

Каримова Каламкас Музайеновна

магистр, учитель математики

МБОУ г. Астрахани «СОШ №4»

г. Астрахань, Астраханская область

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

***Аннотация:** в работе автором рассмотрены различные способы решения текстовых задач, приведены примеры задач, а также некоторые их решения.*

***Ключевые слова:** задачи на дроби, задачи на проценты, смеси, сплавы, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, отношения, пропорции.*

Развитие школьника – важная составная часть педагогического процесса. Помочь учащимся в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность, творческий потенциал – одна из основных задач современной школы. Успешная реализация этой задачи во многом зависит от сформированности у учащихся познавательных интересов.

Текстовые задачи являются тем богатейшим материалом, на котором будет решаться важнейшая задача преподавания математики – развитие мышления и творческой активности учащихся.

В процессе решения текстовых задач учащиеся усваивают конкретный смысл арифметических действий, знакомятся со знаками для записи выполняемых действий; изучаемые правила сразу же подтверждаются в решении задач. Такие задачи предусмотрены программой каждого года обучения.

Особое место среди текстовых задач имеют задачи на дроби и проценты, смеси и сплавы, на совместную работу. Предлагаю вашему вниманию несколько видов текстовых задач.

Задачи на совместную работу. При решении задач на совместную работу следует помнить, что работа, как и равномерное движение, описывается

формулой $z = xy$, где x – производительность труда (аналог скорости движения), y – время работы (время движений), z – объем выполненной работы (пройденный путь).

Пример 1. Одна труба подает в бассейн 1 м^3 воды на 4 мин быстрее, чем другая. Сколько кубических метров воды подает вторая труба за 5 ч, если она подает за это время на 100 куб.м воды меньшая, чем первая?

Решение. Пусть первая труба подает в бассейн 1 м^3 воды за x мин, то есть за $\frac{x}{60}$ ч, тогда вторая труба подает в бассейн 1 м^3 воды за $(x + 4)$ мин, то есть за $\frac{x + 4}{60}$ ч.

Это означает, что за 1 ч первая труба подает в бассейн $\frac{60}{x} \text{ м}^3$ воды, а вторая труба подает в бассейн $\frac{60}{x + 4} \text{ м}^3$ воды.

По условию задачи $\frac{60}{x} \text{ м}^3$ больше $\frac{60}{x + 4} \text{ м}^3$ на $\frac{100}{5} \text{ м}^3$. составим и решим уравнение

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x + 4} = 20.$$

Разделим обе части уравнения на 20 и решим его:

$$\frac{3}{x} - \frac{3}{x + 4} = 1$$

$$\frac{3(x + 4) - 3x - x(x + 4)}{x(x + 4)} = 0$$

$$\begin{cases} -x^2 - 4x + 12 = 0 \\ x(x + 4) \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 4x - 12 = 0 \\ x(x + 4) \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -6 \text{ или } x = 2 \\ x(x + 4) \neq 0. \end{cases}$$

Так как по условию задачи значение x должно быть положительным, то $x = 2$. Тогда вторая труба подает в бассейн 1 м^3 воды за 6 мин, за 1 ч она подает в бассейн 10 м^3 воды, а за 5 ч – 50 м^3 воды.

Ответ: 50.

Задачи на дроби и проценты.

Существует три основных вида задач «на проценты»:

1. Найти число a , составляющее n процентов от числа b .

Решение. $a = \frac{n}{100} \cdot b$.

2. Обратная задача: найти число b , если n процентов от него равно a .

Решение. $b = a : \frac{n}{100}$.

3. Найти, сколько процентов составляет число a от числа b /

Решение. $n = \frac{a}{b} \cdot 100$.

Пример 2.

В двух сараях сложено сено. В первом сена в три раза больше, чем во втором. После того, как из первого сарая взяли 20 т сена, а во второй добавили 20 т сена, оказалось, что во втором сарае масса сена равна $\frac{5}{7}$ массы сена, оставшегося в первом сарае. Сколько тонн сена было первоначально во втором сарае?

