

УДК 521.1; 522.7; 523.8

DOI 10.21661/r-486088

В.И. Кулик, И.В. Кулик

ИНЕРЦИЯ: НАУЧНЫЙ И МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКИЙ АСПЕКТЫ

***Аннотация:** в статье ставится цель проникнуть в понятие «инерционное состояние тела» и что такое, или как понимать выражение «инерционная сила». Авторы рассматривают инерционное состояние тела или системы, как независимое, самостоятельное, само сохраняемое и только внутренне диалектически изменяемое состояние системы, живущей по своим внутренним законам.*

***Ключевые слова:** время, орбита, скорость, инерция, центробежная сила, центростремительная сила, движущееся тело, кинетическая энергия, инерционная сила, потенциальная энергия.*

V.I. Kulik, I.V. Kulik

INERTIA: SCIENTIFIC AND WORLD OUTLOOK ASPECTS

***Abstract:** comprehension of the concepts: «inertial condition of a body» and «inertial force» is the main aim of the article. Authors consider an inertial condition of a body or a system, as independent, autonomous, self-retaining and only internally dialectically changeable condition of the system living under the internal laws.*

***Keywords:** inertia, inertial, centrifugal and centripetal force, a moving body, an orbit, speed, time, kinetic and potential energy.*

Предисловие

В предисловии редактора к работе [1] академик А. Ю. Ишлинский кратко охарактеризовал следующие основные постулаты классической механики.

Классическая механика постулирует наличие «абсолютной» системы координат с началом в центре масс Солнечной системы и с осями, направленными к «неподвижным» звёздам. Пространство принимается за евклидово, время считается независимой категорией, «абсолютным», всюду текущим одинаково.

Каждое тело (точнее, материальная точка) ускоряется в такой системе координат под воздействием других тел. Мера этого воздействия называется силой, силой физической, или Ньютоновой, естественно – по определению. Ускорение обратно пропорционально массе тела, его мере инерции. Верен закон действия и равного, противоположно направленного противодействия – третий закон Ньютона. Всякой Ньютоновой силе, т. е. воздействию одного тела на другое, присуща равная, противоположно направленная и действующая по той же прямой сила воздействия второго тела на первое. Векторные величины, хотя бы и называемые по ряду причин силами и имеющие ту же размерность, но не вызывающие «абсолютного» ускорения и не имеющие отношения к третьему закону Ньютона, таким образом, не являются физическими, Ньютоновыми или естественными силами. Так называемые силы инерции, встречающиеся в классической механике, как раз и являются в этом смысле силами фиктивными.

Сила инерции? Чему она равна? А быть может это не сила? Инерция – это природное свойство тел сохранять покой или движение, когда на тело не действуют внешние силы или их равнодействующая равна нулю.

Исследование по теме

1. Если тело массой m движется равномерно с постоянной скоростью v и на него не действуют внешние силы, или они уравновешены (что означает, что тело движется по инерции), то оно обладает кинетической энергией движения равной $W_K = mv^2/2$. Здесь m масса тела, v скорость движения тела. Эту энергию можно определить, остановив принудительно движение тела или доведя его скорость до нуля, т. е. до скорости $v = 0$, и измерив ту работу, которую произведёт тело при изменении его скорости движения от v до $v = 0$.

2. Аналогичным образом, находящаяся в состоянии инерционного покоя, например, упругая пружина, также обладает внутренней, скрытой энергией, но не кинетической, а потенциальной энергией, например, как пружина, у которой закон изменения энергии – $W_{II} = kx^2/2$. Здесь k – «квазиупругая сила» пружины, x – перемещение свободного конца пружины. Эту энергию можно определить,

переместив конец пружины на расстояние $x = a$. Произведённая работа будет равна потенциальной энергии принудительно сжатой (или растянутой) пружины.

3. Ни движущееся тело массой m , ни покоящаяся упругая пружина, сами по себе, не обнаруживают явно никаких сил до тех пор, пока они не войдут в соприкосновение с другим телом, или друг с другом (или в зону взаимного бесконтактного влияния друг на друга, если таковое имеет место быть).

4. На рис. 1 и 2 показано тело массой $m=1$ г, которое обладает кинетической энергией и движется равномерно со скоростью v в направлении, указанном стрелкой навстречу неподвижной упругой преграде, обладающей собственной потенциальной энергией. На рис. 1 и 2 (и далее) обозначено: m – масса движущегося тела; k – квази-упругая сила «преграды» (например, – пружины, см. рис. 1); F – постоянная сила, рис. 2, действующая между телом и «преградой»; a – путь тела от контакта до полной остановки; τ – время от контакта до полной остановки; g – ускорение; $v_0 = v$ – скорость тела до контакта (а при упругом контакте – также и после контакта); W_i – энергия. На всех рисунках на движущееся тело действует сила преграды, направленная везде справа налево, как «сопротивление», препятствующее движению тела. При движении тела слева направо преграда препятствует движению, а при движении тела справа налево сила преграды действует как «напор», сопутствует движению. Отметим, что на рис. 2, 4, 5, 6 взаимодействие тела с преградой постоянного сопротивления подобно взаимодействию тела с гравитационной силой вблизи Земли.

5. Как только масса m коснётся неподвижной преграды в т. О (например, – пружины), она начнёт сжимать пружину производя работу (работу по сжатию пружины) и расходовать свою кинетическую энергию (в прошлых столетиях её называли «движущей силой»), при этом, сила взаимодействия может меняться!

6. Здесь (при соприкосновении) кинетическая энергия движущегося по инерции тела переходит (перетекает, преобразуется...) в потенциальную энергию сжимающейся пружины, причём этот переход происходит в строгом соответствии с законом сохранения энергии. Далее, этот переход происходит в строгом соответствии с законом изменения силы самой преграды (например, пружины –

её *потенциальной* характеристики k и x !) и законом изменения кинетической энергии движущегося тела массы m (его – *кинетической* характеристики v и τ !).

