

Байсарова Гулбану Гасанкулиевна

магистр техн. наук, старший преподаватель

Каспийский государственный университет

технологий и инжиниринга им. Ш. Есенова

г. Актау, Республика Казахстан

НАПРЯЖЕНИЯ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В СТЕРЖНЕ

Аннотация: в 30-е гг. XX века интенсивно развивались инженерные методы расчета стержней на прочность и жесткость. Для определения перемещений были разработаны графо-аналитические методы, были составлены специальные справочные таблицы. В работе определены температурные напряжения в стержне треугольного поперечного сечения.

Ключевые слова: расчет напряжений, стержень, прямоугольное поперечное сечение, одномерное распределение температуры.

В работе [4] рассматривается расчет напряжений в стержне прямоугольного поперечного сечения при одномерном распределении температуры. Считается, что температура меняется только по высоте поперечного сечения. Записана формула для расчета нормального напряжения вдали от концов незакрепленного стержня.

$$\sigma_x = -\beta ET(y) + \frac{1}{2c} \int_{-c}^c \beta ET(y) dy + \frac{3y}{2c^3} \int_{-c}^c \beta ET(y) y dy \quad (1)$$

где c – половина высоты поперечного сечения.

Если ширина поперечного сечения переменна по высоте, т.е. $b = b(y)$, то формула (1) примет вид

$$\sigma_x = -\beta ET(y) + \frac{1}{A} \int_{-c}^c \beta ET(y) b(y) dy + \frac{y}{I_z} \int_{-c}^c \beta ET(y) b(y) y dy \quad (2)$$

где A – площадь поперечного сечения, $b(y)$ – ширина сечения, I_z – момент инерции относительно оси z .

Если, например, температура меняется по параболическому закону $T = T_0(1 - y^2/b^2)$ [4] то, согласно формуле (1) напряжения в стержне будут равны

$$\sigma_x = \frac{2}{3} \beta E T_0 - \beta E T_0 \left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right) \quad (3)$$

В работах И.А. Биргера [3] в линейной постановке рассматривается плоский изгиб прямолинейных стержней имеющие плоскость симметрии yz , в которой действуют поперечные нагрузки. Распределение температуры симметрично относительно этой плоскости. На основании гипотезы плоских сечений перемещение произвольной точки сечения вдоль оси z определяется как $w = w_0 + \varphi_x y$ (4), где w_0 – осевое перемещение начало координат, φ_x – угол поворота сечения.

Записана формула для нормального напряжения [3]

$$\sigma = E \frac{M_x y}{\int_A E y^2 dA} + E \left(\frac{\int_A E \varepsilon^T dA}{\int_A E dA} + \frac{y \int_A E \varepsilon^T y dA}{\int_A E y^2 dA} - \varepsilon^T \right) \quad (5)$$

Первый член выражает напряжения от внешних нагрузок, второй – температурные напряжения. При равномерной температуре

$$\sigma = M_x y / I_x \quad (6)$$

где $I_x = \int_A y^2 dA$ – момент инерции сечения относительно оси x .

Положение приведенного центра тяжести сечения O определяется из условия

$$\int_a E y dA = 0. \quad (7)$$

Из уравнений равновесия с учетом (7) получены формулы для ε_0, κ_x . ($\varepsilon_0 = dw_0/dz, \kappa_x = d\varphi_x/dz$). Расчет статически неопределимых стержней на изгиб проводится методом начальных параметров.

В работе [5] рассматривается изгиб прямого стержня под действием температурного поля. Как и в трудах Б. Боли, Дж. Уэинер, И.А. Биргера и др. [3], используется гипотеза плоских сечений Бернулли – Эйлера. Предполагается, что температурное поле стационарное, одномерное и меняется по высоте поперечного сечения по степенному закону. Поперечное сечение имеет ось симметрии. Перемещения являются малыми. Продольное перемещение определяется

формулой (4). Для одноосного напряженного состояния нормальное напряжение определено формулой:

$$\sigma = E(T)(\varepsilon_0 + \kappa_x y - \varepsilon^T) \quad (8)$$

Для определения неизвестной деформации ε_0 и неизвестной кривизны κ_x используются уравнения равновесия. Для стержня, который свободен от внешних нагрузок уравнения равновесия имеют вид:

$$\int_A \sigma dA = 0; \int_A \sigma y dA = 0 \quad (9)$$

Первый из которых представляет равенство нулю нормальной силы, а второе – равенство нулю изгибающего момента.

