 $= \varepsilon(n,l,K)$. $\text{Дисп}[\varepsilon(\mathrm{n},\mathrm{l},\mathrm{K})] = \sum_{k=1}^{9}[\,\varepsilon(n_k,l_k,K)]^2$Точное равенство выполняется при

$$K = 8; \sqrt{\text{Дисп}[\varepsilon(n,l,K)]} = \frac{1}{12}; n_k = \frac{int\left[K\sqrt{\frac{p_k}{R_{\text{солнца}}(1\text{-}e_k^2)}} + 0.5\right]}{K};$$

$$l_k = \frac{int\left[K(\sqrt{0.25 + \frac{p_k}{R_{\text{солнца}}}} - 0.5) + 0.5\right]}{K}$$

$$K = 10; \sqrt{\text{Дисп}[\varepsilon(n,l,K)]} = \frac{1}{15}$$

Но для эксцентриситета данный способ использования квантового числа не подходит, у Венеры, Земли и Нептуна эксцентриситет получается мнимым. Другие формулы имеют вид

$$K = 16; \sqrt{\text{Дисп}[\varepsilon(n,l,K)]} = \frac{1}{16};$$

Наибольшая поправка у Венеры, Земли и Нептуна в разы отличающейся значением эксцентриситета рассчитанная при параметре $K = 16$.

$$K = 21; \sqrt{\text{Дисп}[\varepsilon(\mathrm{n},\mathrm{l},\mathrm{K})]} = \frac{1}{18}$$

Выбираем поправку, равную у эксперимента и теории $\frac{1}{\mathrm{K}} = \frac{1}{16}$. Если нет уверенности в справедливости значения эксцентриситета, то надо считать по этому варианту и получим новые значения эксцентриситета, которые соответствуют значению $\mathrm{K} = 16$..

	p в млн. Км эксперимент	*Int(16*$\cdot n +$ $+0.5)/16$	*p в млн. Км. теория*	*Int(16*$\cdot l + 0.5)/$ 16
Меркурий	*46*	*8.3125*	*45.87*	*7.625*
Венера	*107.5*	*12.4375*	*107.458*	*11.9375*
Земля	*147.1*	*14.5625*	*147.23*	*14.0625*
Марс	*206.6*	*17.3125*	*206.74*	*16.75*
Юпитер	*740.7*	*32.6875*	*740.5009*	*32.125*
Сатурн	*1348*	*44.0625*	*1347.4365*	*43.5*
Уран	*2737*	*62.8125*	*2738.1105*	*62.25*
Нептун	*4459*	*80.0625*	*4459.06784*	*79.5625*
Плутон	*4400*	*82.5*	*4438.9937*	*79.375*

Расчет эксцентриситета производился по формулам

$$e_k = \sqrt{1\text{-}\frac{p_k}{R_{\text{солнца}} \cdot n_k^2}};\ n_k = \frac{int\left[K\sqrt{\frac{p_k}{R_{\text{солнца}}\left(1\text{-}e_k^2\right)}}+0.5\right]}{K};$$

Худший вариант расчета с большим отклонением от эксперимента по формулам

$$e_k = \sqrt{1\text{-}\frac{l_k(l_k+1)}{n_k^2}};\ n_k = \frac{int\left[K\sqrt{\frac{l_k(l_k+1)}{1\text{-}e_k^2}}+0.5\right]}{K};\ l_k = \frac{int\left[K\left(\sqrt{0.25+\frac{p_k}{R_{\text{солнца}}}}-0.5\right)+0.5\right]}{K}$$

	Эксцентриситет эксперимент	*Int(16*$\cdot n +$ $+0.5)/16$	*эксцентрис теория*	*Int(16*$\cdot l + 0.5)/$ 16
Меркурий	*0.2056*	8.25	*0.2073881*	*7.625*
Венера	*0.006817*	*12.375*	*0.0369066*	*12*
Земля	*0.01675*	*14.5*	*0.0546357*	*14*
Марс	*0.09331*	*17.25*	*0.0950135*	*16.75*
Юпитер	*0.04833*	*32.625*	*0.0597264*	*32.125*
Сатурн	*0.05589*	*44.125*	*0.0431564*	*43.5*
Уран	*0.047*	*62.75*	*0.0533277*	*62.25*
Нептун	*0.0087*	*80*	*0.0113287*	79,5
Плутон	*0.2488*	*82.5*	*.0.2498191*	*79.375*

Нужно править экспериментальные данные планет и звезд, учитывая множитель у аргумента и добавляя 0.5 если дробная часть отбрасывается при округлении до целого значения, и деля полученное значение на множитель.