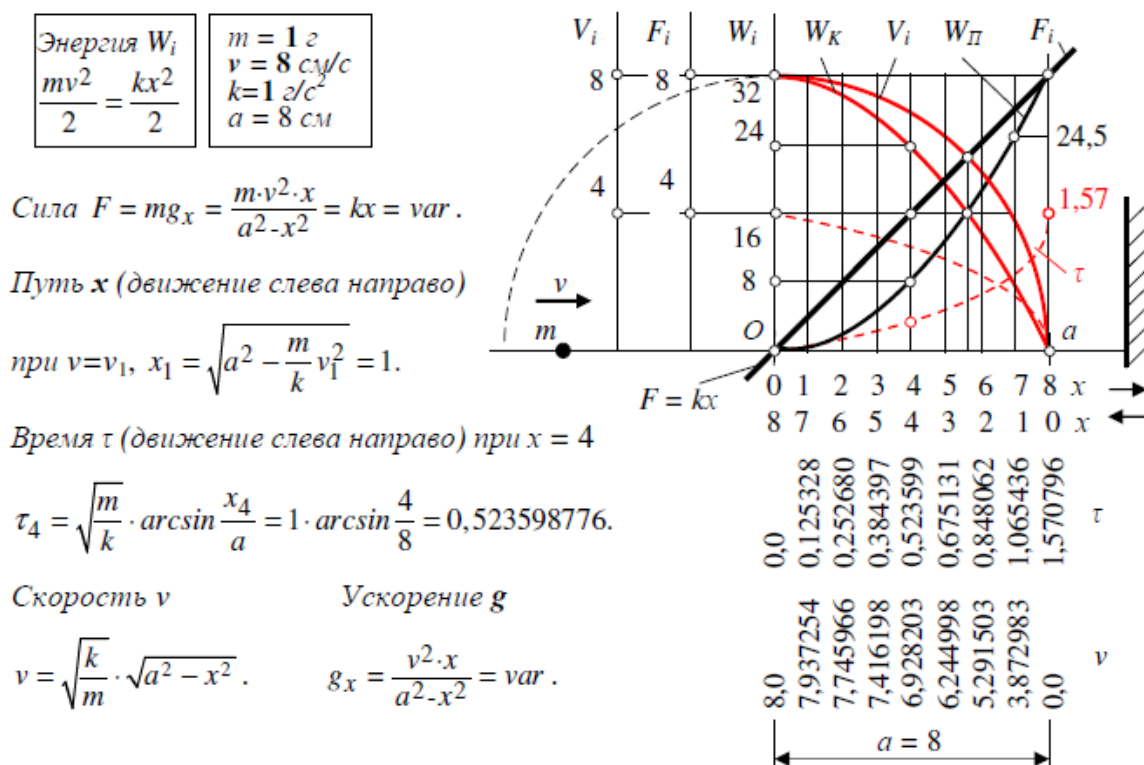


Рис. 1 Взаимодействие тела с линейно-упругой преградой, $m = 1$ г

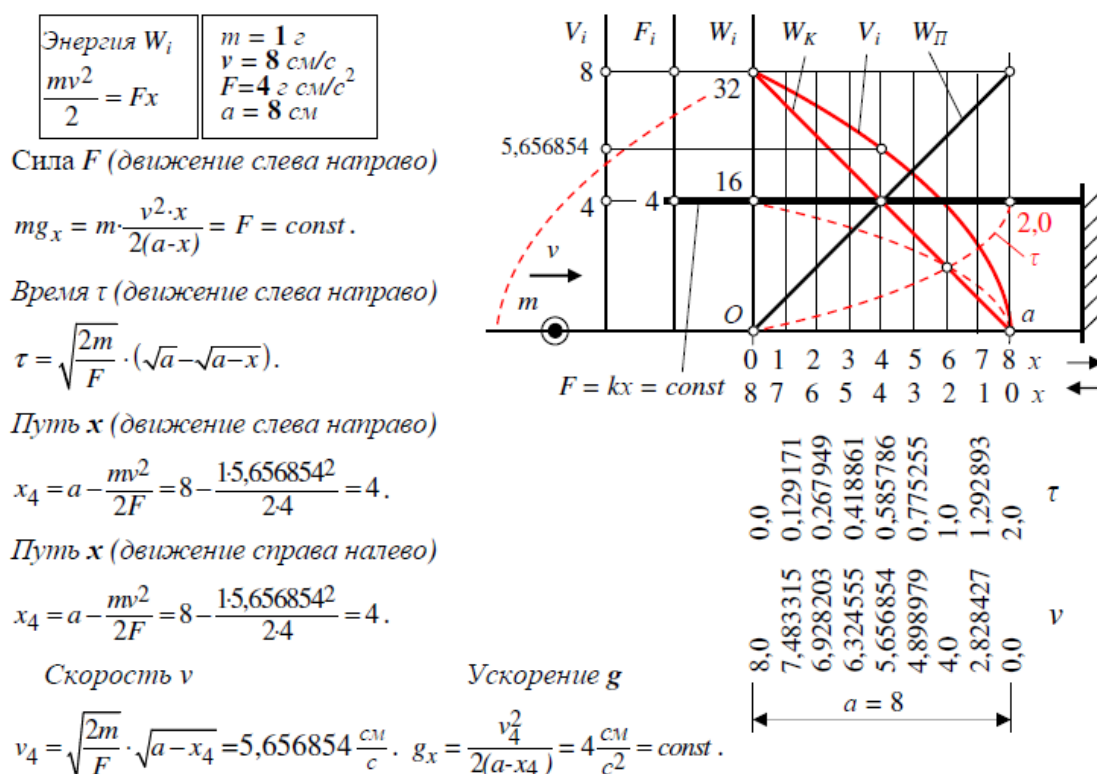


Рис. 2. Взаимодействие тела с преградой постоянного сопротивления, $m = 1$ г

7. И в момент соприкосновения, и во время сжатия пружины, и в момент остановки тела, возникающая и действующая между телом (массой m) и преградой (пружиной), сила может быть различной (изменяющейся, постоянной...), но работа, совершаемая движущейся массой m до полной остановки своего движения относительно неподвижной преграды, всегда равна начальной (бывшей до контакта с преградой) кинетической энергии W_K , а после остановки тела она равна, теперь уже, потенциальной W_{II} энергии сжатой пружины. Эта энергия остановившегося тела теперь содержится в сжатой телом пружине. В момент начала контакта тела с пружиной $W_{II} = 0$, в момент остановки тела $W_K = 0$.

В момент контакта (и в промежутке контакта) движущегося тела с преградой всегда энергия $W_K + W_{II} = \text{const}$, а в крайних точках или $W_K = \frac{mv^2}{2}$, (тогда $W_{II} = 0$), или $W_{II} = \frac{kx^2}{2}$, (тогда $W_K = 0$).

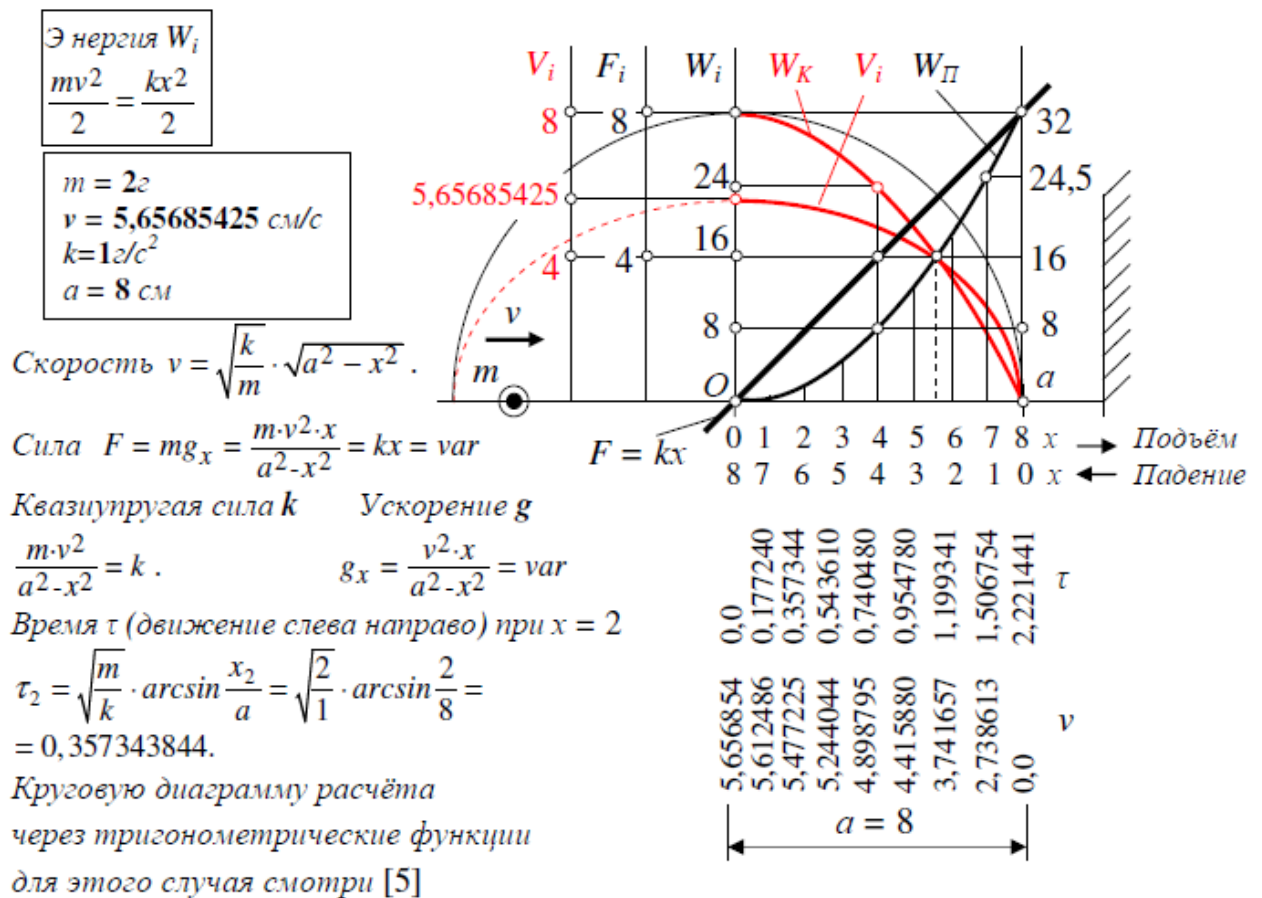


Рис. 3. Взаимодействие тела с линейно-упругой преградой, $m = 2 \text{ г}$

8. О движущемся теле (или массе m) нельзя сказать, какой силой инерции оно обладает, или чему равна его сила инерции. Эта сила при контакте

определяется кинетической энергией самого движущегося тела и законом изменения силы упругости (силы сопротивления) преграды, как системы, обладающей своим собственным законом изменения своей внутренней потенциальной энергии.

На рис. 3 подробно показаны основные параметры взаимодействия равномерно движущегося тела, обладающего вдвое большей массой $m = 2 \text{ г}$, но прежней кинетической энергией движения $W_K = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{2 \cdot 5,65685425^2}{2} = 32 \frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{с}^2}$, с той же самой преградой (см. рис. 1), закон изменения силы которой упруго-линейный, $F_1 = kx$, где $k = 1 [\text{г}/\text{с}^2]$ – «квазиупругая сила» преграды.

На рис, 4, 5, 6 подробно показаны основные параметры взаимодействия равномерно движущегося тела с преградой, которая воздействует на движущееся тело постоянной силой $F = \text{const}$.

И опять о движущейся массе m с кинетической энергией W_K нельзя сказать, какой «силой инерции» она обладает, или чему равна её «сила инерции», смотри рис. 3 и рис. 4, где сила зависит от свойств или характеристики другого тела – «преграды». Точно так же мы ничего не можем сказать и о «силе инерции» покоящейся пружины, смотри рис. 3, (пока движущееся тело не коснулось свободного конца пружины, ни о какой силе не может быть речи). Максимальная сила сжатой преграды (при контакте тела с ней) зависит от характеристики («квазиупругой силы») преграды и той кинетической энергии, которой обладало тело до контакта с преградой.

Вот как объясняет инерцию И. Ньютон (в переводе академика А. Н. Крылова [8]). «Врождённая сила материи есть присущая ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает своё состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Эта сила всегда пропорциональна массе (не всегда, смотри рис. 4 и рис. 5, где сила не пропорциональна массе и рис. 4 и рис. 6, где сила пропорциональна массе, или рис. 1. где сила $F = \text{var}$, а масса $m = \text{const}$, но всегда $F = mg$) и если отличается от инерции массы, то разве только воззрением на неё.

От инерции материи происходит, что всякое тело лишь с трудом выводится из своего покоя или движения. Поэтому «врождённая сила» могла бы быть весьма вразумительно названа «силою инерции». (*Обратите внимание, как осторожно И. Ньютон вводит здесь это понятие – «сила инерции»*).

«Эта сила проявляется телом единственно лишь, когда другая сила, к нему приложенная, производит изменение в его состоянии. Проявление этой силы может быть рассматриваемо двояко – и как сопротивление, и как напор. Как сопротивление – поскольку тело противится действующей на него силе, стремясь сохранить своё состояние; как напор – поскольку то же тело, с трудом уступая силе сопротивляющегося ему препятствия, стремится изменить состояние этого препятствия. Сопротивление приписывается обыкновенно телам покоящимся, напор – телам движущимся. Но движение и покой при обычном их рассмотрении различаются лишь в отношении одно к другому...» [8].

Итак, «врождённая сила материи» есть свойство материи, или есть не что иное, как инерция. «...Проявление инерции в высшей степени *отлично от* того, которое свойственно обычным силам». [9]. (*Обратите внимание на мысль Л. Эйлера – «отлично от...»*).

«Приложенная сила, – продолжает И. Ньютон, – есть действие, произведенное над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Сила проявляется единственно только в действии и по прекращении действия в теле не остаётся. Тело продолжает затем удерживать своё новое состояние вследствие одной только инерции. Происхождение приложенной силы может быть различное - от удара, от давления, от центростремительной силы». И далее: «Волчок, коего части вследствие взаимного сцепления отвлекают друг друга от прямолинейного движения, не перестаёт равномерно вращаться, поскольку это вращение не замедляется сопротивлением воздуха...», [8].

Мнение Ньютона о вращательном движении допускает обоснование того, что и вращательное движение обладает свойством движения (или вращения) по инерции! Из всего сказанного можно сделать заключение, что «только покой или только равномерное движение» характеризует инерционное состояние тела.

