

*Автор:*

*Сариева Дилара Оразмухамедовна*

студентка

*Научный руководитель:*

*Сербина Людмила Ивановна*

д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

ГБОУ ВО «Ставропольский государственный

педагогический институт»

г. Ставрополь, Ставропольский край

## **ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КООРДИНАТНО-ВЕКТОРНОГО МЕТОДА ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

*Аннотация:* в данной статье на примере задач по стереометрии демонстрируются преимущества данного метода, в отличие от других геометрических методов решения задач. Рассматривается методика применения координатно-векторного метода при решении стереометрических задач, предлагаемых при сдаче ЕГЭ по математике. Выделены общие указания, которые помогут сориентироваться и решить, в каком случае следует применять векторы и координаты. Содержание статьи представляет интерес для учителей, старшеклассников, готовящихся к поступлению в вузы на специальности технического или математического направления.

*Ключевые слова:* координаты, вектор, координатно-векторный метод, стереометрия, задача, система координат, аналитическая геометрия.

Координатно-векторный метод является удобным вычислительным инструментом для решения различных задач. В частности, данный метод дает возможность быстро и успешно решать стереометрические задачи из ЕГЭ. Отметим, что задачи по стереометрии, а также геометрические интерпретации алгебраических уравнений и неравенств являются наиболее трудными и носят исследовательский характер. Такие задачи встречаются редко в школьных учебниках математики. Как показывает практика государственной итоговой аттестации в школе и

дополнительных вступительных испытаний в высшие учебные заведения такие задачи представляют для учащихся наибольшую сложность, как в логическом, так и в техническом плане, и поэтому умение их решать во многом предопределяет успешную сдачу экзамена в любое высшее учебное заведение. Основными проблемами для школьников являются сложные дополнительные построения, которые требуют и теоретического обоснования. Решение данной проблемы состоит в использовании координатно-векторного метода при решении задач стереометрии. Отличие его от традиционного метода является то, что он не требует сложные построения. В ходе решения задачи учащиеся работают над алгебраическими вычислениями, используя чертеж на начальных этапах, что не удается при традиционных методах. Для решения большого количества геометрических задач, в частности вычислении величин углов и расстояний, используется векторная алгебра, которая тесно связана с методом координат. Грамотное использование метода координат и векторной алгебры позволяют учащимся решать школьные стандартные задачи быстрее, что является главным при прохождении ЕГЭ и ОГЭ [1, с. 129].

Благодаря универсальности своего подхода к решению разных задач координатный метод переносит единообразие алгебраических методов и способов решения задач в геометрию. При решении геометрических задач, метод координат позволяет задавать геометрические фигуры их алгебраическими уравнениями, основные геометрические свойства с помощью алгебраических соотношений координат. При решении обратно сформулированных задач, метод координат позволяет алгебраические и аналитические соотношения координат точек плоскости, пространства представить геометрически и, таким образом, применить геометрию к решению алгебраических задач. Таким образом, метод координат тесно связывает алгебру с геометрией [4, с. 104].

Координатный метод предусматривает наличие у учащихся определенных умений и навыков, которые способствуют применению данного метода на практике:

2 <https://interactive-plus.ru>

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

- умение применять определенные наборы приемов координатно-векторного метода при решении геометрических задач;
- умение строить чертежи к решаемым задачам;
- владение теоретическими сведениями и математической символикой для полного обоснования решения геометрических задач.

Подчеркнем, что формальное использование координатно-векторного метода может существенно усложнить решение простейших задач. Поэтому выделим общие указания, которые помогут ориентироваться и решить, в каком случае следует применять векторы и координаты.

1. Если речь идет о векторах и координатах целесообразно применить данный метод;

2. Если не понятно как расположены те или точки полезнее применить координатный метод;

3. Для вычисления углов и расстояний удобно и рационально использовать координаты и векторы;

4. Когда не видно никаких способов решения задач, можно попробовать использовать координатно-векторный метод. Однако он может и не дать решение задачи, но поможет разобраться с условиями и даст толчок к поиску другого решения.

Рассмотрим решения задачи методом координат и в процессе этого анализа выделим общую методику использования координатного метода при решении задач. Знание компонентов этого умения позволит осуществить его поэлементное формирование.

Пример.

В правильной треугольной призме  $ABC A_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .

Решение: Вводим систему координат с началом в вершине А.

Найдем	координаты	вершин
--------	------------	--------

$A, B, B_1, C_1$   $A(0,0,0), B_1(0,1,1), B(0, 1, 0), C_1(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ .

Координаты векторов  $A B_1$  и  $BC_1$  соответственно равны  $(0,1,1)$ ,  $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, 1)$ .

Векторы  $A B_1$  и  $BC_1$  являются направляющими векторами прямых  $A B_1$  и  $BC_1$ , поэтому найдем угол между данными прямыми. Воспользуемся формулой:

$$\cos\varphi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Подставим имеющие данные и получим:

$$\cos\varphi = \frac{\left|0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 \cdot 1\right|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + 1}} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Ответ:  $\varphi = \arccos \frac{1}{4}$ .

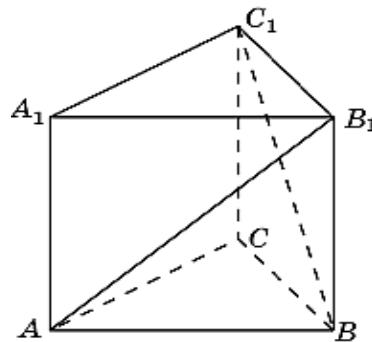


Рис. 1

Итак, общий алгоритм применения метода координат к решению геометрических задач заключается в следующем:

1. Выбор оптимальной системы координат для решения задачи.
2. Построение системы координат и выбор одной из вершин началом координат.
3. Вычисление необходимых координат.
4. Применение основных формул аналитической геометрии для решения задачи.
5. Переход от геометрических соотношений к аналитическим.

Знание различных методов к решению стереометрических задач позволяют обучающему выбрать тот способ, который он владеет уверенно, помогает

избежать ошибки, приводит к успешному решению задачи и получению хорошего балла на экзамене.

Таким образом, трудно переоценить значение метода координат в развитии математики и её приложений. Метод координат, предоставляя возможность для изучения объектов, которые могут в том или ином смысле быть отождествлены с точками, открывает перспективы для математического моделирования геометрии пространства и построения математических моделей, воспроизводящих отношения между геометрическими объектами.

### ***Список литературы***

1. Вольфсон Б. Подготовка к ЕГЭ и ГИА-9: учимся решать задачи / Б.И. Вольфсон, Л.И. Резницкий. – Легион, 2011. – 129 с.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия евклидового пространства / Ю.Г. Игнатьев, А.А. Агафонов. – Казанский университет, 2014. – 204 с.
3. Попов Ю.Н. Стереометрия. Методы и приемы решения задач. – Калининград: Изд-во Российского государственного университета, 2010.
4. Потоскуев Е.В. Векторы и координаты как аппарат решения геометрических задач: Учебное пособие. – М.: Дрофа, 2008. – 173 с.