

Веденеева Анна Владимировна

студентка

Касаткина Элла Феликсовна

канд. техн. наук, доцент

ФГБОУ ВО «Владимирский государственный

университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых»

г. Владимир, Владимирская область

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ОШИБОК КОНТРОЛЯ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ИСПЫТАНИЙ

Аннотация: в данной статье рассматриваются вопросы оценки ошибок первого и второго рода при проведении испытаний тахометров.

Ключевые слова: вероятность ошибки, тахометр, погрешность измерения, деформация закона распределения случайной величины.

При проведении статистических исследований важным элементом является определение вероятностей ошибок первого и второго рода.

Например, если измеряемая частота вращения соответствует 2000 c^{-1} , допускается, чтобы показания тахометров находились в интервале от 2000 до 2100 c^{-1} . Значение основной погрешности тахометров для каждой числовой отметки шкалы установлены ТУ 37.003.1251 – 85. Таким образом, если при проведении испытаний показания тахометров не выходят за указанные границы, то по результатам испытаний приборы признаются годными, если показания тахометров выходят за указанные границы – приборы признаются негодными.

При проведении операции контроля существуют систематические и случайные погрешности. Допустим, что систематические погрешности измерения известны и исключены, таким образом, учитываются только случайные погрешности измерения.

Введем следующие обозначения:

N_{a} – действительное значения измеряемого параметра N , которое в процессе измерения остается случайной величиной; $F(N)$ – плотность распределения

значений $N_{\ddot{a}}$ измеряемого параметра N ; $N_{\dot{e}}$ – результат измерения; $X = N_{\dot{e}} - N_{\ddot{a}}$ – погрешность измерения; $f(X)$ – плотность распределения погрешности измерения.

Погрешность измерения, как правило, приводит к деформации закона распределения измеряемого параметра. Поскольку при регулировке тахометров проводится их настройка на середину поля допуска основной погрешности, теоретически предполагается, что распределение измеряемой величины – показаний партии тахометров на данной числовой отметке – подчиняется нормальному закону. На рис. 1 показана деформация закона распределения $f(N)$ параметра (сплошная линия) за счет погрешности измерения X (пунктир). В результате образуются зоны I и II, характеризующие браковку годного и пропуск негодного тахометра. Здесь σ_N – среднеквадратическое отклонение (СКО) контролируемого параметра, σ_X – СКО погрешности измерения. Тогда допуск параметра $T = 6\sigma_N$, а допуск погрешности измерения $T_X = 6\sigma_X$.

При проведении контроля методом перехода стрелки через отметку на шкале тахометра в качестве $N_{\dot{e}}$ выступает значение частоты вращения, снятое по цифровому табло установки, а $N_{\ddot{a}}$ – значение, которое должно было бы быть на цифровом табло установки при данном значении электрического сигнала, подаваемого на контролируемый тахометр.

Пусть в результате измерения величины $N_{\ddot{a}}$ параметра N по цифровому табло установки считано показание $N_{\dot{e}}$. Таким образом, возможны следующие события: $I_{N_{\ddot{a}}}$ – значение $N_{\ddot{a}}$ параметра N находится в границах (a, b) поля допуска контролируемого параметра; $I_{N_{\dot{e}}}$ – значение $N_{\dot{e}}$ параметра N находится вне границ поля допуска; $I_{N_{\dot{e}}}$ – результат измерения $N_{\dot{e}}$ находится в границах поля допуска; $I_{N_{\dot{e}}'}$ – результат измерения $N_{\dot{e}}$ находится вне границ поля допуска.