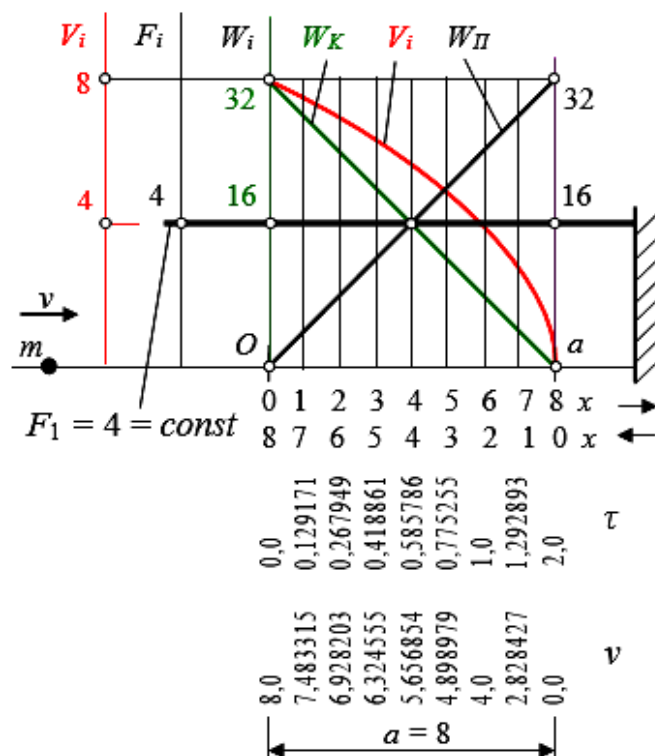


Рис. 4. Взаимодействие тела, $m = 1 \text{ г}$ с преградой – постоянной силой упругого сопротивления: $m = 1 \text{ г}$; $F_1 = 4 \text{ г}\cdot\text{см}/\text{с}^2 = \text{const}$; $W_{K1} = W_{П1} = 32 \text{ г}\cdot\text{см}^2/\text{с}^2$; $a = 8 \text{ см}$; $v_0 = 8 \text{ см}/\text{с}$; $g = 4 \text{ см}/\text{с}$; $\tau = 2.0 \text{ с}$

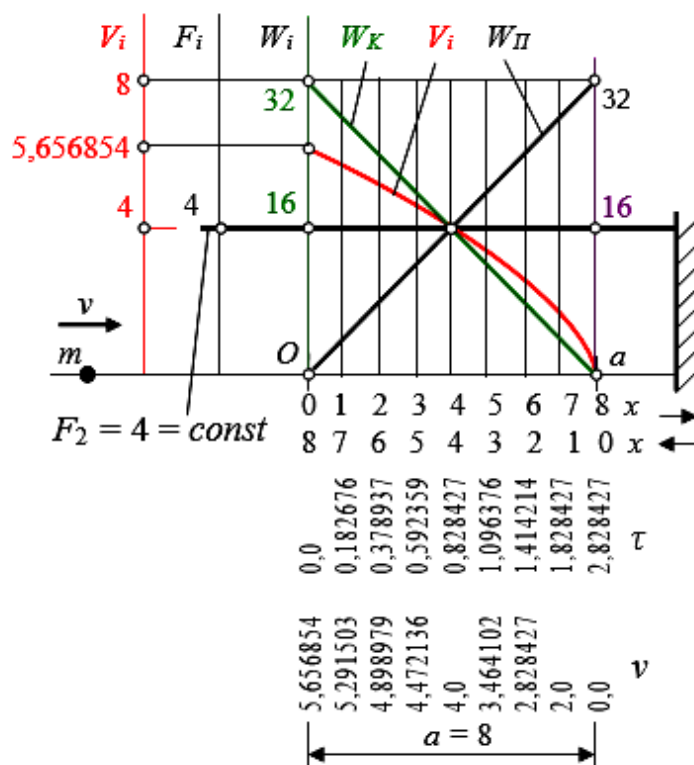


Рис. 5. (F и W_K) = const, $m \neq \text{const}$. Взаимодействие тела, $m = 2 \text{ г}$ с преградой – постоянной силой упругого сопротивления: $m = 2 \text{ г}$; $F_2 = 4 \text{ г}\cdot\text{см}/\text{с}^2 = \text{const}$; $W_{K2} = W_{П2} = 32 \text{ г}\cdot\text{см}^2/\text{с}^2$; $a = 8 \text{ см}$; $v_0 = 5.656854 \text{ см}/\text{с}$; $g = 4 \text{ см}/\text{с}^2$; $\tau = 2.828427 \text{ с}$

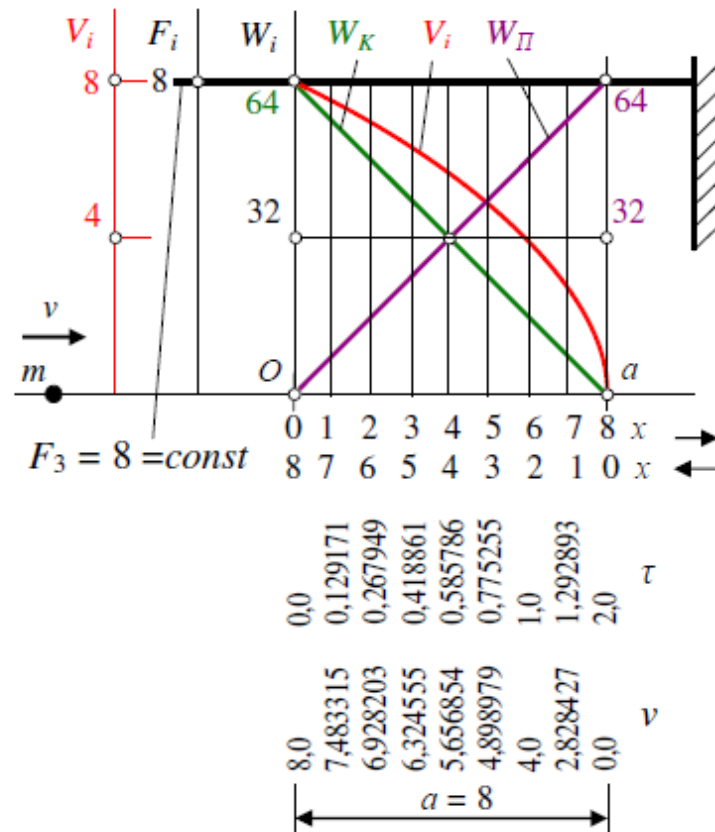


Рис. 6. $(F \text{ и } W_k) \neq \text{const}$, $m = \text{const}$. Взаимодействие тела, $m = 2 \text{ г}$ с преградой – постоянной силой «упругого» сопротивления: $m = 2 \text{ г}$; $F_3 = 8 \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2 = \text{const}$; $W_{K3} = W_{\Pi 3} = 64 \text{ г} \cdot \text{см}^2/\text{с}^2$; $a = 8 \text{ см}$; $v_0 = 8 \text{ см}/\text{с}$; $g = 4 \text{ см}/\text{с}^2$; $\tau = 2,0 \text{ с}$

Так для всех схем рис. 1 ... 5, при движении тела слева направо до соприкосновения с неподвижным телом (в т. O), имеем инерционное прямолинейное равномерное движение. На участке $0 < x < a$ активного контакта тела с пружиной, движение тела уже понимается как не инерционное. Кинетическая энергия тела $W_K = 32 \text{ г} \cdot \text{см}^2/\text{с}^2$ (расходуется, исчезает...) переходит в потенциальную энергию сжимающейся пружины, а в точке $x = a$ никакого вообще движения нет, остановка тела (или инерционный покой, пусть даже кратковременный, где скорость движения тела $v = 0$), а в сжатой пружине потенциальная энергия теперь, напротив, равна $W_\Pi = 32 \text{ г} \cdot \text{см}^2/\text{с}^2$. Затем происходит движение справа налево, пружина разжимается и на участке $a > x > 0$ она разгоняет тело и отдаёт телу накопленную потенциальную энергию. Как только контакт тела с подвижным торцом пружины прекратится в т. O , сила пружины перестаёт действовать на тело и оно, само по себе, продолжает теперь уже инерционное прямолинейное равномерное движение, обладая прежней кинетической энергией $W_K = 32 \text{ г} \cdot \text{см}^2/\text{с}^2$.

Из показанных на рис. 1, 2, 3, формул: энергии, силы, скорости, ускорения, времени, пути, можно, при известных остальных параметрах, опять-таки, определить: путь a , пройденный телом, начальную скорость v_0 , при движении слева направо, или конечную скорость при движении тела справа налево, смотри стрелки на рисунках, указывающих изменение отсчёта x , и другие параметры. Например, рис. 4, если кинетическую энергию движущегося тела увеличить в два раза, сохранив массу $m = 1$ г, то скорость начальная станет $v_0 = 11,3137085$ см/с, и тело пройдёт до остановки путь $a = 16$ см., а ускорение равное $g = 4$ см/с² и сила преграды $F = 4$ г·см/с² останутся прежними.

Всё это можно было бы определять именно так, если бы гравитационная сила не «отличалась» от «обычных» сил. Вспомните высказывание [9] Л. Эйлера («отлично от...»), на которое мы обратили внимание раньше.

Поэтому, необходимо сделать два важных замечания.

Первое замечание заключается в следующем.

На рис. 2 и 4 масса $m = 1$ г движется с кинетической энергией $W_K = 32$ г·см²/с² со скоростью $v = 8$ см/с, встречая преграду, воздействующую на движущееся тело с постоянной силой $F = 4$ г·см/с², и через время $\tau = 2$ с оно останавливается.

На рис. 5 тело, теперь уже вдвое большей массы $m = 2$ г, движется с той же самой кинетической энергией $W_K = 32$ г·см²/с², но со скоростью $v = 5,65685425$ см/с, встречая ту же преграду, воздействующую на движущееся тело с той же постоянной силой $F = 4$ г·см/с. При этом уменьшается ускорение тела в два раза до величины $g = 2$ см/с² и увеличивается время на том же ($a = 8$ см) пути до величины $\tau = 2,82842$ с. Здесь ускорение обратно пропорционально массе. Как видим, масса увеличилась, а сила осталась равной прежней величине. И потому сила – не всегда пропорциональна массе. Она зависит от закона изменения силы самой преграды, но не массы, движущегося по инерции тела.

При сравнении рис. 5 и 6 обнаруживаем: $(F \text{ и } W_K) \neq const, m = const$, здесь сила разная, ускорение пропорционально силе, сила не пропорциональна массе, так как $m = const$. Также и ускорение – не всегда обратно пропорционально массе тела, смотри внимательно рисунки 4, 5, 6 и подписи к ним.

Второе замечание заключается в следующем.

