УДК 631.356.4

DOI 10.21661/r-471954

Б.С. Отаханов, Г.К. Пайзиев, Ш.Г. Файзиев, Б.Б. Тошпулатов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ЛОПАСТИ БИТЕРА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ПРУТКАМИ БОТВОУДАЛЯЮЩЕГО ТРАНСПОРТЕРА

***Аннотация**: в статье рассматривается вопрос определения толщины лопасти битера при взаимодействии с прутками ботвоудаляющего транспортера и заключение о целесообразности применения нового рабочего органа для отделения клубней картофеля от ботвы.*

***Ключевые слова**: ботва, клубни картофеля, лопасть, консольная балка, ботвоудаляющий транспортер, прогиб лопасти битера, толщина лопасти, прутки, гибкость.*

B.S. Otakhanov, G.K. Pajziev, Sh.G. Fajziev, B.B. Toshpulatov

DETERMINATION OF THE THICKNESS OF THE BEATER BLADE WHEN INTERACTING WITH THE RODS OF TOP-REMOVING CONVEYOR

***Abstract**: the paper considers the question of determining the thickness of the beater blade when interacting with the rods of a top-removing conveyor and the conclusion about the expediency of applying a new working organ for separating potato tubers from the tops.*

***Keywords**: tops, tubers of potatoes, vane, cantilever beam, top-removing conveyor, deflection of beater blade, blade thickness, rods, flexibility.*

Рассмотрим лопасть как консольную балку (рис.1), один конец которой жестко закреплен, а на свободный конец приложена сила прижатия N и сила трения F. Результирующая этих сил равна

$$P = \sqrt{N^2 + F^2} = N\sqrt{1 + f^2} \,.$$

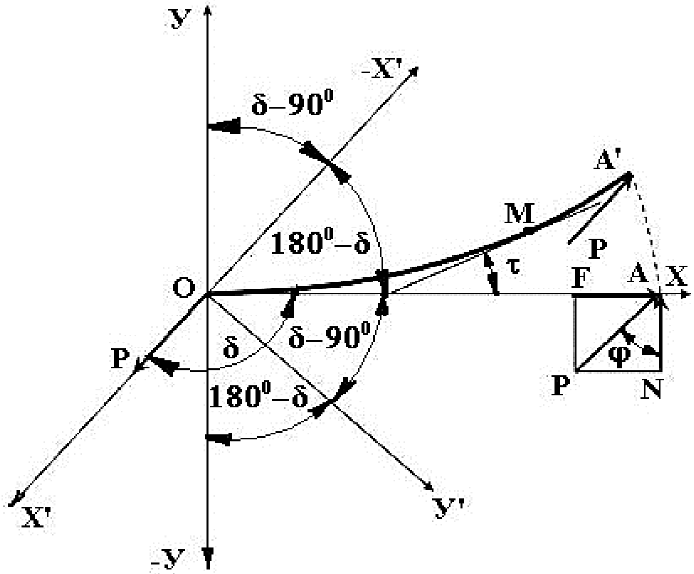

Рис. 1. Расчетная схема изгиба лопасти

Дифференциальное уравнение изогнутой оси лопасти имеет следующий вид [1]:

$$l_л^2 d^2\varepsilon / ds^2 = -\beta^2 \sin\varepsilon, \tag{1}$$

где $l_л$ – полная длина осевой линии лопасти битера, м;

s – длина дуги упругой линии в произвольной точке М, отсчитанная от ее начала O, м,

$$\beta = l_л \sqrt{P/H}, \tag{2}$$

$$\varepsilon = \tau + \delta, \tag{3}$$

где H=EI-изгибная жесткость поперечного сечения лопасти, Нм^2;

E – модуль упругости материала лопасти, Па;

I – момент инерции поперечного сечения лопасти, м^4;

τ – угол наклона касательной, проведенной к изогнутой оси

в точке T к оси X;

δ – угол наклона силы P к оси X.

В уравнении (1) величины $l_л$, β и δ являются постоянными и известными.

Для решения уравнения (1), примем

$$d\varepsilon / ds = z. \tag{4}$$

С учетом этого уравнения (3.7) будет иметь следующий вид.

$$l_л^2 dz/ds = -\beta^2 \sin\varepsilon. \qquad (5)$$

Перейдя к половинному аргументу и умножив обе части уравнения (5) на соответствующие части следующего тождества (справедливость его вытекает из (4))

$$zds = d\varepsilon, \qquad (6)$$

Получим

$$2l_л^2 zdz = -4\beta^2 \sin(\varepsilon/2)\cos(\varepsilon/2)d\varepsilon. \qquad (7)$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$(l_л z)^2 = -4\beta^2 \sin(\varepsilon/2) + C, \qquad (8)$$

где C – произвольная постоянная.

