Автор:

Дмитриев Егор Андреевич

студент

ФГАОУ ВО «Самарский национальный

исследовательский университет

им. академика С.П. Королева»

г. Самара, Самарская область

СРАВНЕНИЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ РЕАЛИЗАЦИЙ АЛГОРИТМА ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

***Аннотация**: в данной работе рассматривается результат исследования различных реализаций алгоритмов дискретного преобразования Фурье.*

***Ключевые слова**: алгоритм, преобразования Фурье, поле, поле Галуа.*

Основные определения

Определение 1. Поле – алгебра над множеством F, образующая коммутативную группу по сложению над F и коммутативную группу по умножению над F/{0}, при выполняющемся свойстве дистрибутивности умножения относительно сложения.

Определение 2. Поле Галуа – поле, состоящее из конечного числа элементов. Обозначение -GF(p^m), где p^m- количество элементов в поле или индекс поля, p – характеристика поля, причем p – простое число.

Введение

Дискретное преобразование Фурье широко применяется в алгоритмах цифровой обработки сигналов (его модификации применяются в сжатии звука в MP3, сжатии изображений в JPEG и др.), а также в других областях, связанных с анализом частот в дискретном (к примеру, оцифрованном аналоговом) сигнале. Быстродействие алгоритма очень критично в системах реального времени при работе с цифровыми сигналами.

Алгоритм ДПФ по основанию 3

Пусть $x(n_1, n_2)$- входной массив размера $N \times N$, тогда его комплексный спектр Фурье:

$\tilde{X}(m_1, m_2) = \sum_{n_1=0}^{N} \sum_{n_2=0}^{N} \quad x\,(n_1, n_2)\omega^{n_1 m_1 + n_2 m_2}, 0 \leq m_1, m_2 \leq N\text{-}1,$ где $\omega = e\exp\left(\text{-}\frac{2\pi i}{N}\right)$ – комплексный корень из единицы степени N.

Под дискретным преобразованием Фурье со специальным представлением понимается преобразование вида:

$$X(m_1, m_2) = \sum_{n_1=0}^{N} \sum_{n_2=0}^{N} \quad \omega_1^{m_1 n_1}\, x(n_1, n_2)\omega_2^{m_2 n_2}.$$

Пусть $N = 3^r$, тогда спектр запишется в форме:

$$X(m_1, m_2) = \sum_{a=0}^{2} \sum_{b=0}^{2} \quad \omega_1^{a m_1}\, X_{ab}(m_1, m_2)\omega_2^{b m_2},$$

где

$$X_{ab}(m_1, m_2) = \sum_{n_1=0}^{\frac{N}{3}\text{-}1} \sum_{n_2=0}^{\frac{N}{3}\text{-}1} \quad \omega_1^{3 n_1 m_1}\, x(3n_1 + a, 3n_2 + b)\omega_2^{3 n_2 m_2}.$$

Значения $X_{ab}(m_1, m_2)$достаточно полностью вычислять для пар $(m_1, m_2) \in \Delta$, где Δ- фундаментальная область:

$$\Delta = \left\{(\mu, \nu): 0 \leq \mu, \nu \leq \frac{N}{3}\text{-}1\right\}.$$

Исследование быстродействия алгоритмов

Таблица 1

Исследуемые алгоритмы ДПФ

Константа перечисления	Описание
DFT_METHOD_SIMPLE	ДПФ для комплексного входного сигнала (формула (2.2.2)).
DFT_METHOD_COMPLEX	БДПФ для комплексного входного сигнала (формула (2.3.1)).
DFT_METHOD_REAL	БДПФ для вещественного входного сигнала (формула (2.3.1) с учетом (2.3.2)).

Результаты оценки быстродействия алгоритмов представлены в таблице 2. N_{SIMPLE} – количество измерений, сделанных для метода DFT_METHOD_SIMPLE, N_{FAST} – для методов DFT_METHOD_COMPLEX и DFT_METHOD_REAL.

Таблица 2

Результаты оценки быстродействия алгоритмов.

N	DFT_METHOD			N_{SIMPLE}	N_{FAST}
	SIMPLE (сек)	COMPLEX (сек)	REAL (сек)		
3	0.000003	0.000003	0.000002	10000	1000000
9	0.000094	0.000036	0.000014	1000	100000
27	0.007149	0.000363	0.000166	100	10000
81	0.578880	0.004279	0.001892	10	1000
243	48.221750	0.049119	0.020893	1	100
729	–	0.544212	0.257111	–	10
2187	–	6.359514	2.527145	–	1
6561	–	58.751929	26.567284	–	1

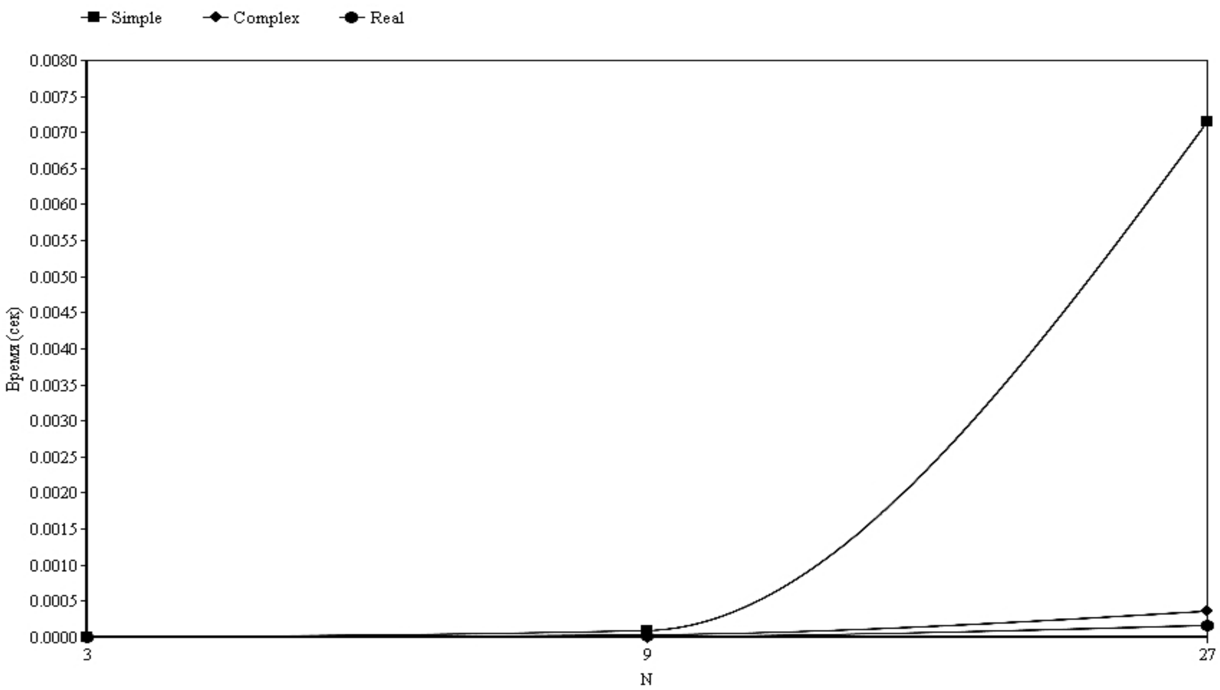

Рис. 1. Зависимость времени работы алгоритмов от $N = \{3,9,27\}$

Список литературы

1. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005.