В гравитационном поле Земли всё не так. Если тела разных масс падают на Землю с одной и той же высоты, например $a = 8$ см, и ускорение свободного падения принимаем равным $g = 4$ см/с, то скорость в конце падения $v = \sqrt{2ga} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 8} = 8$ см/с будет для всех тел одинакова, одинаково будет и время падения тел $\tau = \sqrt{\frac{2m}{F}} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{a-x} = 2$ с в конце пути, равном $x = 8$ см.

Это можно проследить по рис. 4 и 6, где (после перемещения слева направо, что мы отождествляем с подъёмом тела вверх от Земли с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 8$ см/с) в точке a скорость тела любой массы становится равной нулю, и затем, падая (движение справа налево) в точку O , в конце пути равном $a = 8$ см, тела любой массы приобретают прежнюю одинаковую скорость и проходят этот путь за одинаковое время равное $\tau = 2$ с. Для примера, смотри рис. 2, при «падении» (движение справа налево), путь, пройденный телом при равноускоренном движении, принято определять по формуле

$$x_5 = \frac{g\tau^2}{2} = \frac{4 \cdot (\tau_8 - \tau_3)^2}{2} = \frac{4 \cdot (2,0 - 0,418861)^2}{2} = 5 \text{ см.}$$

Особенность будет заключаться в том, что тела разных масс притягиваются к Земле с одинаковым ускорением, но с разными силами $m_i \cdot g = m_i \cdot \frac{v^2}{2 \cdot (a-x)} = F_i$ всегда пропорциональными массам тел (потому, что принимается ускорение $g = \text{const}$). Энергия тел разных масс в конце падения также будет различная $\frac{mv^2}{2} = F_i \cdot a = W_i$, но пропорциональна массам тел. Это доказано экспериментами на Земле и Луне.

Итак, современное воззрение на инерцию таково: если на тело действует внешняя сила (или равнодействующая системы внешних сил, приложенных к телу, не равная нулю), то уже о движении по инерции не может быть речи, [1].

Тогда выходит, что движение по кругу (где равнодействующая системы внешних сил, приложенных к телу, равна нулю) – можно назвать инерционным и прав Г.

Галилей! Кроме того, и Х. Гюйгенс утверждал, что *центростремительные силы Ньютона уравнивают центробежные!*

Однако, центробежную силу, действующую на тело, движущееся по круговой или по эллиптической орбите, сегодня продолжают называть то «силой инерции», то «инерционной силой», или ещё хуже – «фиктивной»? Но «сила инерции» есть реакция на «внешнюю приложенную к телу силу» и потому *эти силы должны быть всегда равны между собой и противоположно направлены*, так же, как и ускорения, вызванные этими силами, смотри рис. 3 и рис. 4.

Однако, на небесное тело, движущееся в солнечной системе по эллиптической орбите, действуют вдоль радиуса две *различные*, противоположно направленные и, прежде всего, *реальные* силы: *центростремительная сила* И. Ньютона $F_N = \gamma m M / R_i^2$ и *центробежная сила* Х. Гюйгенса $F_G = m V^2 / R_i$, которые имеют *различный закон изменения силы от радиуса и не равны друг другу на всей траектории движения тела, кроме параметра орбиты – радиуса R_O* , см. рис. 7.

Основная часть исследования (примеры)

Рассмотрим теперь несколько примеров, которые позволят нам глубже проникнуть в понятие «*инерционное состояние тела или системы*» и понять, что такое, или как вообще можно понимать выражение «*инерционная сила*».

Пример 1.

Этот *пример* (рис. 7 и 15) рассмотрим подробнее (мы будем к этой теме возвращаться постоянно), в котором (в качестве примера) принято: гравитационная постоянная $\gamma = 1 \text{ см}^3 / \text{г} \cdot \text{с}^2$; масса лёгкого тела $m = 1 \text{ г}$; центральная масса системы $M = 64 \text{ г}$; апогейный радиус $R_B = 6 \text{ см}$; скорость в апогее орбиты $V_B = 2, (6) \text{ см/с}$; перигейный радиус $R_H = 3 \text{ см}$; скорость в перигее орбиты $V_B = 5, (3) \text{ см/с}$; параметр орбиты $R_O = 4 \text{ см}$; скорость перпендикулярная к параметру, радиус-вектору R_O орбиты $V_O = V_{TO} = 4 \text{ см/с}$, период обращения $T = 7,497364958 \text{ с}$, и где показаны основные параметры движения тела массой m по такой орбите в центрально симметричном поле. Считаем, что $m \ll M$.

1.1. О силах (см. [3, 6])

Указанные выше *силы*, по данным к рис. 7, 14, 15, имеют следующие значения:

Сила Х. Гюйгенса, (в литературе называют «не реальной», «фиктивной»...),
и сила И. Ньютона, (которую называют «реальной»), в *apogee* – на радиусе R_B ,

здесь $F_G < F_N$,

$$F_G = \frac{mV_B^2}{R_B} = \frac{1 \cdot 2 \cdot (6)^2}{6} = 1, (185) \quad \frac{\Gamma \cdot \text{CM}}{\text{c}^2}, \quad F_N = \frac{\gamma m M}{R_B^2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 64}{6^2} = 1, (7) \quad \frac{\Gamma \cdot \text{CM}}{\text{c}^2}.$$

Силы Х. Гюйгенса и И. Ньютона на *параметре* орбиты – R_0 ,

здесь $F_G = F_N$,

$$F_G = \frac{mV_{TO}^2}{R_O} = \frac{1 \cdot 4^2}{4} = 4 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{c}^2}, \quad F_N = \frac{\gamma m M}{R_O^2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 64}{4^2} = 4 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{c}^2}.$$

Силы Х. Гюйгенса и И. Ньютона в *перигее* – на радиусе R_H ,

здесь $F_G > F_N$,

$$F_G = \frac{mV_H^2}{R_H} = \frac{1.5(3)^2}{3} = 9, (481) \frac{\Gamma \cdot \text{CM}}{\text{c}^2}, \quad F_N = \frac{\gamma m M}{R_H^2} = \frac{1 \cdot 1.64}{3^2} = 7, (1) \frac{\Gamma \cdot \text{CM}}{\text{c}^2}.$$

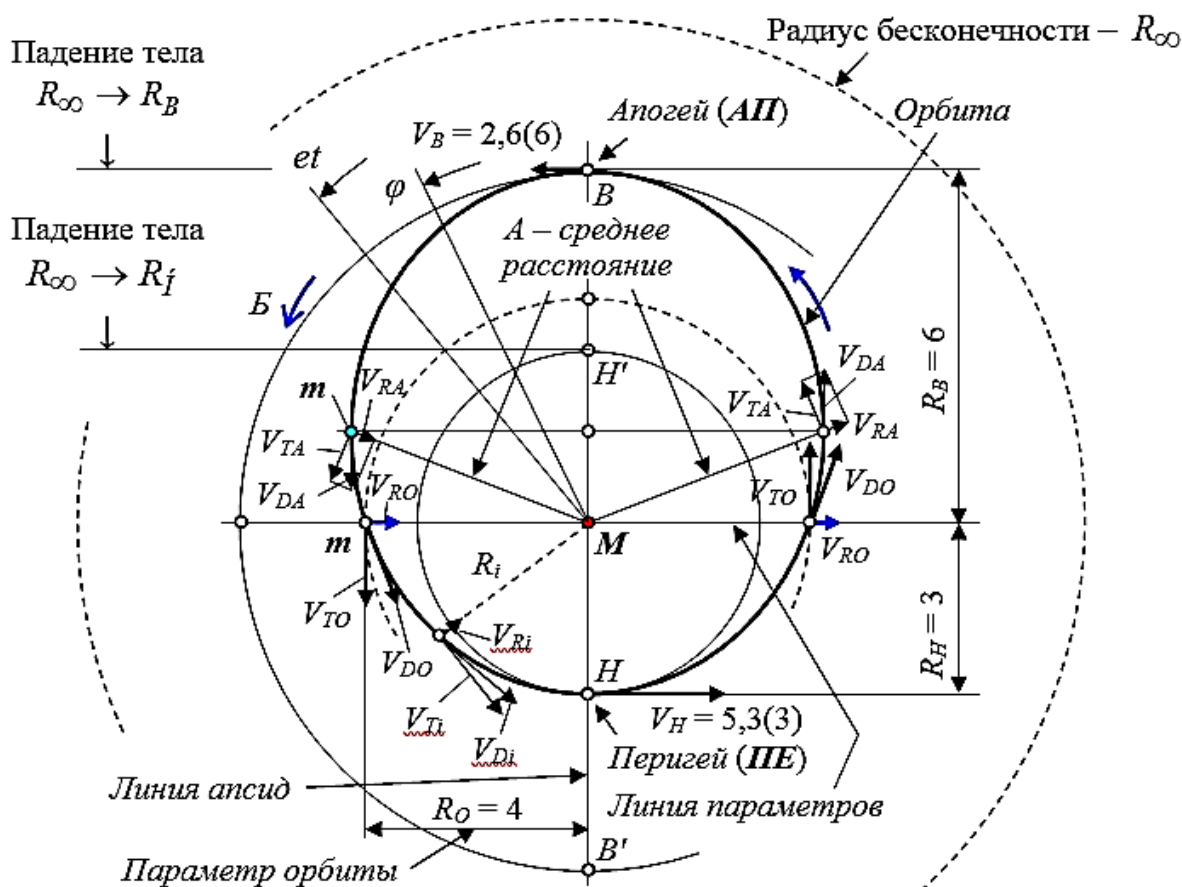


Рис. 7. Траектория (орбита) и составляющие скорости движения по орбите в предположении $m \ll M$

Равенство этих двух сил

Равенство этих двух сил имеет место только на параметре орбиты, т. е. только на радиусе R_O , или $\left(F_G = \frac{mV_0^2}{R_O}\right) = 4 \left[\frac{\Gamma \cdot \text{см}}{c^2}\right] = \left(F_N = \frac{\gamma m M}{R_O^2}\right)$.

Разница этих двух сил

$$F_N - F_G = \left[\frac{\gamma m M}{R_i^2}\right] - \left[\frac{mV_{Ti}^2}{R_i}\right] = \dots = \frac{\gamma m M}{R_i^2} \left(1 - \frac{R_O}{R_i}\right).$$

Именно разница двух сил (!) и действует на обращающуюся массу.