Определив $C=4\beta^2 D$ и приняв во внимание уравнение (3.10), получим

$$\left(l_л d\varepsilon/ds\right)^2 = 4\beta^2\left(D - \sin^2\frac{\varepsilon}{2}\right), \qquad (9)$$

Из условия действительности величины $d\varepsilon/ds$ из уравнения (9) следует, что

$$D \ge \sin^2\frac{\varepsilon}{2} \qquad (10)$$

Здесь возможно следующие два случая

$$1 \ge D \ge \sin^2\frac{\varepsilon}{2} \qquad (11)$$

и

$$1 \le D \ge \infty. \qquad (12)$$

Решение уравнения (9) в каждом из этих случаев будут различны и при рассмотрении конкретной задачи заранее определится, к какому случаю она относится. Рассматриваемая нами задача относится к первому случаю [2] и для решения уравнения (10) с учетом условия (11) можем ввести следующие обозначения

$$D = \kappa^2 \qquad (13)$$

и

$$\sin^2\frac{\varepsilon}{2} = \kappa^2 \sin^2\psi, \qquad (14)$$

где $\kappa = const$

ψ – новая искомая переменная, вместо угла ε.

$$0 \le \kappa \le 1;\; 0 \le \psi \le \frac{\pi}{2}. \qquad (15)$$

С учетом (13) и (14) уравнение (9) принимает следующий вид

$$l_л \frac{d\varepsilon}{ds} = 2\beta\kappa\cos\psi. \qquad (16)$$

Продифференцировав уравнения (14) по S и решая его относительно $\dfrac{d\varepsilon}{ds}$, получим

$$\frac{d\varepsilon}{ds} = \frac{2\kappa^2\sin\psi\cos\psi}{\sin\frac{\varepsilon}{2}\cdot\cos\frac{\varepsilon}{2}}\cdot\frac{d\psi}{ds}. \qquad (17)$$

Подставляя это значения $d\varepsilon/ds$ в (16) и принимая во внимание (14), имеем

$$l_л \frac{d\psi}{ds} = \beta\sqrt{1-\kappa^2\sin^2\psi}. \qquad (18)$$

Интегрирование этого уравнения от начальной точки 0 ($s = 0$; $\psi = \psi_0$) до произвольной точки M (s, ψ), даёт

$$S = \frac{l_л}{\beta}\left[F(\psi) - F(\psi_0)\right], \qquad (19)$$

где $F(\psi)$ и $F(\psi_0)$ – эллиптические интегралы первого рода

$$F(\psi) = \int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\sqrt{1-\kappa^2\sin\psi}}; \qquad (20)$$

$$F(\psi_0) = \int_0^{\psi_0}\frac{d\psi}{\sqrt{1-\kappa^2\sin^2\psi}}. \qquad (21)$$

Здесь постоянная *к* называется модулем, а переменная ψ – амплитудой эллиптического интеграла.

Для конца лопасти $S = l_л$ и $\psi = \psi_L$. Подставляя эти значения S и ψ в (19), получим

$$\beta = F(\psi_L) - F(\psi_0). \quad (22)$$

Далее находим уравнение изогнутой оси лопасти в системе координат *ХОУ*. Для этого введем дополнительную систему координат *Х′ОУ′*, ориентированную по направлению силы *Р*, приложенной в начальной точке О (рис.1). Из схемы, приведенный на рис.1, имеем

$$dX' = -ds\cos\left(180^0 - \varepsilon\right) = ds\cos\varepsilon = ds\left(2\cos^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) - 1\right); \quad (23)$$

$$dУ' = ds\cos\left(\varepsilon - 90^0\right) = ds\sin\varepsilon = 2ds\sin\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\varepsilon}{2}\right). \quad (24)$$

С учетом (15) и (18) эти уравнения перепишем в следующем виде

$$\frac{dX'}{l_л} = \frac{2}{\beta}\sqrt{1 - \kappa^2\sin\psi}\,d\psi - \frac{ds}{l_л} \quad (25)$$

и

$$\frac{dУ'}{l_л} = \frac{2}{\beta}\kappa\sin\psi d\psi. \quad (26)$$

Интегрирование этих уравнений дает

$$X' = \frac{2l_л}{\beta}\left[E(\psi) - E(\psi_0)\right] - S \quad (27)$$

и

$$У' = \frac{2kl}{\beta}(\cos\psi_0 - \cos\psi), \quad (28)$$

где $E(\psi)$ и $E(\psi_0)$ – эллиптические интегралы второго рода;

$$E(\psi) = \int_0^{\psi} \sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \psi}\, d\psi \qquad (29)$$