Расчеты проведены для сплава с памятью формы в интервале температур терма упругих мартенситных превращений в котором нормальное напряжение определяется формулой [5]:

$$\sigma = (\varepsilon_0 + \kappa_x y - \varepsilon^T) / [B(T_S^k - T^k)] \quad (10)$$

где B, k – постоянные материала.

Для вычисления величин ε_0 и κ_x получены формулы:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{A^*} \int_A \frac{\varepsilon^T}{B(T_S^k - T^k)} dA, \kappa_x = \frac{1}{I_x^*} \int_A \frac{\varepsilon^T y}{B(T_S^k - T^k)} dA \quad (11)$$

где A^* - обобщенная площадь, I_x^* - обобщенный момент инерции.

Перемещения в продольном направлении определяются по формуле [30]:

$$w = w_0 + \int_0^z (\varepsilon_0 + \kappa_x y) dz \quad (12)$$

где w_0 – перемещение начального сечения.

Для определения прогиба используется дифференциальное уравнение $v'' = -\kappa_x$, на основе которого получена формула:

$$v = D + D_0 z - \int_0^z \left(\int_0^z \kappa_x dz \right) dz \quad (13)$$

где D, D_0 – постоянные интегрирования.

В работе [3] рассматривается методика расчета неравномерно нагретых стержней с переменными параметрами упругости. Считается, что температурное

поле стационарное и задано. Поперечное сечение не имеет ось симметрии. Используется гипотеза плоских сечений. Перемещения считаются малыми. Перемещение произвольной точки в дол оси стержня выражается равенством:

$$w = w_0 + \varphi \cdot y - \psi \cdot x \quad (14)$$

где φ, ψ – углы поворота сечения относительно осей x и y соответственно, w_0 – перемещение точки начало координат.

Предполагается отсутствие поперечных нормальных напряжений. Используя закон Гука для одноосного напряженного состояния, записана формула для расчета напряжения

$$\sigma = E(\varepsilon_0 + \frac{d\varphi}{dz} y - \frac{d\psi}{dz} x) - E\beta T \quad (15)$$

Формула (15) содержит три неизвестных параметра: $\varepsilon_0, d\varphi/dz, d\psi/dz$, которые определяются из условий равновесия:

$$\int_A \sigma dA = N, \int_A \sigma \cdot y dA = M_x, \int_A \sigma \cdot x dA = -M_y \quad (16)$$

Моменты считаются положительными, если они стремятся осуществить поворот по часовой стрелке. Подставляя выражение (15) в формулах (16) определены неизвестные $\varepsilon_0, d\varphi/dz, d\psi/dz$:

$$\varepsilon_0 = \frac{N + \int_A E\beta T dA}{\int_A E dA}, \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_x + \int_A E\beta T y dA}{\int_A E y^2 dA}, \frac{d\psi}{dz} = \frac{M_y - \int_A E\beta T x dA}{\int_A E x^2 dA} \quad (17)$$

Начало координат (точка О) выбрано таким образом, чтобы удовлетворялись условия:

$$\int_A E \cdot x dA = 0; \int_A E \cdot y dA = 0 \quad (18)$$

Определены температурные напряжения в стержне треугольного поперечного сечения. При расчете распределение температуры принято по параболическому закону: $T(x) = \frac{1}{9}T_{\max} - \frac{4}{3}T_{\max} \frac{x}{b} + 4T_{\max} \frac{x^2}{b^2}$, модуль упругости и коэффициент линейного температурного расширения считаются постоянными.

Список литературы

1. Макушин Н.Н. Теория упругой линии при продольно-поперечном изгибе // Тр. Моск. мех.-маш. стр. ин-та им. Н.Э. Баумана. – Машгиз, 1939. – Вып. 56/3.
2. Риз П.М. Деформация стержней закрученных и слабо изогнутых в ненапряженном состоянии. – Тр. ЦАГИ, 1940. – №471. – С. 37–43.
3. Биргер И.А. Неравномерно нагретые стержни с переменными параметрами упругости. – М.: Машгиз. Расчеты на прочность. – 1961. – Вып. 7. – С. 76–109.
4. Гейтвуд Б.Е. Температурные напряжения. – М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
5. Киквидзе О.Г., Киквидзе Л.Г. Геометрически нелинейная задача изгиба термоупругих стержней / О.Г. Киквидзе, Л.Г. Киквидзе // Сб. трудов межд. симпозиума «Проблемы тонкостенных пространственных конструкции». 4–5.07.01. – Тбилиси: Груинский технический университет. – С. 28–31.