Если получается знак плюс (+) – результирующая сила ($F_N - F_G$) направлена к Центру, если получается знак минус (–) – результирующая сила ($F_N - F_G$) направлена от Центра.

$$\text{Отношение этих двух сил } \frac{F_N}{F_G} = \frac{R_i}{R_O}.$$

1.2. О скорости (см. [2, 4, 6])

Покажем теперь общее выражение скорости движения тела по траектории и её составляющих, рис. 7, в зависимости только от изменения «радиус-вектора» R_i и под действием двух вышеуказанных сил, см. ранее в работе [6]:

– скорость движения перпендикулярная к радиус-вектору R_i , или *тангенциальная* (движение по всей траектории) $V_{Ti} = \frac{V_O \cdot R_O}{R_i}$. (1)

– скорость движения вдоль радиус-вектора, или *радиальная* (при движении от апогея, от т. B , к перигею, к т. H , делаем замену $R_* = R_B$, а при движении от перигея, от т. H , к апогею, к т. B , делаем замену $R_* = R_H$)

$$V_{Ri} = V_O \cdot \sqrt{\frac{R_O^2}{R_*^2} - 2 \frac{R_O}{R_*} + 2 \frac{R_O}{R_i} - \frac{R_O^2}{R_i^2}}, \quad (2)$$

– скорость касательная к траектории или *орбитальная* (при движении от перигея, от т. H , к апогею, к т. B , делаем замену $R_* = R_H$, а при движении от апогея, от т. B , к перигею, к т. H , делаем замену $R_* = R_B$)

$$V_{Di} = \sqrt{V_{Ti}^2 + V_{Ri}^2} = V_O \cdot \sqrt{\frac{R_O^2}{R_*^2} - 2 \frac{R_O}{R_*} + 2 \frac{R_O}{R_i}}. \quad (3)$$

Составляющие скорости в зависимости от радиуса R_i : V_R – радиальная, V_T – тангенциальная и V_D – орбитальная, показаны на рис. 7, 13, 15.

Несмотря на то, что траектория обращения материальной точки m вокруг *Центра* M симметрична относительно линии апсид, тем не менее, параметры движения изменяются по-разному (угол φ , скорость $v \dots$).

При движении от *апогея* (верхняя точка орбиты – B) к *перигею* (нижняя точка – H) до линии параметров доминирует сила *центростремительная*, и тело приближается к *Центру* (смотри направление радиальной скорости V_R слева от линии апсид, рис. 7). При движении от *перигея* (нижняя точка орбиты – H) к *апогею* (верхняя точка орбиты – B) до линии параметров доминирует сила *центробежная*, и тело удаляется от *Центра* (смотри направление радиальной скорости V_R справа от линии апсид, рис. 7, 15). В точках B и H скорость вдоль радиуса $V_R = 0$ – это «мгновенный» инерционный покой. А на радиусе R_O обнаруживается равенство сил, т. е. – «мгновенное инерционное» движение. Происходит колебательное движение между радиусами R_B и R_H . Эти реальные, природные силы: *центростремительная сила* И. Ньютона и *центробежная сила* Х. Гюйгенса – противоположно направлены, равноправны и одного порядка значимости.

1.3. Об энергии (см. [4])

Движение из бесконечности до радиус-вектора R_B (до апогея орбиты)

Если предположить, что тело массой m передвинуто гравитационной силой («центростремительной» силой Ньютона F_N) из бесконечности до радиуса R_B (где *апогей* орбиты R_B – расстояние, измеряемое от центра массы M), то работу, которую совершит эта сила F_N , будет равна:

$$W_{NB} = \int_{R_B}^{\infty} \frac{\gamma m M}{R^2} dR = \frac{\gamma m M}{R_B} = 1 \cdot \frac{1 \cdot 64}{6} = 10, (6) \left[\frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{с}^2} \right]. \quad (4)$$

Если предположить, что тело массой m передвинуто «вращательной» («центробежной» силой Гюйгенса F_G) от радиуса R_B (где *апогей* орбиты R_B – расстояние, измеряемое от центра массы M) до бесконечности, то работу, которую совершит эта сила F_G , будет равна:

$$\begin{aligned} W_{GB} &= \int_{R_B}^{\infty} \frac{C_{\perp}}{R_i^3} \cdot dR_i = C_{\perp} \cdot \int_{R_B}^{\infty} R_i^{-3} \cdot dR_i = -\frac{C_{\perp}}{2 \cdot R_i^2} \Big|_{R_B}^{\infty} = -0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_{\perp}}{R_B^2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma m M \cdot R_O}{R_B^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 64 \cdot 4}{6^2} = 3,5 (5) \left[\frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{с}^2} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, замечаем, что работа от силы F_N больше, чем от силы F_G на величину $W_{NB} - W_{GB} = 10, (6) - 3, (5) = 7, (1)$, как и в перигее, и равна энергии движения тела на среднем радиусе орбиты.

Кинетическая энергия движения самого тела массой m в апогее со скоростью $V_{DB} = V_{\perp B} = V_B$, по касательной к орбите на радиусе R_B и в то же самое время перпендикулярно к радиус-вектору R_B

$$W_{KB} = \frac{m \cdot V_{DB}^2}{2} = \frac{m \cdot V_{\perp B}^2}{2} = \frac{1 \cdot 2,6(6)^2}{2} = 3,5(5) \left[\frac{2 \cdot c \cdot M^2}{c^2} \right]. \quad (6)$$

Таким образом, замечаем, что работа от силы F_{GB} (при движении от R_B до ∞) равна кинетической энергии движения W_{KB} самого тела массой m .

Движение из бесконечности до радиус-вектора R_H (до перигея орбиты)

Если предположить, что тело массой m передвинуто гравитационной силой («центростремительной» силой Ньютона F_N) из бесконечности до радиуса R_H (где перигей орбиты R_H – расстояние, измеряемое от центра массы M), то работу, которую совершит эта сила F_{NH} , будет равна

$$W_{NH} = \int_{R_H}^{\infty} \frac{\gamma \cdot m \cdot M}{R^2} dR = \frac{\gamma m M}{R_H} = 1 \cdot \frac{1 \cdot 64}{3} = 21, (3) \left[\frac{2 \cdot c \cdot M^2}{c^2} \right]. \quad (7)$$

Если предположить, что тело массой m передвинуто вращательной («центробежной» силой Гюйгенса F_G) от радиуса R_H (где перигей орбиты R_H – расстояние, измеряемое от центра массы M) до бесконечности, то работу, которую совершит эта сила F_{GH} , будет равна:

$$\begin{aligned} W_{GH} &= \int_{R_H}^{\infty} \frac{C_{\perp}}{R_i^3} \cdot dR_i = C_{\perp} \cdot \int_{R_H}^{\infty} R_i^{-3} \cdot dR_i = -\frac{C_{\perp}}{2 \cdot R_i^2} \Big|_{R_H}^{\infty} = -0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{C_{\perp}}{R_H^2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma m M \cdot R_O}{R_H^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 64 \cdot 4}{3^2} = 14,2(2) \left[\frac{2 \cdot c \cdot M^2}{c^2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, замечаем, что работа от силы F_N больше, чем от силы F_G на $W_{NH} - W_{GH} = 21, (3) - 14,2(2) = 7, (1)$, как и в апогее, и равна энергии движения тела на среднем радиусе орбиты.

Кинетическая энергия движения самого тела массой m в перигее со скоростью $V_{DH} = V_{\perp H} = V_H$, по касательной к орбите на радиусе R_H и в то же самое время перпендикулярно к радиус-вектору R_H

$$W_{KH} = \frac{m \cdot V_{DH}^2}{2} = \frac{m \cdot V_{\perp H}^2}{2} = \frac{1 \cdot 5,3(3)^2}{2} = 14,2(2) \left[\frac{c \cdot cm^2}{c^2} \right]. \quad (9)$$

Таким образом, замечаем, что работа от силы F_{GH} (при движении от R_H до ∞) равна кинетической энергии движения W_{KH} самого тела массой m .

Движение от радиус-вектора R_B до радиус-вектора R_H

Гравитационная энергия (работа силы Ньютона – F_N) при перемещении массы m от радиуса R_B (апогей орбиты) до радиуса R_H (перигей орбиты)

$$W_{N(BH)} = \gamma m M \cdot \left(\frac{R_B - R_H}{R_B \cdot R_H} \right) = 1 \cdot 1 \cdot 64 \cdot \left(\frac{6-3}{6 \cdot 3} \right) = 10,6(6) \left[\frac{c \cdot cm^2}{c^2} \right], \quad (10)$$

$$W_{N(BH)} = W_{N(BO)} + W_{N(OH)} = 5, (3) + 5, (3) = 10, (6),$$

$$\text{или } W_{N(\infty-H)} - W_{N(\infty-B)} = W_{N(BH)} = 21, (3) - 10, (6) = 10, (6).$$

Таким образом $W_{N(BO)} = W_{N(OH)} = 5,3(3)$. Это означает, что работа гравитационной силы по перемещению тела массой m от радиуса R_B (апогей орбиты) до радиуса R_O (параметр орбиты) равна работе гравитационной силы по перемещению тела массой m от радиуса R_O (параметр орбиты) до радиуса R_H (перигей орбиты), а также работа с внешней стороны орбиты равна работе внутри орбиты.

Вращательная энергия (работа силы Гюйгенса – F_G) при перемещении массы m от радиуса R_B (апогей орбиты) до радиуса R_H (перигей орбиты)

$$W_{G(BH)} = \frac{\gamma m M \cdot R_O}{2} \cdot \left(\frac{R_B^2 - R_H^2}{R_B^2 \cdot R_H^2} \right) = \frac{1 \cdot 1 \cdot 64 \cdot 4}{2} \cdot \left(\frac{6^2 - 3^2}{6^2 \cdot 3^2} \right) = 10,6(6) \left[\frac{c \cdot cm^2}{c^2} \right]. \quad (11)$$

$$W_{G(BH)} = W_{G(BO)} + W_{G(OH)} = 4,4(4) + 6,2(2) = 10, (6),$$

$$\text{или } W_{G(\infty-H)} - W_{G(\infty-B)} = W_{G(\hat{A}H)} = 14, (2) - 3, (5) = 10, (6).$$

Таким образом $[W_{G(BO)} = 4,4(4)] < [W_{G(OH)} = 6,2(2)]$. Это означает, что работа «вращательной», т. е. анти-гравитационной силы по перемещению тела массой m от радиуса R_B (апогей орбиты) до радиуса R_O (параметр орбиты) не равна (меньше!) работе гравитационной силы по перемещению тела массой m от радиуса

R_O (параметр орбиты) до радиуса R_H (перигей орбиты), а также работа с внешней стороны орбиты равна работе внутри орбиты.