и

$$E(\psi_0) = \int_0^{\psi_0} \sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \psi}\, d\psi. \qquad (30)$$

Теперь переходим от дополнительной системы координата к первоначальной системе координат *XOУ*.

$$X = X^{/} \cos\delta + У^{/} \sin\delta \qquad (31)$$

$$У = У^{/} \cos\delta - X^{/} \sin\delta \qquad (32)$$

Подставляя в (31) и (32) выше найденные значения $X^{/}$ и $У^{/}$, получим

$$X = \left\{ \frac{2l_л}{\beta} \left[E(\psi) - E(\psi_0) \right] - S \right\} \cos\delta + \frac{2l_л}{\beta} \kappa \left(\cos\psi_0 - \cos\psi \right) \sin\delta, \qquad (33)$$

$$У = \frac{2l_л}{\beta} \kappa (\cos\psi_0 - \cos\psi) \cdot \cos\delta - \left\{ \frac{2l_л}{\beta} \left[E(\psi) - E(\psi_0) \right] - S \right\} \sin\delta. \qquad (34)$$

Для концевой точки лопасти эти уравнения будут иметь вид

$$X_L = \left\{ \frac{2l_л}{\beta} \left[E(\psi_L) - E(\psi_0) \right] - l_л \right\} \cos\delta + \frac{2l_л}{\beta} \kappa (\cos\psi_0 - \cos\psi_L) \sin\delta; \qquad (35)$$

$$У_L = \frac{2l_л}{\beta} \kappa (\cos\psi_0 - \cos\psi_L) \cdot \cos\delta - \left\{ \frac{2l_л}{\beta} \left[E(\psi_L) - E(\psi_0) \right] - l_л \right\} \sin\delta. \qquad (36)$$

По этим формулам мы можем определить координаты концевой точки лопасти, если известны эллиптические параметры κ, ψ_0 и ψ_L.

Для определения κ, ψ_0 и ψ_L воспользуемся следующими данными.

1. Для начальной точки О $\psi = \psi_0$ и $\tau = 0$, а следовательно, согласно (3) и (15)

$$\kappa \sin\psi_0 = \sin\frac{\delta}{2}. \qquad (37)$$

2. Учитывая, что

$$\frac{d\varepsilon}{ds} = \frac{d\tau}{ds} = \frac{M}{EJ} \tag{38}$$

по (3.22), получим

$$\kappa \cos\psi = \frac{l_{л}}{2\beta} \cdot \frac{M}{EJ}, \tag{39}$$

где M – изгибающей момент в рассматриваемом сечении лопасти.

Для концевой точки лопасти $M = 0$, а следовательно

$$\kappa \cos\psi_L = 0 \tag{40}$$

Откуда

$$\psi_L = \frac{\pi}{2} \tag{41}$$

3. Третьим уравнением для определения эллиптических параметров является выражение (3.28), которое с учетом (41) имеет вид

$$F(\kappa) - F(\psi_0) = \beta,$$

где $F(\kappa) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1-\kappa^2 \sin^2\psi}}$ – полный эллиптический интеграл первого рода.

Таким образом мы получили следующие три уравнения для определения значений эллиптических параметров κ, ψ_0 и ψ_L

$$\kappa \sin\psi_0 = \sin\frac{\delta}{2}; \tag{42}$$

$$\psi_L = \frac{\pi}{2}; \tag{43}$$

$$F(\kappa) - F(\psi_0) = \beta. \tag{44}$$

Одно из искомых неизвестных ψ_L определяется из (43), два других неизвестных κ и ψ_0 из (42) и (44) путем подбора. Для этого по таблицам эллиптических интегралов [73] находится значение κ, $F(\kappa)$ и $F(\psi_0)$ в зависимости от угла α (где угол α связан с κ уравнением $\kappa=\sin\alpha$).

Придавая α некоторые значения, находим соответствующие ему углы ψ_0 согласно выражению

$$\sin\alpha \cdot \sin\psi_0 = \sin\frac{\delta}{2}, \tag{45}$$

откуда

$$\psi_0 = \arcsin\left(\frac{\sin\frac{\delta}{2}}{\sin\alpha}\right). \tag{46}$$

По выбранным углам α и ψ_0 из таблицы эллиптических интегралов [73] находим значения $F(\kappa)$ и $F(\psi_0)$. Затем изменяя угол α, а следовательно и ψ_0, добиваемся того, чтобы разность $F(\kappa)$ и $F(\psi_0)$ была равна β.