Решение. Пусть во втором сарае x т сена, тогда в первом сарае $3x$ т сена. После всех перемещений сена в первом сарае стало $(3x - 20)$ т сена, а во втором $(x + 20)$ т сена.

По условию задачи $x + 20 = \frac{5}{7} (3x - 20)$, откуда $x = 30$.

Итак, во втором сарае было первоначально 30 т сена.

Ответ: 30.

Задачи на смеси и сплавы.

Пример 3. Сплавили 300 т сплава олова и меди, содержащего 60% олова, и 900 г сплава олова и меди, содержащего 80% олова. Сколько процентов олова в получившемся сплаве?

Решение. Масса олова в первом сплаве равна $0,6 \cdot 300 \text{ г} = 180 \text{ г}$, во втором – $0,8 \cdot 900 \text{ г} = 720 \text{ г}$.

Тогда масса олова в новом сплаве

$$180 \text{ г} + 720 \text{ г} = 900 \text{ г},$$

масса нового сплава равна

$$300 \text{ г} + 900 \text{ г} = 1200 \text{ г},$$

процентное содержание олова в нем равно

$$\frac{900z}{1200z} \cdot 100\% = 75\%.$$

Ответ: 75%.

Задачи на арифметическую прогрессию

Формула n – го члена арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d.$$

Формула суммы n первых членов арифметических прогрессии:

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$$

Пример 4. Во время распродажи с 21 июня по 30 июня количество проданных сервисов ежедневно увеличивалось на одно и то же число. При этом с 21 по 24 июня было продано 460 сервисов, а с 23 по 26 июня было продано 700 сервисов. Сколько сервисов было продано за все время распродажи?

Решение. Последовательность количеств проданных за день сервисов – арифметическая прогрессия (a_n) . Ее первый член a_1 – количество сервисов, проданных 21 июня, а разность d – величина, на которую каждый день увеличивалось количество проданных сервисов.

Количество проданных сервисов с 21 по 24 июня:

$$4a_1 + 6d = 460.$$

Количество проданных сервисов с 23 по 26 июня:

$$4a_1 + 14d = 700.$$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 4a_1 + 6d = 460. \\ 4a_1 + 14d = 700 \end{cases}$$

Решим систему методом сложения, вычитания из второго уравнения первое.

$$\begin{cases} a = 70 \\ d = 30 \end{cases}$$

Количество проданных за все время распродажи сервисов – сумма десяти первых членов данной арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot 70 + 30 \cdot 9}{2} \cdot 10 = 2050.$$

Итак, за все время распродажи было продано 2050 костюмов.

Ответ: 2050.

Задачи на геометрическую прогрессию

Геометрическая прогрессия – числовая последовательность, в которой каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число q (знаменатель геометрической прогрессии):

$$b_{n+1} = b_n q.$$

Формула n -го члена геометрической прогрессии:

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

Формулы суммы n первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, q \neq 1; S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1.$$

Пример 5. В первую неделю работы очистных сооружений после их реконструкции количество вредных выбросов в реку ежедневно уменьшалось в одно и то же число раз. Сколько вредных веществ попало в реку за эту неделю, если во второй день в реку попало 128 м^3 , а в пятый день – 16 м^3 вредных веществ?

Решение. Последовательность объемов выбросов в каждый из семи дней – геометрическая прогрессия (b_n) , в которой даны $b_2 = 128$ и $b_5 = 16$, а найти нужно сумму первых семи членов S_7 .

Найдем знаменатель прогрессии q . Так как

$$q^3 = b_5 : b_2 = 16 : 128 = \frac{1}{8},$$

то $q = \frac{1}{2}$. Тогда $b_1 = b_2 : q = 128 : \frac{1}{2} = 256$, а

$$S_7 = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{256 \left(\left(\frac{1}{2} \right)^7 - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = -2 \cdot 256 \cdot \left(\frac{1}{128} - 1 \right) = \frac{2 \cdot 256 \cdot 127}{128} = 508.$$

Итак, за неделю в реку попало 508 м^3 вредных веществ.