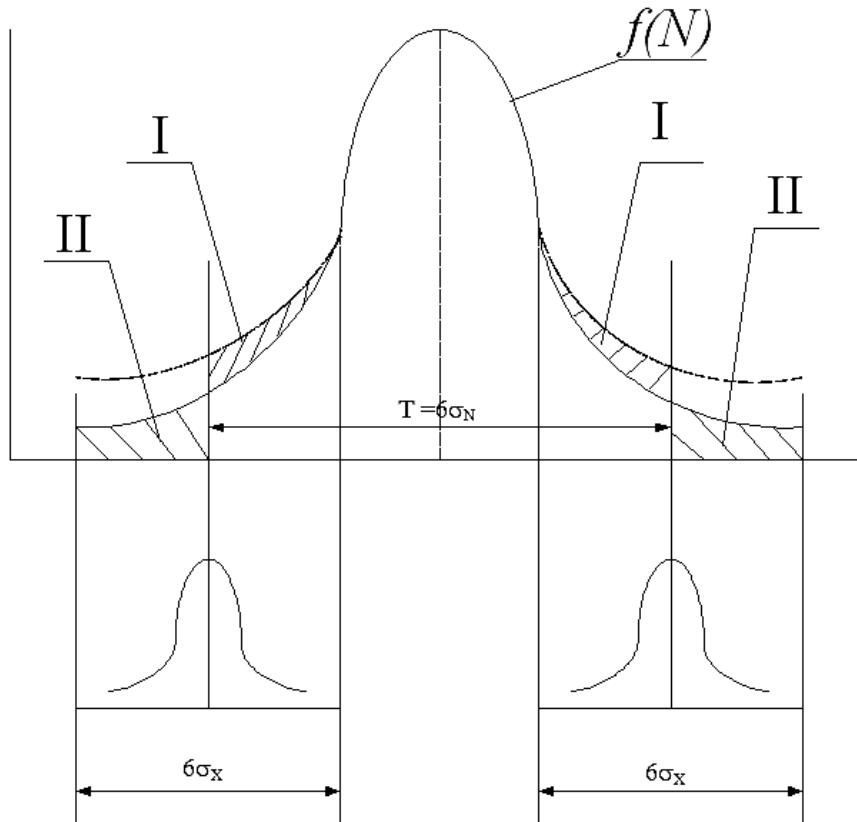


Рис. 1. Деформация закона распределения

События, связанные со значением $N_{\bar{a}}$ параметра N и результатом измерения $N_{\bar{e}}$, попарно совместные. Поэтому возможны следующие события:

$I_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}$ – значение $N_{\bar{a}}$ и результат измерения $N_{\bar{e}}$ находятся в границах поля допуска. В этом случае делается верное заключение о том, что значение величины параметра находится в границах поля допуска;

$I'_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}$ – величины $N_{\bar{a}}$ и $N_{\bar{e}}$ находятся вне границ поля допуска, т. е. тоже делается верное заключение о результате контроля параметра;

$I''_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}$ – значение величины $N_{\bar{a}}$ параметра N находится в границах поля допуска, а результат измерения $N_{\bar{e}}$ – вне границ поля допуска; это событие называется ложным браком;

$\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}$ – значение величины $N_{\bar{a}}$ находится вне границ поля допуска, а результат измерения $N_{\bar{e}}$ – в границах поля допуска; это событие называется необнаруженным браком.

Очевидно, что качество или инструментальную достоверность контроля параметра N можно оценить вероятностной мерой появления рассмотренных сложных событий. Эти события несовместные и составляют полную группу событий, поэтому сумма вероятностей их появления равна единице:

$$P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}) + P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}) + P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}) + P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}) = 1$$

Назовем сумму вероятностей событий $P = P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}) + P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}})$ вероятностью верного заключения о результате контроля ($D_{\bar{A},\bar{C}}$), а сумму вероятностей $P = P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}}) + P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}})$ – вероятностью неверного заключения ($D_{\bar{I},\bar{C}}$). Следовательно, $D_{\bar{A},\bar{C}} + D_{\bar{I},\bar{C}} = 1$. Вероятность события $P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}})$ назовем вероятностью ошибки первого рода (P_I), а вероятность события $P(\dot{I}_{N_{\bar{a}}N_{\bar{e}}})$ – вероятностью ошибки второго рода (P_{II}). В этом случае $D_{\bar{I},\bar{C}} = P_I + P_{II}$. Таким образом, вероятности P_I , P_{II} , $D_{\bar{I},\bar{C}}$, $D_{\bar{A},\bar{C}}$ зависят от точностных характеристик измерительных средств, поля допуска и распределения значения $N_{\bar{a}}$ измеряемого параметра N . Эти вероятности можно взять в качестве критериев оценки инструментальной достоверности измерений.

Для определения значений вероятностей P_I и P_{II} возьмем формулу полной вероятности в интегральной форме. Пусть имеется некоторое событие H , и известна условная вероятность $P\{H/X\}$ появления события H при условии, что произошло событие X . В теории вероятностей доказывается, что, если функция $P\{H/X\}$ интегрируема относительно $F(X)$, то имеет место следующая формула полной вероятности:

$$P(H) = \int P\{H/X\} dF(X)$$

Вероятности ошибок контроля:

$$P_I = \frac{1}{\pi} \int_{-\eta}^{\eta} e^{-\frac{N_{\bar{a}}^2}{2}} dN_{\bar{a}} \int_{\frac{3(N_{\bar{a}} - \eta)}{\eta_N}}^{\infty} e^{-\frac{X^2}{2}} dX; \quad P_{II} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{-\eta} e^{-\frac{N_{\bar{a}}^2}{2}} dN \int_{\frac{3(N_{\bar{a}} + \eta)}{\eta_N}}^{\frac{3(N_{\bar{a}} - \eta)}{\eta_N}} e^{-\frac{X^2}{2}} dX$$

Искомые вероятности ошибок контроля при проведении приемочных испытаний можно определить, используя nomограммы функций $P_I = f(\eta, \eta_t, \eta_N)$ и $P_{II} = f(\eta, \eta_t, \eta_N)$, где:

$$\eta = \frac{T}{\sigma_N}; \quad \eta_T = \frac{\Delta_{\text{еск}}}{T}; \quad \eta_N = \frac{\Delta_{\text{еск}}}{\sigma_N}.$$

Таким образом, вероятности возникновения ошибок первого и второго рода:

$$P_I = 0,022 \text{ и } P_{II} = 0,007.$$