Подставляя найденные значения κ и ψ_0 в (36) и (37) определяем координаты X_L и $У_L$ концевой точки лопасти.

Учитывая, что для нашего случая $\psi_L = \frac{\pi}{2}$ и $\delta = \frac{\pi}{2} + \varphi_л$ (где $\varphi_л$ -угол трения материала лопасти по ботве), выражения (37) и (38) будут имеет следующий вид.

$$X_L = \left\{\frac{2l_л}{\beta}\left[E(\kappa) - E(\psi_0)\right] - l_л\right\}\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_л}{2}\right) + \frac{2l_л}{\beta}\kappa\cos\psi_0\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_л}{2}\right) \tag{47}$$

и

$$У_L = \frac{2l_л}{\beta}\kappa\cos\psi_0\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_л}{2}\right) - \left\{\frac{2l_л}{\beta}\left[E(\kappa) - E(\psi_0)\right] - l_л\right\}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_л}{2}\right) \tag{48}$$

где – $E(\kappa) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2\psi}\, d\psi$ полный эллиптический интеграл второго рода.

Из анализа зависимостей (45) и (46) следует, что прогиб лопасти битера при взаимодействии с прутками ботвоудаляющего транспортера зависит от ее длины, свойства материала из которого изготовлены лопасти (E и $\varphi_л$), формы и размеров их поперечного сечения, направления и величины возникающих сил.

Определим напряжение, возникающее в заделке лопасти [1]

$$\sigma_0 = \omega_0 \beta E h_л /(2 l_л), \tag{49}$$

где $\omega_0 = 2\kappa cos\,\psi_0;$ (50)

$h_л$ – толщина лопасти, м;

E – модуль упругости материала лопасти, Па;

С учетом (2) и (50), а также то, что $H = EJ$ (где J – момент инерции поперечного сечения лопасти), а $J= B_л h^3_л /12$ выражение (49) будет иметь следующий вид

$$\sigma_0 = \left(2\kappa\sqrt{3EP} / \sqrt{B_л h_л}\right) cos\,\psi_0 . \tag{51}$$

Пользуясь этой формулой можно определить толщину лопасти, т.е.

$$h_л \geq 12\kappa^2 EP / \left(B_л [\sigma]^2 \cos^2\psi\right), \tag{52}$$

где $[\sigma]$ – допускаемое напряжение, МПа.

Расчеты, проведенные по формуле (52) при $[\sigma]$ = 7 МПа, E=200 МПа, N=800Н, $\varphi_л$=30^0, $B_л$ =1м, κ=0,82 и ψ_0 = 54^0 показали, что толщина лопасти должна быть не менее 9,2 мм.

Список литературы

1. Попов Е.П. Теория и расчет гибких упругих стержней. – М.: Наука, 1986. – 294 с.

2. Отаханов Б.С. Варианты воздействия рабочего органа ротационной машины на почвенные глыбы и комки / Б.С. Отаханов, Г.К. Пайзиев, Б.Р. Хожиев. – М.: Научная жизнь, 2014. – №2. – С. 75–78.

References

1. Popov, E.P. (1986). Teoriia i raschet gibkikh uprugikh sterzhnei., 294. M.: Nauka.

2. Otakhanov, B.S., Paiziev, G.K., & Khozhiev, B.R. (2014). Varianty vozdeistviia rabochego organa rotatsionnoi mashiny na pochvennye glyby i komki., 2, 75-78. M.: Nauchnaia zhizn'.

Отаханов Бахром Садирдинович – канд. техн. наук, доцент Наманганского инженерно-строительного института, Республика Узбекистан, Наманган.

Otakhanov Bakhrom Sadirdinovich – candidate of technical sciences, associate professor at the Namangan Institute of Civil Engineering, Republic of Uzbekistan, Namangan.

Пайзиев Гайбулла Кадирович – Наманганский инженерно-строительный институт, Республика Узбекистан, Наманган.

Pajziev Gaybulla Kadirovich – Namangan Institute of Civil Engineering, Republic of Uzbekistan, Namangan.

Файзиев Шукурулло Гайбулла угли – Наманганский инженерно-строительный институт, Республика Узбекистан, Наманган.

Fajziev Shukurullo Gaybulla ugli – Namangan Institute of Civil Engineering, Republic of Uzbekistan, Namangan.

Тошпулатов Ботиржон Баходир угли – Наманганский инженерно-строительный институт, Республика Узбекистан, Наманган.

Toshpulatov Botirjon Baxodir ugli – Namangan Institute of Civil Engineering, Republic of Uzbekistan, Namangan.