Итак, при перемещении тела из бесконечности до радиуса R_B работа гравитационного поля была равна также $W_{NB} = 10, (6)$, а работа вращательного поля, была равной $W_{GB} = 3, (5)$. При перемещении тела массой m от радиуса R_B до R_O работа силы Ньютона $W_{N(BO)} = 5, (3)$, а силы Гюйгенса $W_{G(BO)} = 4, (4)$. При перемещении тела массой m от радиуса R_O до R_H работа силы Ньютона $W_{N(BO)} = 5, (3)$, а силы Гюйгенса $W_{G(BO)} = 6, (2)$. И, наконец, при перемещении (внутри орбиты) тела массой m от радиуса R_B до R_H :

$$W_{N(BH)} = W_{N(BO)} + W_{N(OH)} = 5, (3) + 5, (3) = 10, (6),$$

$$W_{G(BH)} = W_{G(BO)} + W_{G(OH)} = 4, 4(4) + 6, 2(2) = 10, (6),$$

а при перемещении (с внешней стороны орбиты) тела массой m из бесконечности до радиусов R_B и R_H работа таже:

$$\text{или } W_{N(\infty-H)} - W_{N(\infty-B)} = W_{N(BH)} = 21, (3) - 10, (6) = 10, (6),$$

$$\text{или } W_{G(\infty-H)} - W_{G(\infty-B)} = W_{G(BH)} = 14, (2) - 3, (5) = 10, (6).$$

Итак, $W_{G(BH)} - W_{N(BH)} = 10, 6(6) - 10, 6(6) = 0$. Это означает, что изменения гравитационной и вращательной энергий (или работ сил И. Ньютона и Х. Гюйгенса) по перемещению тела массой m от радиуса R_B (апогей орбиты) до радиуса R_H (перигей орбиты) равны между собой. Или $\frac{W_{G(BH)}}{W_{N(BH)}} = \frac{10, 6(6)}{10, 6(6)} = 1$. При этом, в нашем конкретном примере $\frac{R_B}{R_H} = \frac{6}{3} = 2$, а также $\frac{V_H}{V_B} = \frac{5, 3(3)}{2, 6(6)} = 2$.

Всё сказанное несколько не ставит под сомнение общее присущее природе свойство инерции, а также, свойство тел к взаимному притяжению, как и природное свойство тел, удаляться друг от друга при их взаимном обращении вокруг общего Центра. Мы ещё вернёмся к этой теме.

Пример 2

Если мы два одинаковых шарика массой $m = 10$ г каждый, один из которых подвешен к пружине с характеристикой $k = 2450$ г/см² и поднят из состояния равновесия вверх на 6 см (т. е. пружина предварительно сжата на 2 см), а другой шарик

свободен, одновременно отпустим с одного уровня, то они оба устремятся вниз к Земле. На рис. 8 показаны некоторые параметры движения этих шариков.

Шарик-1 на пружине, сразу вступает в колебательное движение: из верхней точки O он, увеличивая скорость движения V_F , достигнет точки равновесия, т. б, (где $x = 6$ см, а скорость его в этом месте наибольшая и равна

$$\uparrow \downarrow V_F = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot \sqrt{ax - x^2}} = \sqrt{\frac{2450}{10} \cdot \sqrt{12 \cdot 6 - 6^2}} = 93,91485504 \text{ [см/с]},$$

затем продолжит движение с потерей скорости и остановится в т. 12 (*покой!*), а затем начнёт движение вверх. На весь путь в 12 [см]. он потратит время $\approx 0,2$ [с].

Шарик-2 свободно падающий проходит тот же путь в 12 [см]. непрерывно увеличивая свою скорость движения V_{II} , которая в конце пути наибольшая $V_{II} = 153,3623161$ [см/с], а время, за которое он проходит этот путь, меньше, чем у шарика, подвешенного к пружине, и равно 0,156492159 [с]. Однако, в начале движения, предварительно сжатая пружина и сила тяжести (гравитационная) вместе разгоняют подвешенный шарик, и скорость его движения больше скорости свободно падающего шарика.

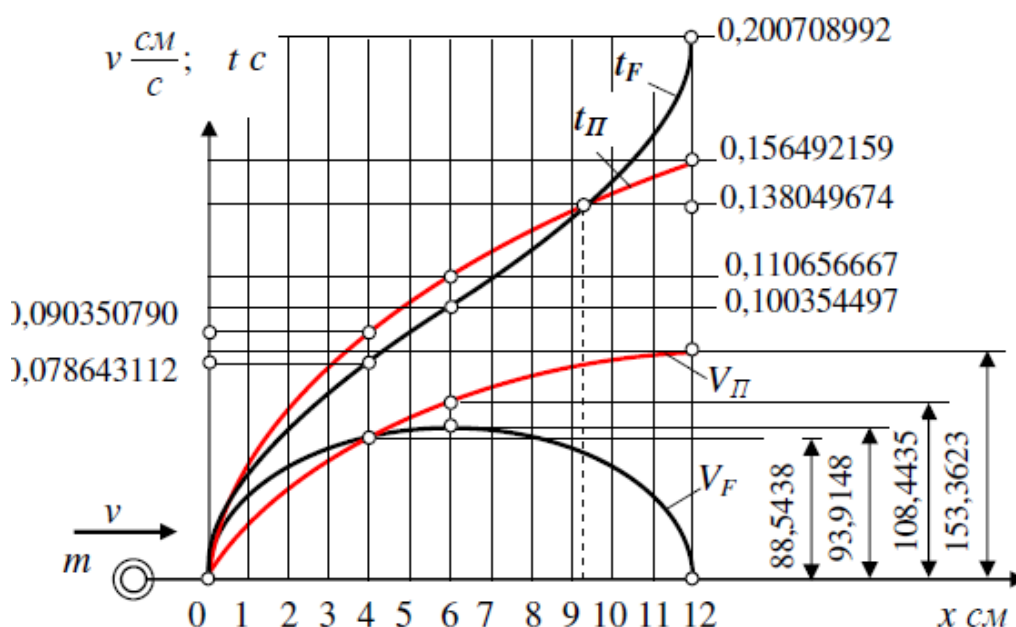


Рис. 8. Изменение скорости и времени колеблющегося, и свободно падающего тела

Когда шарики проходят расстояние равное 4 [см], то их скорости в этот момент одинаковы и равны величине 88,5438 [см/с], но свободно падающий шарик проходит путь в 4 [см] дольше, чем привязанный к пружине шарик.

И когда пройденное расстояние станет равным $\approx 9,33828$ [см], свободно падающий шарик догонит шарик, привязанный к пружине, и они одновременно преодолевают это расстояние, смотри пунктирную линию и графики времени t_F и t_{II} . Затем свободно падающий шарик обгонит шарик, привязанный к пружине. Один и тот же путь в $(B_B - B_H) = 12$ [см] шарики проходят за разное время. Если бы мы задались целью построить графики различных параметров «одновременно» для этих двух систем в зависимости от времени, то возник бы вопрос: «по какому времени t_F или t_{II} строить графики»? В различных системах параметр времени различный! Где здесь «абсолютное» время? Время, которым мы пользуемся, привязано к *Земным* условиям!

2.1. Шарик-1 (на пружине)

Скорость на расстоянии $x = 4$ [см] с начала движения *шарика-1*

$$\updownarrow V_F = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sqrt{ax - x^2} = \sqrt{\frac{2450}{10}} \cdot \sqrt{12 \cdot 4 - 4^2} = 88,54377448 \left[\frac{\text{см}}{\text{с}} \right].$$

Время на расстоянии $x = 4$ [см] с начала движения *шарика-1*

$$t_F = \frac{1}{\omega} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x}{2R}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x}{2R}} = \sqrt{\frac{10}{2450}} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{4}{2 \cdot 6}} = 0,078643112 \text{ [с]}.$$

Скорость на расстоянии $x = 6$ [см] с начала движения *шарика-1*

$$\updownarrow V_F = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sqrt{ax - x^2} = \sqrt{\frac{2450}{10}} \cdot \sqrt{12 \cdot 6 - 6^2} = 93,91485505 \left[\frac{\text{см}}{\text{с}} \right].$$

Время на расстоянии $x = 6$ [см] с начала движения *шарика-1*

$$\begin{aligned} t_F &= \frac{1}{\omega} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x}{2R}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x}{2R}} = \sqrt{\frac{10}{2450}} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{6}{2 \cdot 6}} = \\ &= 0,063887656 \cdot 2 \cdot 0,785398163 = 0,100354496 \text{ [с]}. \end{aligned}$$

Скорость в конце пути на расстоянии $x = 12$ [см] с начала движения *шарика-1*

$$\updownarrow V_F = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sqrt{ax - x^2} = \sqrt{\frac{2450}{10}} \cdot \sqrt{12 \cdot 12 - 12^2} = 0,0 \left[\frac{\text{см}}{\text{с}} \right].$$

Время в конце пути на расстоянии $x = 12$ [см] с начала движения шарика-1

$$t_F = \frac{1}{\omega} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x}{2R}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x}{2R}} = \sqrt{\frac{10}{2450}} \cdot 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{12}{2 \cdot 6}} =$$

$$= 0,063887656 \cdot 2 \cdot 1,570796327 = 0,20070899 [c].$$

2.2. Шарик- 2 (свободно падающий)

Скорость падения на расстоянии $x = 4$ [см] с начала движения шарика-2

$$\downarrow V_{II} = \sqrt{\frac{2F}{m}} \cdot \sqrt{a - x} = \sqrt{\frac{2mg}{10}} \cdot \sqrt{a - x} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 980}{10}} \cdot \sqrt{12 - 8} =$$

$$88,54377448 \left[\frac{см}{c} \right].$$

Время свободного падения с высоты 4 см

$$\downarrow t_{II} = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{980}} = 0,09035079 [c].$$

Скорость в конце пути на расстоянии $x = 6$ [см] с начала движения шарика-

2

$$\downarrow V_{II} = \sqrt{\frac{2F}{m}} \cdot \sqrt{a - x} = \sqrt{\frac{2mg}{10}} \cdot \sqrt{a - x} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 980}{10}} \cdot \sqrt{12 - 6} =$$

$$108,4435337 \left[\frac{см}{c} \right].$$

Время свободного падения с высоты 6 см

$$\downarrow t_{II} = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6}{980}} = 0,110656667 [c].$$