Ответ: 508.

Задачи на отношения и пропорции

Пример 6. Длины сторон двух квадратов пропорциональны числам 5 и 4. если стороны каждого из квадратов уменьшится на 2 см, то разность площадей полученных квадратов будет равна 28 см^2 . найдите сторону большего квадрата.

Решение. Пусть сторона первого квадрата равна $5x$ см, тогда сторона второго квадрата равна $4x$ см. после уменьшения сторон квадратов стали равными $(5x - 2)$ см и $(4x - 2)$ см соответственно, а их площади $(5x - 2)^2 \text{ см}^2$ и $(4x - 2)^2 \text{ см}^2$. По условию задачи $(5x - 2)^2 - (4x - 2)^2 = 28$.

Решим полученное уравнение.

$$9x^2 - 4x - 28 = 0;$$

$$x = 2 \text{ или } x = -\frac{14}{9}.$$

Так как по смыслу задачи значения x положительные, то $x = 2$. Тогда сторона большего из данных квадратов равна $5 \cdot 2 = 10(\text{см})$.

Ответ: 10.

Вычисление процента по количествам.

Вопрос: Сколько процентов составляет A от B ?

Формула ответа: $\frac{A}{B} \cdot 100\%$. (1)

Обсуждение. Здесь ключевое слово *от*. То, что за ним, принимается за сто-процентную базу и записывается в знаменатель.

Задача. В одном городе Канады 70% жителей знают французский язык и 80% – английский язык. Сколько процентов жителей знают оба языка?

Алгебраическое решение. исходим из того, что каждый житель города знает хотя бы один из двух языков – английский или французский. Пусть x жителей

знают только английский, y – только французский, z – оба языка. Тогда из формулы (1) получим:

$$\frac{x+y}{x+y+z} = 0.8$$

$$\frac{x+y}{x+y+z} = 0.7$$

Сложив оба эти равенства, получим

$$1 + \frac{z}{x+y+z} = 1 + 0,5 \leftrightarrow \frac{z}{x+y+z} \cdot 100\% = 50\%,$$

Ответ: 50%.

С математической точки зрения раздел процентов в школьной математике является простейшим.

Научить процентам – это в первую очередь научить быстро и без колебаний переводить ту или иную словесную формулировку с участием процентов в соответствующую математическую формулировку. В таком умении современный человек независимо от рода деятельности и уровня образования нуждается непрерывно – достаточно одних банковских операций. В силу общей значимости поставленной проблемы и с учетом накопленного средней школой опыта представления очевидным оставить задачу обучения процентам именно за средней школой. Совершенно справедливо то, что понятие процента, как математически тривиальное, вводится уже в шестом классе. Но неприемлемо то, что жизненно важные понятия и умения операций с процентами не закрепляются в старших классах, в контрольные испытания не входят и, более того, иногда представляются в ненормативной форме. В результате это приводит к нарушению деловых коммуникаций национального социума.

Список литературы

1. Багишова О. Составляем буквенное выражение по условию задачи // Математика. – 2006. – №19.
2. Борисова Н. Текстовые задачи // Математика. – 2007. – №14.
3. Варшавский И.К. Текстовые задачи на Едином Государственном Экзамене // Математика. – 2006. – №1.

4. Колупаева Г. Несколько решений одной задачи // Математика. – 2007. – №9.
5. Пойа Д. Как решать задачу? // Министерство просвещения РСФСР. – М., 1961.
6. Садовичий Ю. Решаем конкурсные задачи // Математика. – 2007. – №9.
7. Хабибуллин К.Я. Моделирование ситуаций при решении задач на движение // Математика в школе. – 2003. – №8.
8. Черкасов Р.С. Методика преподавания математики в средней школе, общая методика. – М.: Просвещение, 1985.
9. Кулик Т.А. Программа элективного курса по алгебре для 9 класса. Решение текстовых задач [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://doc4web.ru/algebra/programma-elektivnogo-kursa-po-algebre-dlya-klasa-reshenie-teks.html> (дата обращения: 09.07.2018).