Главное квантовое число определяется из значения эксцентриситета, который является мнимым, так как согласно расчету $n = l + n_r + 1, n_r = 0$ кроме Плутона у которого $n_r = 3$ $\frac{l(l+1)}{n^2} < 1$ с малой действительной частью.

$$e = \sqrt{1\text{-}\frac{l(l+1)}{n^2}} = \sqrt{1+\frac{2EL^2}{mq^4}};$$

Но какова зависимость энергии атома от эксцентриситета? Зависимость следует из формулы для зависимости эксцентриситета от энергии

$$E_{l,e} = -\frac{(1\text{-}e^2)mq^4}{2\hbar_{eff}^2 l(l+1)};\ e = \sqrt{1\text{-}\frac{l(l+1)}{n^2}};\ E_n = -\frac{mq^4}{2\cdot\hbar_{eff}^2\cdot n^2}$$

Причем величину l определяем целое значение по параметру $a=\frac{p}{1\text{-}e}$ из формулы $\frac{p}{R_{\text{солнца}}}=l(l+1)$, а параметр n как целое значение $n=\sqrt{\frac{c_{\text{среднее}}^2 p}{GM(1\text{-}e^2)}}=\sqrt{\frac{p}{R_{\text{солнца}}(1\text{-}e^2)}}$. Причем для средней звуковой скорости внутри планет или Солнца справедливо $\frac{GM}{c_{\text{среднее}}^2}=R_{\text{солнца}}$. Если эксцентриситет считается правильно по формуле $e=\sqrt{1\text{-}\frac{l(l+1)}{n^2}}$ и радиус по формуле $p=\frac{GMl(l+1)}{c_{\text{среднее}}^2}$, то определятся целые числа l,n. Но данные параметры приближенные, то алгоритм позволяет их уточнить с равными ошибками. Они описываются рациональными числами и являются такими при описании мега-мира.

Скорость возмущения, равна фазовой скорости, в случае гидродинамики – это скорость звука $c_F^2=\frac{\partial p}{\partial \rho}$. Для бесконечной среды это константа. Бесконечность среды определяется дальней зоной, или применяем плоскую волну, которая определяется с помощью фазовой скорости см [1].

$$E=E_0\cdot exp[i(k_x x+k_y y+\sqrt{(\frac{\omega}{c_F})^2\text{-}k_x^2\text{-}k_y^2}z)].$$

В случае микромира эксцентриситет мнимый и определяется по формуле для полной энергии в атоме (взаимодействие электрона с остальными электронами определяется приведенной массой, но суммировать взаимодействие двух электронов нужно дважды)

$$e=\sqrt{1\text{-}\frac{[Z^3\text{-}Z(Z\text{-}1)]l(l+1)}{n^2}}=\sqrt{1+\frac{2EL^2}{mq^4}};l,n=1,\ldots,\infty$$

Но какова зависимость энергии атома от эксцентриситета? Зависимость следует из формулы для зависимости эксцентриситета от энергии

$$E_{n,Z}=\text{-}\frac{[Z^3\text{-}Z(Z\text{-}1)]mq^4}{2\hbar^2 n^2};e^2\text{-}1=\text{-}\frac{[Z^3\text{-}Z(Z\text{-}1)]l(l+1)}{n^2};$$

Для атома гелия получаем значение полной энергии 3ат. ед., при значениии полной энергии 2.9ат. ед. Получается учет взаимодействия электронов между собой позволяет правильно считать энергию многоэлектронного атома.

Но как описать множество тел с разной массой в одном уравнении. Для этого необходимо описать единый заряд $q^2 = \frac{GM\sum_{n=1}^{N} m_n + \sum_{n,k=1}^{N} m_n m_k/N}{N}$ и единую постоянную Планка $\hbar_{eff} = \hbar + \frac{GM\sum_{n=1}^{N} m_n}{N c_{\text{среднее}}} = \hbar + \frac{\sqrt{GMR_{\text{солнца}}}\sum_{n=1}^{N} m_n}{N}$. Тогда значение эксцентриситета определится по формуле

$$e_k = \sqrt{1 - \frac{l_k(l_k+1)}{n_k^2}} = \sqrt{1 + \frac{2E_k L_k^2}{m_k q^4}}; l, n = 1, \dots, \infty$$

Энергия определится по формуле

$$L_k^2 = \hbar_{eff}^2 l_k(l_k+1); E_k = -\frac{m_k q^4}{2\hbar_{eff}^2 n_k^2}; \frac{2E_k L_k^2}{m_k q^4} = -\frac{l_k(l_k+1)}{n_k^2}$$

Величина орбитального момента l_k определится из формулы

$$a_0 = p_k = \frac{\hbar_{eff}^2 l_k(l_k+1)}{m_k q^2} = \frac{GMl_k(l_k+1)}{c_{\text{среднее}}^2}; \frac{p_k}{R_{\text{солнца}}} = l_k(l_k+1);$$

$$\frac{GM}{c_{\text{среднее}}^2} = R_{\text{солнца}}$$

Орбитальное квантовое число записано с учетом добавки учитывающее, что волновая функция умножается на радиус. Это умножение на радиус волновой функции не влияет на модуль орбитального (азимутального) квантового числа $\hbar_{eff}^2 l_k(l_k+1)$, и не влияет на эксцентриситет.