Скорость падения с высоты $x = 12$ [см] (на рис. 1 – движение слева на право)

определяется по формуле

$$\downarrow V_{II} = \sqrt{\frac{2F}{m}} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{2gx} = \sqrt{2 \cdot 980 \cdot 12} = 153,3623161 \left[\frac{см}{c} \right].$$

Время свободного падения с высоты 8 см

$$\downarrow t_{II} = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8}{980}} = 0,127775313 [c].$$

Время подъёма на высоту 6 [см] с начальной скоростью 153,3623161 [см/с]

$$t_{II} = \sqrt{\frac{2m}{F}} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{a - x}) = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{10 \cdot 980}} \cdot (\sqrt{12} - \sqrt{12 - 6}) = 0,045835492 [c].$$

Время свободного падения с высоты 12 см

$$\downarrow t_{\Pi} = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12}{980}} = 0,156492159 \text{ [c]}.$$

Время подъёма на высоту 12 [см] с начальной скоростью 153,3623161 [см/с]

$$t_{\Pi} = \sqrt{\frac{2m}{F}} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{a-x}) = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{10 \cdot 980}} \cdot (\sqrt{12} - \sqrt{12-12}) = 0,156492159 \text{ [c]}.$$

2.3. Продолжение примера 2, (рис. 9)

Если мы с момента времени $t_F = 0,078643112$ [с], когда шарик-1, привязанный к пружине, пройдёт путь равный 4 [см], отсоединим шарик -1 от пружины, и он, имея в данный момент скорость равную $V_F = 88,54377448$ [см/с], начнёт свободно падать и, наряду с другим, с самого начала свободно падающим шариком-2, пройдёт весь путь в 12 [см], то как изменятся рассмотренные параметры по сравнению с предыдущим примером?

(Здесь мы везде, как и прежде, предполагаем ускорение свободного падения тела постоянной величиной, принимая $g = 980 \text{ [см/с}^2\text{]} = \text{const}$).

Движение шарика-2 останется без изменений, как и в первом случае.

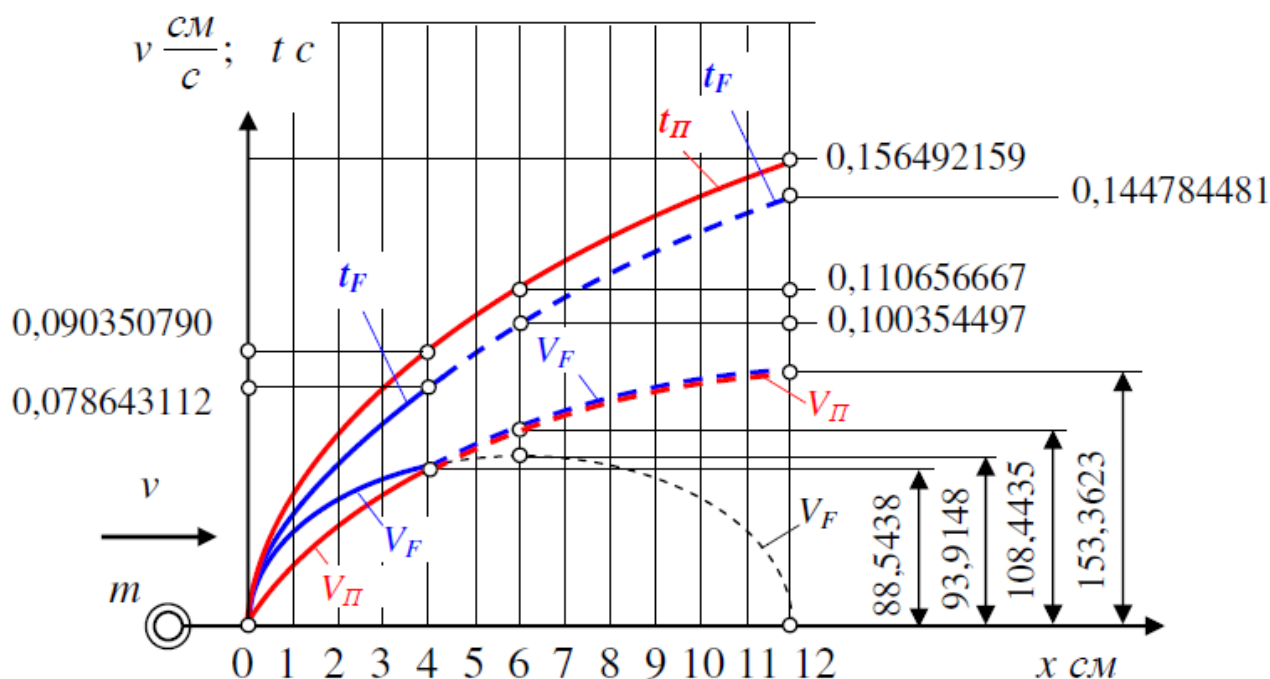


Рис. 9. Изменение скорости и времени колеблющегося и свободно падающего тела

Движение шарика-1 останется без изменений, как и в первом случае только на участке $0 \leq x \leq 4$. На участке движения $4 \leq x \leq 12$ шарик-1 теперь уже не подвержен воздействию пружины и потому свободно падает, так же, как и шарик-2 (смотри пунктирные линии). Если бы не было гравитационной силы, шарик-1 продолжал бы движение, сохраняя свою кинетическую энергию, двигаясь по инерции со скоростью $88,377448$ [см/с]. На рисунке 9 графики изменения скоростей совпадают и оба шарика на участке пути $4 \leq x \leq 12$ и в конце движения при $x = 12$ [см] имеют одинаковую скорость. Расстояние $x = 4$ [см] шарика, как и в первом случае, проходят за разное время, причём шарик-1 опережает шарик-2 (разница составляет $\Delta t = t_{II} - t_F = 0,090350790 - 0,078643112 = 0,011707678$ [с]). Эта разница сохраняется до конца падения и потому кривые изменения времени на участке движения $4 \leq x \leq 12$ одинаковы. На участке пути от $x = 4$ до $x = 12$ все параметры движения шариков одинаковы. Однако, весь путь равный $(B_B - B_H) = 12$ [см] шарик-1 пройдёт за время $t_F = 0,144784481$ [с], а шарик-2 пройдёт за время $t_{II} = 0,156492159$ [с]. Если на участке движения $(B_B - B_H) = 12$ [см] ускорение $g \neq 980$ см/с², или $g \neq const$, то в этом случае необходимо учитывать изменение ускорения g .

Пример 3

Из одной и той же точки вертикально вверх с интервалом времени t выброшены два шарика со скоростью v . Через какое время после вылета второго шарика они столкнутся?

Решение проводим при условии действия на шарика только постоянной гравитационной силы (что справедливо только у поверхности Земли) и параметрах, указанных в тексте. Но задача не однозначная, а многовариантная.

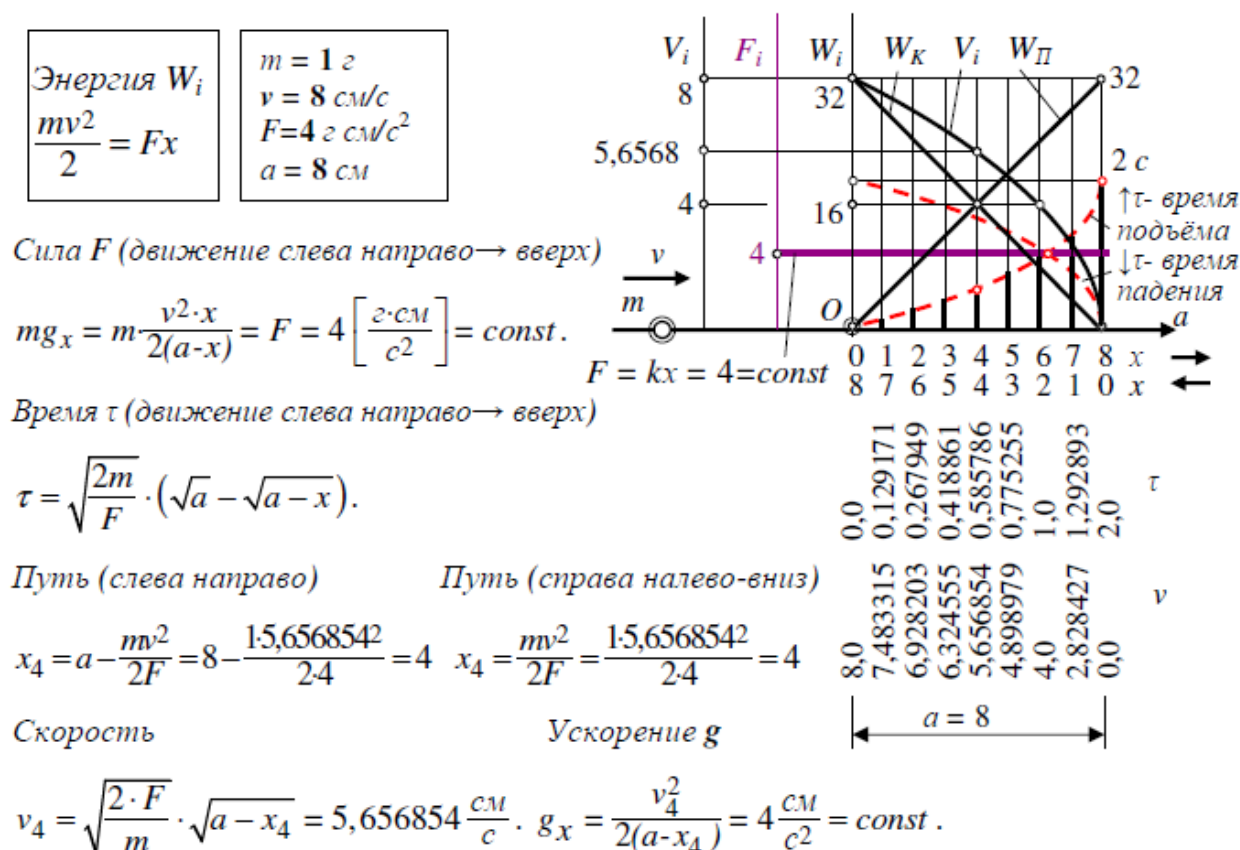


Рис. 10. Взаимодействие тела с преградой постоянного сопротивления, $m = 1 \text{ г}$
 Согласно условиям (графики времени полёта шарика – τ и других параметров

смотри на рис. 9), если шарик (массой $m = 1 \text{ г}$, а сила преграды, т. е. ускорение свободного падения $g_x = 4 \text{ см/с}^2$) брошен со скоростью $v = 8 \text{ см/с}$ от центра притяжения (от т. O), то до остановки (до т. a) он пройдёт путь 8 см . и потратит времени 2 с . Затем начнёт падать вниз к центру и будет падать до места старта также 2 с . Если через 2 с . после старта первого шарика бросить второй шарик, то оба шарика будут двигаться навстречу друг другу (первый –вниз, второй – вверх) и через 1 с они столкнутся. При этом, за время 3 с . первый шарик пройдёт расстояние снизу вверх равное 8 см . и сверху вниз 2 см ., а второй шарик за время 1 с пройдёт расстояние снизу вверх равное 6 см . Время гарантированного старта второго шарика должно быть в пределах $0 < \tau < 4 \text{ с}$.

