Байсарова Гулбану Гасанкулиевна
магистр техн. наук, старший преподаватель
Каспийский государственный университет
технологий и инжиниринга им. Ш. Есенова
г. Актау, Республика Казахстан

НАПРЯЖЕНИЯ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В СТЕРЖНЕ ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Аннотация: *в статье представлены методы определения температурных напряжений в стержне треугольного поперечного сечения. Рассмотрены напряжения и перемещения в стержне при термомеханическом нагружении. Записана формула для расчета нормального напряжения в дали от концов незакрепленного стержня, распределение температуры симметрично относительно оси z. Определены свойства перемещения произвольной точки сечения вдоль оси z на основании гипотезы плоских сечений.*

Ключевые слова: *стержень, напряжение, перемещение.*

Рассматривается расчет напряжений в стержне прямоугольного поперечного сечения при одномерном распределении температуры. Считается, что температура меняется только по высоте поперечного сечения. Записана формула для расчета нормального напряжения в дали от концов незакрепленного стержня

$$\sigma_x = -\beta ET(y) + \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c}\beta ET(y)dy + \frac{3y}{2c^3}\int_{-c}^{c}\beta ET(y)ydy \qquad (1)$$

где: c – половина высоты поперечного сечения.

Если ширина поперечного сечения переменна по высоте, т.е. $b = b(y)$, то формула (1.13) примет вид:

$$\sigma_x = -\beta ET(y) + \frac{1}{A}\int_{-c}^{c}\beta ET(y)b(y)dy + \frac{y}{I_z}\int_{-c}^{c}\beta ET(y)b(y)ydy \qquad (2)$$

где: A – площадь поперечного сечения, $b(y)$ – ширина сечения, I_z – момент инерции относительно оси z.

Если, например, температура меняется по параболическому закону $T = T_0(1 - y^2/b^2)$ [16] то, согласно формуле (1) напряжения в стержне будут равны

$$\sigma_x = \frac{2}{3}\beta E T_0 - \beta E T_0 (1 - \frac{y^2}{c^2}) \tag{3}$$

На основании гипотезы плоских сечений перемещение произвольной точки сечения вдоль оси z определяется как

$$w = w_0 + \varphi_x y \tag{4}$$

где w_0 – осевое перемещение начало координат, φ_x - угол поворота сечения.

Записана формула для нормального напряжения [7]:

$$\sigma = E\frac{M_x y}{\int\limits_A E y^2 dA} + E(\frac{\int\limits_A E\varepsilon^T dA}{\int\limits_A E dA} + \frac{y\int\limits_A E\varepsilon^T y dA}{\int\limits_A E y^2 dA} - \varepsilon^T) \tag{5}$$

Первый член выражает напряжения от внешних нагрузок, второй – температурные напряжения. При равномерной температуре

$$\sigma = M_x y / I_x \tag{6}$$

где $I_x = \int\limits_A y^2 dA$ – момент инерции сечения относительно оси x.

Положение приведенного центра тяжести сечения O определяется из условия

$$\int\limits_a E y dA = 0. \tag{7}$$

Из уравнений равновесия с учетом (1.19) получены формулы для ε_0, κ_x. ($\varepsilon_0 = dw_0/dz, \kappa_x = d\varphi_x/dz$). Расчет статически неопределимых стержней на изгиб проводится методом начальных параметров.

Предполагается, что температурное поле стационарное, одномерное и меняется по высоте поперечного сечения по степенному закону. Продольное перемещение определяется формулой (5). Для одноосного напряженного состояния нормальное напряжение определено формулой:

$$\sigma = E(T)(\varepsilon_0 + \kappa_x y - \varepsilon^T) \tag{8}$$

Для определения неизвестной деформации ε_0 и неизвестной кривизны κ_x используются уравнения равновесия. Для стержня, который свободен от внешних нагрузок уравнения равновесия имеют вид:

$$\int_A \sigma dA = 0; \ \int_A \sigma y dA = 0 \qquad (9)$$

Первый из которых представляет равенство нулю нормальной силы а второе – равенство нулю изгибающего момента.