Параметр n определится как целое значение $n_k = \sqrt{\frac{c_{\text{среднее}}^2 p_k}{GM(1-e_k^2)}} = \sqrt{\frac{p_k}{R_{\text{солнца}}(1-e_k^2)}}$. Если эксцентриситет считается правильно по формуле $e_k = \sqrt{1 - \frac{l_k(l_k+1)}{n_k^2}}$ и радиус по формуле $p = \frac{GMl_k(l_k+1)}{c_{\text{среднее}}^2}$, то определятся целые числа l_k, n_k. Если данные параметры приближенные, то алгоритм позволяет их уточнить на рациональные квантовые числа.

Но не так все просто. Простое получение целых чисел вернее главного квантового числа приводило к противоречию, эксцентриситет вычислялся мнимым, хотя согласно эксперименту, он действительный. Я начал считать его по двум формулам

$$n_k = \frac{int\left[K\sqrt{\frac{p_k}{R_{\text{солнца}}(1\text{-}e_k^2)}} + 0.5\right]}{K}; K = 16$$

$$n_k = \frac{int\left[K\sqrt{\frac{l_k(l_k+1)}{1\text{-}e_k^2}}+0.5\right]}{K} \quad (2)$$

$$l_k = \frac{int\left[K\cdot\left(\sqrt{0.25 + \frac{p_k}{R_{\text{солнца}}}}\text{-}0.5\right)\right]}{K}$$

Максимальная ошибка при $K = 16$ составила у планет с малым эксцентриситетом у Венеры 0.8%, а с большим эксцентриситетом порядка 0.001%. Казалось бы, чем меньше эксцентриситет, тем более круговая орбита, и можно измерить точнее, так нет поправка к вычисленному малому эксцентриситету растет.

Точность аналогичной аппроксимации собственной энергии у двух-электронного атома гелия, с учетом взаимодействия электронов между собой составляет 3.3%. В данном случае учитывается взаимодействие тел между собой.

Волновая функция данной системы материальных тел равна

$$\psi[r_k(\varphi_k)] = R_{n_k l_k}[r_k(\varphi_k)]$$

$$\hbar_{eff} = \hbar + \frac{GM\sum_{n=1}^{N} m_n}{N\text{c}_{\text{среднее}}} = \hbar + \frac{\sqrt{GMR_{\text{солнца}}}\sum_{n=1}^{N} m_n}{N}$$

$$q^2 = \frac{GM\sum_{n=1}^{N} m_n + G\,\frac{\sum_{n,k=1}^{N} m_n\, m_k}{N}}{N}; r_k(\varphi_k) = \frac{p_k}{1 + e_k\cos(\varphi_k\text{-}\varphi_{k0})}$$

Формула аналогичная формуле для атома водорода, не целые квантовые числа n_k, l_k определятся из известного действительного эксцентриситета и параметра обобщенного радиуса $p_k, k = 1, \dots, 9$. Формула для собственной энергии и волнового числа атома водорода обобщена на действительные значения относительно рационального орбитального квантового числа и рационального значения главного квантового числа. Так как волновая функция у атома водорода конечная, это всегда можно сделать, введя конечную производную дробного рационального порядка. С собственной энергией вообще никаких проблем не будет, просто вместо целых чисел подставить дробные, рациональные.

