CC BY

Авторы:

Колбасина Ирина Валерьевна

аспирант

Попов Никита Алексеевич

аспирант

Научный руководитель:

Егорушкин Олег Игоревич

соискатель, старший преподаватель

ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет науки и технологий им. академика М.Ф. Решетнева»

г. Красноярск, Красноярский край

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИНТАКСИЧЕСКОГО МНОГОЧЛЕНА

***Аннотация**: в статье авторами разрабатывается подход к синтаксическому анализу контекстно-свободных языков, основанный на интегральном анализе синтаксического многочлена. Результаты имеют приложение в теории формальных языков.*

***Ключевые слова**: формальные степенные ряды, контекстно-свободные языки, синтаксический анализ, интегральное представление.*

Исходным объектом в теории формальных языков является алфавит, т.е. множество символов $z_1,...,z_n, x_1,...,x_m$. Над этими символами определена некоммутативная операция умножения (конкатенации) и коммутативная операция формальной суммы; алфавит вместе с операциями является полукольцом. Символы $x_1,...,x_m$ называются терминальными символами и интерпретируются как словарь формального языка, а символы $z_1,...,z_n$ называются нетерминальными и нужны для задания совокупности грамматических правил (грамматики), которые порождают язык. По этим правилам определяются правильные мономы от терминальных символов $x_1,...,x_m$, которые интерпретируются как правильные

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

предложения языка. Определим также коммутативную операцию умножения символов на комплексные числа, тогда можно рассматривать символьные многочлены и формальные степенные ряды (ФСР) с числовыми коэффициентами. Формальным языком является такой ФСР, членами которого являются все правильные мономы, определенные данной грамматикой [1–4].

Одной из важных проблем, связанных с разработкой систем и языков программирования, является проблема синтаксического анализа программ. Как было отмечено выше, большинство языков программирования является кс-языками, которые можно представить в виде ФСР, поэтому каждая программа, написанная на языке программирования, может рассматриваться как моном соответствующего ФСР. В связи с этим рассмотрим проблему синтаксического анализа мономов кс-языка.

Для того, чтобы сформулировать эту проблему, рассмотрим подробнее систему полиномиальных уравнений Хомского-Щутценберже (2), которая определяет кс-язык. Как известно [3, 4], грамматика кс-языка является множеством правил подстановки

$$z_j \to q_{j1}(z,x),\dots,z_j \to q_{jp_j}(z,x),\ j=1,\dots,n, \qquad (1)$$

где $q_{jk}(z,x)$ является мономом от некоммутативных символьных переменных с числовым коэффициентом, равным единице. Правила подстановки можно применять к начальному символу z_1, а затем к другим мономам в любом порядке неограниченное число раз, что позволяют выводить новые правильные мономы, образующие кс-язык.

Проблема синтаксического анализа мономов состоит в том, чтобы определить, принадлежит ли моном данному кс-языку, т.е. может ли быть получен из начального символа z_1 при помощи правил подстановки (6), а также установить, какие правила подстановки и сколько раз использовались при выводе этого монома; при этом порядок использования правил подстановки не имеет значения.

Информацию о мономиальных метках монома можно получить в виде $(n+m)$-кратного интеграла по циклу, где числа n и m не зависят от степени

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

монома и равны числу нетерминальных и терминальных символов грамматики кс-языка соответственно.

Рассмотрим коммутативный образ ФСР

$$ci(z_1^*(x,t)) = \sum_{\alpha} s_\alpha(t) x^\alpha, \tag{2}$$

сгруппированный в кратный ряд Гартогса [5].

Имеет место следующее предложение.

Предложение. При всех мультииндеках α голоморфные в нуле коэффициенты ряда Гартогса $s_\alpha(t)$ являются многочленами.

Определение. Синтаксическим многочленом монома v относительно кс-языка $z_1(x) = = z_1^*(x,e)$ называется коэффициент $s_\alpha(t)$ ряда Гартогса (2), такой, что $x^\alpha = ci(v)$.

Замечание 1. Мономиальные метки, содержащиеся в некоммутативных мономах кс-языка, не исчезают при переходе от ФСР к его коммутативному образу (2) и сохраняются в виде мономов синтаксических многочленов, поскольку все коэффициенты ФСР являются целыми положительными числами. Следовательно, если синтаксический многочлен монома относительно кс-языка равен нулю, то моном не принадлежит этому языку.

Замечание 2. Для проведения синтаксического анализа монома v, такого, что $ci(v) = x^\alpha$, следует найти синтаксический многочлен $s_\alpha(t)$. Каждый моном многочлена $s_\alpha(t)$ является произведением мономиальных меток правил подстановки, которые позволяют получить некоторые мономы, имеющие тот же коммутативный образ x^α, поэтому для завершения синтаксического анализа монома v остаётся проверить, можно ли получить его с помощью правил подстановки, соответствующих всем мономам синтаксического многочлена $s_\alpha(t)$.

Следующее предложение даёт принципиальную возможность получить синтаксические многочлены $s_\alpha(t)$ в виде кратного интеграла по циклу, который может быть вычислен с помощью многомерных вычетов.

Content is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)

Предложение. При всех (x,t), достаточно близких к нулю, голоморфная в нуле алгебраическая функция $ci(z_1^*(x,t))$, представленная рядом Гартогса (2), задаётся формулой

$$ci(z_1^*(x,t)) = \frac{1}{(2\pi i)^n} \int_{\gamma_z} \frac{z_1 \det(\delta_{ij} - \frac{\partial(ci(Q_i^*(z,x,t)))}{\partial z_j})}{(z - ci(Q^*(z,x,t)))} dz. \tag{3}$$

Вычисляя тейлоровские коэффициенты параметрического интеграла (3), можно получить синтаксические многочлены любого монома, осуществив тем самым его синтаксический анализ.

Список литературы

1. Сафонов К.В. О синтаксическом анализе и проблеме В.М. Глушкова распознавания контекстно-свободных языков Хомского / К.В. Сафонов, О.И. Егорушкин // Вестник Томского государственного университета. – 2006. – №17. – С. 63–67.

2. Safonov K.V. On conditions for the sum of a power series to be algebraic and rational // Mathematical Notes. – 1987. – №3 (41). – P. 185–189.

3. Safonov K.V. On Power Series of Algebraic and Rational functions in Cn // Journal of Math. Analysis and Applications. – 2000. – V. 243. – P. 261–277.

4. Salomaa A. Automata-Theoretics Aspects of Formal Power Series / A. Salomaa, M. Soitolla. – N.-Y.: Springer Verlag, 1978. – 171 p.

5. Семёнов А.Л. Алгоритмические проблемы для степенных рядов и контекстно-свободных грамматик // Доклады АН СССР. – 1973. – Т. 212. – С. 50–52.

Содержимое доступно по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 license (CC-BY 4.0)