Расчеты проведены для сплава с памятью формы в интервале температур терма упругих мартенситных превращений в котором нормальное напряжение определяется формулой [30]:

$$\sigma = (\varepsilon_0 + \kappa_x y - \varepsilon^T)/[B(T_S^k - T^k)] \qquad (10)$$

где B, k – постоянные материала.

Для вычисления величин ε_0 и κ_x получены формулы:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{A^*}\int_A \frac{\varepsilon^T}{B(T_S^k - T^k)} dA, \kappa_x = \frac{1}{I_x^*}\int \frac{\varepsilon^T y}{B(T_S^k - T^k)} dA \qquad (11)$$

где A^* – обобщенная площадь, I_x^* – обобщенный момент инерции.

Перемещения в продольном направлении определяются по формуле [30]:

$$w = w_0 + \int_0^z (\varepsilon_0 + \kappa_x y) dz \qquad (12)$$

где w_0 – перемещение начального сечения.

Для определения прогиба используется дифференциальное уравнение $v'' = -\kappa_x$, на основе которого получена формула:

$$v = D + D_0 z - \int_0^z (\int_0^z \kappa_x dz) dz \qquad (13)$$

где D, D_0 – постоянные интегрирования.

Считается, что температурное поле стационарное и задано. Перемещение произвольной точки в дол оси стержня выражается равенством:

$$w = w_0 + \varphi \cdot y - \psi \cdot x \qquad (14)$$

где φ,ψ – углы поворота сечения относительно осей x и y соответственно, w_0 – перемещение точки начало координат.

Для одноосного напряженного состояния, записана формула для расчета напряжения

$$\sigma = E(\varepsilon_0 + \frac{d\varphi}{dz}y - \frac{d\psi}{dz}x) - E\beta T \qquad (15)$$

Формула (1.27) содержит три неизвестных параметра: $\varepsilon_0, d\varphi/dz, d\psi/dz$, которые определяются из условий равновесия:

$$\int_A \sigma dA = N,\ \int_A \sigma \cdot ydA = M_x,\ \int_A \sigma \cdot xdA = -M_y \qquad (16)$$

Моменты считаются положительными, если они стремятся осуществить поворот по часовой стрелке. Подставляя выражение (15) в формулах (16) определены неизвестные $\varepsilon_0, d\varphi/dz, d\psi/dz$:

$$\varepsilon_0 = \frac{N + \int_A E\beta TdA}{\int_A EdA}, \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_x + \int_A E\beta TydA}{\int_A Ey^2dA}, \frac{d\psi}{dz} = \frac{M_y - \int_A E\beta TxdA}{\int_A Ex^2dA} \qquad (17)$$

Начало координат (точка О) выбрано таким образом, чтобы удовлетворялись условия:

$$\int_A E \cdot xdA = 0;\ \int_A E \cdot ydA = 0 \qquad (18)$$

Определены температурные напряжения в стержне треугольного поперечного сечения. При расчете распределение температуры принято по параболическому закону: $T(x) = \frac{1}{9}T_{\max} - \frac{4}{3}T_{\max}\frac{x}{b} + 4T_{\max}\frac{x^2}{b^2}$, модуль упругости и коэффициент линейного температурного расширения считаются постоянными.

Список литературы

1. Попов Е.П. Теория и расчет гибких упругих стержней. – М.: Наука, гл.ред. физ.-мат. литературы, 1986. – 296 с.

2. Светлицкий В.А. Механика стержней. В 2-х ч. – М.: Высшая школа, 1987. – Ч. 1 – 320 с.; Ч. 2 – 304 с.

3. Коновалов А.А. Дифференциальные уравнения для больших перемещений пространственного стержня. – Ижевск, 1974.