Если есть уверенность в равенстве формулы для эксцентриситета, то нужно воспользоваться формулой $e_k = \sqrt{1\text{-}\frac{l_k(l_k+1)}{n_k^2}}$; $n_k = \frac{int\left[K\sqrt{\frac{l_k(l_k+1)}{1\text{-}e_k^2}}+0.5\right]}{K}$; $l_k = \frac{int\left[K\left(\sqrt{0.25+\frac{p_k}{R_{\text{солнца}}}}-0.5\right)+0.5\right]}{K}$; $K = 12400$;

$$K = 12400 \div 1240000000; \sqrt{\text{Дисп}[\varepsilon(\mathrm{n}, \mathrm{l}, \mathrm{K})]} = \frac{1}{18.057}$$

	Эксцентриситет эксперимент		$Int(K \cdot n +$ $+0.5)/K$	Эксцентриситет *теория*	$Int(K \cdot l +$ $0.5)/K$
Меркурий	*0.2056*		$8+\frac{3825}{12400}$	*0.2055885*	$8\text{-}\frac{4376}{12400}$
Венера	*0.006818*		$12+\frac{5324}{12400}$	*0.006805*	$11\text{-}\frac{755}{12400}$
Земля	*0.01675*		$15\text{-}\frac{5669}{12400}$	*0.016838*	$14+\frac{612}{12400}$
Марс	*0.09331*		$17+\frac{3840}{12400}$	*0.0932971*	$17\text{-}\frac{3206}{12400}$
Юпитер	*0.04833*		$33\text{-}\frac{4125}{12400}$	*0.0483418*	$32+\frac{1649}{12400}$
Сатурн	*0.05589*		$44+\frac{1121}{12400}$	*0.05587852*	$44\text{-}\frac{5899}{12400}$
Уран	*0.047*		$63\text{-}\frac{2573}{12400}$	*0.04700662*	$62+\frac{2791}{12400}$
Нептун	*0.0087*		$80+\frac{749}{12400}$	*0.008675609*	$79\text{-}\frac{5469}{12400}$
Плутон	*0.2488*		$82+\frac{5923}{12400}$	*0.2487991*	$79+\frac{4783}{12400}$

Если необходимо считать поправку к достоверно измеренным данным, то нужно воспользоваться алгоритмом с этим значением параметра $K = 12400$.

Максимальная ошибка при $K = 12400$ составила у планет с малым эксцентриситетом у Венеры 0.8%, а с большим эксцентриситетом порядка 0.001%. Казалось бы, чем меньше эксцентриситет, тем более круговая орбита, и можно измерить точнее, так нет поправка к вычисленному малому эксцентриситету растет. Для Венеры $e_{2\text{теор}} = 0.006805$ вместо экспериментального $e_{2\text{эксп}} = 0.006818$, причем это данные из справочника Кикоина, и поправка считалась при условии $|e_{2\text{теор}}\text{-}e_{2\text{экс}}| = \frac{0.881}{K} = 7.105 \cdot 10^{-5}$, т.е. параметры эксцентриситета считались с почти одинаковой ошибкой теоретического и экспериментального значения.

Формулы для значений целой степени можно просто использовать по непрерывности, подставляя вместо целого числа дробное

$$< \frac{1}{r} >= \frac{1}{n^2}; < \frac{1}{r^2} >= \frac{1}{n^3(l+0.5)}; < r >= \frac{1}{2}[3n^2\text{-}l(l+1)]$$

$$< r^2 >= \frac{n^2}{2}[5n^2 + 1 - 3l(l+1)]$$

Дробная производная от полинома равна

$$\frac{d^n}{dx^n} x^k = \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k\text{-}n+1)} x^{k\text{-}n}$$

$$D_C^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(p)} \int \frac{f(u)du}{(t\text{-}u)^{p+1}}$$

Где интегрирование введется по контуру С. Формула для производной взята из wikipedia, а средние значений степени радиуса ЛЛ2.

В квантовую механику для массивных тел не входит постоянная Планка, но уровни энергии являются дискретными, и излучение гравитационной энергии происходит квантами, за счет изменения массы или главного квантового числа. Так излучение энергии сталкивающихся тел в эксперименте LIGO происходило за счет изменения массы сталкивающихся тел.

$$E_p\text{-}E_q = \frac{q^4}{2\hbar_{eff}^2}\left(\frac{m_q}{n_q^2}\text{-}\frac{m_p}{n_p^2}\right) = \left(\frac{m_q}{n_q^2}\text{-}\frac{m_p}{n_p^2}\right)\frac{(GM\sum_{n=1}^N m_n + G\frac{\sum_{n,k=1}^N m_n m_k}{N})^2}{\left(\sqrt{GMR_{\text{солнца}}}\sum_{n=1}^N m_n\right)^2} =$$

$$= \left(\frac{m_q}{n_q^2}\text{-}\frac{m_p}{n_p^2}\right)(1 + \frac{\sum_{k=1}^N m_k}{NM})^2 \frac{GM}{R_{\text{солнца}}}$$

Порядок энергии двигающихся тел определяется величиной энергии

$$E_n = \text{-}\frac{GMm}{n^2 R_{\text{солнца}}}(1 + \frac{\sum_{k=1}^N m_k}{NM})^2$$

Где m масса двигающегося тела, и излучение только квантами, за счет изменения соотношения $\frac{m}{n^2}$, при условии $\frac{p}{R_{\text{солнца}}} = l(l+1)$, где p обобщенный радиус орбиты. При неизменной орбите небесного тела, сохраняется l, и значит измениться главное квантовое число только за счет изменения волновой функции, в частности радиального квантового числа n_r, которое может изменяться на степень количества нулей и бесконечностей волновой функции. Получается всегда выполняется значение $n_{rq} = n_q$-l_q-1; $q = 1, \ldots, Q$ причем члены, образующие n_{rq} могут быть отрицательными и выполняется

$$R_{nl}(r) = r\prod_{q=1}^{Q} r^{l_q}(r\text{-}\alpha_q)^{n_{rq}}\exp\left(\text{-}\frac{r}{p_q n}\right); n = \sum_{q=1}^{Q} n_q$$

Выводы

Уточнены значения параметров орбиты небесных тел, обобщенный радиус p_k и эксцентриситет e_k. Волновая функция для множества тел содержит радиальное квантовое число n_{kr}, меньшее 1, так как вычисленные орбитальное (азимутальное) квантовое число $l_k + 1$ почти равно главному квантовому числу n_k, и радиальное собственное число почти равно нулю, кроме Плутона, который имеет отличные свойства и орбитальное квантовое число удовлетворяет приближенному условию $n_{kr} = n_k$-l_k-$1 = 3$. Поэтому радиальное дробное квантовое число необходимо учитывать в волновой функции. Я думаю, что у многоэлектронного атома квантовые числа не целые, а дробные, но не целую часть невозможно определить, так как неизвестен ни эксцентриситет, не параметр обобщенного радиуса p_k. Так как известна математическое отклонение поправки $\frac{1}{К} = \frac{1}{16}$ возможно, что они образованы из совокупности 4 чисел (всего имеется 9 планет в Солнечной системе и образованы эти цифры из дисперсии 9 чисел)

$$\varepsilon(K) = \varepsilon(21) = \frac{1}{18}, \varepsilon(16) = \frac{1}{16}. \varepsilon(10) = \frac{1}{15}, \varepsilon(8) = \frac{1}{12}$$

Других рациональных математических отклонений нет, я проверял до значения $K < 80$. Стал использовать квадраты (дисперсию) этих добавок, умноженную на 4 при главном квантовом числе, равном 1 вне зависимости относительно какого периода производится расчет, и не делил энергию на 2

$$E_Z = -\lim_{K\to\infty}\frac{Z^2\text{-}Z+1}{[1\pm 4\varepsilon^2(K)]^2} = \frac{Z^2\text{-}Z+1}{(1\pm\frac{1}{81})^2}\text{ат. ед.};\ \lim_{K\to\infty}\varepsilon(K) = \frac{1}{18.057}$$

Данная формула справедливая с точностью 1%. При значение $K\to\infty$ имеет фиксированное значение $\lim_{Z\to\infty}\varepsilon[K(Z)] = \frac{1}{18.057}$. Бесконечное значение параметра K начинается со значений $Z = 11$, до этого значения величина $K = 21{,}16{,}10{,}8$ при дробных $\varepsilon(\mathrm{n,l,K}) = \frac{1}{18}, \frac{1}{16}, \frac{1}{15}, \frac{1}{12}$ реализуется одно из значений.

$$K = 21; \sqrt{\text{Дисп}[\varepsilon(\mathrm{n,l,K})]} = \frac{1}{18}$$

Проявляется новая классификация атомов по их дробной части, квадрат которой добавляется или вычитается из 1. Опишем новую классификацию элементов по количеству электронов $Z = 1$ причем $K = 1, \varepsilon = 0$. Второй период состоит из двух элементов $Z = 2; K = 16;\ \varepsilon = \frac{1}{16}$;$Z = 3; K = 21;\ \varepsilon = \frac{i}{18}$; Третий период из 7 элементов $Z \in [4{,}8]; K = 10;\ \varepsilon = \frac{i}{15}; Z \in [9{,}10]; K = 16;\ \varepsilon = \frac{i}{16}$; Далее элементы имеют одинаковые свойства по собственной энергии; $Z \geq 11; K = 21; \varepsilon = \frac{i}{18}$; Введена мнимая единица у дробного числа, так как его квадрат отрицателен.

Список литературы

1. Якубовский Е.Г. Волновое уравнение для диэлектрика не инвариантно относительно преобразования Лоренца со скоростью света в вакууме / Е.Г. Якубовский // Интерактивная наука. – 2024. – С. 55–59. – ISSN 2414-9411. – DOI 0.21661/r-561704.