Значение $t = 0 \text{ с}$, означает, что шарики брошены вверх одновременно, а значение $t = 4 \text{ с}$, означает, что первый шарик упал в момент старта второго. Если $t > 4 \text{ с}$, то контакт шариков всегда будет в месте старта и происходить через интервал времени вылета t плюс время полёта $\tau = 4 \text{ с}$.

Время подъёма (на рис. 10 – движение слева направо) определяется по формуле

$$\tau = \sqrt{\frac{2m}{F}} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{a - x} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{4}} \cdot \sqrt{8} - \sqrt{8 - 6} = 1 \text{ с.}$$

Время падения (на рис. 10 – движение справа налево) определяется по формуле

$$\tau = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{4}} = 1 \text{ с.}$$

Путь при подъёме (на рис. 10 – движение слева направо) определяется по формуле

$$\vec{x}_6 = a - \frac{mv^2}{2F} = 8 - \frac{1 \cdot 4^2}{2 \cdot 4} = 6 \text{ см.}$$

Путь при падении (на рис. 9 – движение справа налево) определяется по формуле

$$\vec{x}_2 = \frac{mv^2}{2F} = \frac{1 \cdot 4^2}{2 \cdot 4} = 2 \text{ см.}$$

Скорость при подъёме (на рис. 10 – движение слева направо) определяется по формуле

$$\vec{v}_6 = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{m}} \cdot \sqrt{a - x_6} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{1}} \cdot \sqrt{8 - 6} = 4 \frac{\text{см}}{\text{с.}}$$

Скорость при падении (на рис. 9 – движение справа налево) определяется по формуле

$$\vec{v}_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{m}} \cdot \sqrt{x_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot x_2}{m}} = \sqrt{2gx} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2} = 4 \frac{\text{см}}{\text{с.}}$$

При принятых в *Решении* условиях оба шарика при контакте будут иметь одинаковую, направленную навстречу друг другу скорость, равную 4 см/с и находиться в 6 см от места старта. Однако задача может иметь другие условия.

Кинетическая энергия массы **m** в начальный момент старта со скоростью V_0

$$W_K = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{1 \cdot 8^2}{2} = 32 \frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{с}^2}.$$

Потенциальная энергия (работа) гравитационного поля на пути от т. О до т. а

$$W_{(BH)} = Fa = mga = 1 \cdot 4 \cdot 8 = 32 \frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{с}^2}.$$

Пример 4

До какой высоты R_B поднимется материальное тело массы m , брошенное в момент времени $t = 0$ [с] с поверхности тяжёлого *Центра* (например, с поверхности «Земли») радиуса R_H вертикально вверх с начальной скоростью v_0 ? Чему равно время подъёма и свободного падения с этой высоты (с радиуса R_B) на

радиус R_H ? Принять в расчёт изменение ускорения и пренебречь каким-либо сопротивлением (например – сопротивление воздуха).

Принимаем следующие параметры элементов системы и условия задачи:

- масса материальной точки (например «Тела») – $m = 1 \text{ г}$;
- масса тяжёлого Центра (например «Земли») – $M = 192 \text{ г}$;
- гравитационная постоянная – $\gamma = 1 \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{с}^2$;
- начальная скорость движения лёгкой массы m – $v_O = 8 \text{ см/с}$;
- ближний к тяжёлому Центру радиус, с которого начинается движение массы m снизу-вверх – $R_H = 4 \text{ см}$;
- дальний от тяжёлому Центру радиус – R_B , на котором точка массы m останавливается и её скорость вдоль радиуса становится равной нулю;
- делаем предположение, что скорость v материальной точки становится равной нулю на некотором R_B расстоянии точки от тяжёлому Центру M .

Замечания

А. Здесь с самого начального момента *сила притяжения* направлена к центру M , а движение тела происходит – от центра.

Б. Сила, действующая на тело m , прямо пропорциональна массе m и обратно пропорциональна второй степени расстояния R_i между массами m и M (т. е сила действует по закону И. Ньютона). Эта *сила притяжения* направлена к Центру, к точке M , но в начальный момент в точке H (на радиусе $R_H = 4 \text{ см}$, рис. 11) начальная скорость v_O не равна нулю и направлена от Центра по радиусу. Материальная точка будет подниматься, и удаляться от Центра M , но *сила притяжения* направленная к Центру, к точке M , будет препятствовать движению материальной точки, и уменьшать её кинетическую энергию и скорость. Стрелки в заголовках таблиц 1 - 4 показывают направление движения тела.

Решение. Графики изменения основных параметров и значения основных параметров системы показаны на рис. 11 (объяснения смотри в тексте).



Рис. 11. Графики изменения и значения параметров: времени – τ , скорости – v , силы – F , потенциальной энергии – W_{Π} , гравитационного поля тяжёлого центра M , и кинетической энергии – W_K , движущейся материальной точки – m .

4.1 Материальная точка будет подниматься до того момента, пока скорость её движения v не станет равной нулю. Это наступит на расстоянии равном R_B (смотри рис. 11) от центра M , определяемом по формуле:

$$R_i = R_B = \frac{2g_H R_H^2}{2g_H R_H - v_0^2} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 4^2}{2 \cdot 12 \cdot 4 - 8^2} = 12 \text{ [см]}. \quad (4.1)$$

$$\text{где ускорение свободного падения } g_H = \frac{\gamma M}{R_H^2} = \frac{1 \cdot 192}{4_H^2} = 12 \left[\frac{\text{см}}{\text{с}^2} \right]. \quad (4.2)$$

4.2 Для пройденного точкой пути имеем выражение $x_i = R_i - R_H$, а весь путь равен $a = R_B - R_H = \frac{v_0 R_H}{2g_H R_H - v_0^2} = \frac{2 \cdot 8^2 \cdot 4}{2 \cdot 12 \cdot 4 - 8^2} = 8 \text{ [см]}. \quad (4.3)$

4.3 Скорость подъёма, где $R_i = R_H + x_i$ определяется по формуле

$$v_i = \sqrt{v_0^2 - 2g_H R_H^2 \cdot \left(\frac{R_i - R_H}{R_H R_i}\right)} = \sqrt{v_0^2 - 2\gamma M \cdot \left(\frac{R_i - R_H}{R_H R_i}\right)} \left[\frac{см}{с}\right]. \quad (4.4)$$

На радиусе $R_i = R_B = 12$ см от центра M , тело массой m остановится, пройдя путь равный $a = (R_B - R_H) = 8$ см, а именно:

$$v_i = \sqrt{v_0^2 - 2\gamma M \cdot \left(\frac{R_i - R_H}{R_H R_i}\right)} = \sqrt{8^2 - 2 \cdot 1 \cdot 192 \cdot \left(\frac{12-4}{4 \cdot 12}\right)} = 0 \left[\frac{см}{с}\right].$$

Таблица 1. Скорость подъёма с начальной скоростью $v_0 = 8$ см/с



R_i	4 (0)	5 (1)	6 (2)	7 (3)	8 (4)	9 (5)	10 (6)	11 (7)	12 (8)
V_i	8	6,693280212	5,65685425	4,780914439	4	3,265986323	2,529822128	1,705605732	0

4.4 Достигнув радиуса удаления, равного $R_B = 12$ см от центра M , тело массой m остановится, и затем начнёт падать на центр из состояния (инерционного) покоя, т. е. с начальной скоростью равной $v_0 = v_B = 0$, при этом ($R_i = R_B - x$). В конце падения, на радиусе $R_H = 4$ см от центра M , тело массой m приобретёт прежнюю стартовую скорость, равную

$$v_i = \sqrt{2\gamma M \cdot \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_B}\right)} = или = \sqrt{2\gamma M} \cdot \sqrt{\left(\frac{R_i - R_H}{R_H R_i}\right)} \left[\frac{см}{с}\right]. \quad (4.5)$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot 192} \cdot \sqrt{\left(\frac{12-4}{12 \cdot 4}\right)} = 8 \left[\frac{см}{с}\right]$$

Таблица 2. Скорость свободного падения с начальной скоростью $v_0 = 0$ см/с



R_i	4 (8)	5 (7)	6 (6)	7 (5)	8 (4)	9 (3)	10 (2)	11 (1)	12 (0)
V_i	8	6,69328021	5,65685425	4,78091443	4	3,265986323	2,52982212	1,705605732	0

Если бы в начале падения масса m имела начальную скорость к центру M вдоль радиуса равную $V_0 = 8$, то промежуточные значения скорости определялись бы по формуле $v_B = \sqrt{v_0^2 - 2\gamma M \cdot \left(\frac{R_B - R_i}{R_i R_B}\right)} = \sqrt{8^2 - 2 \cdot 1 \cdot 192 \cdot \left(\frac{12-R_i}{R_i \cdot 12}\right)} \left[\frac{см}{с}\right]$ (4.6)

Таблица 3. Скорость падения на «центр» с начальной скоростью $v_0 = 8 \text{ см/с}$

Ri	4 (8)	5 (7)	6 (6)	7 (5)	8 (4)	9 (3)	10 (2)	11 (1)	12
Vi	11,313708	10,43072385	9,797958971	9,31971796	8,9442719	8,64098759	8,390470785	8,1797973	8

4.5 Сила взаимодействия между массами m и M

$$\text{на радиусе } R_H = 4 \text{ см} \quad F_H = \frac{\gamma m M}{R_H^2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 192}{4^2} = 12 \left[\frac{\text{с} \cdot \text{см}}{\text{с}^2} \right], \quad (4.7)$$

$$\text{на радиусе } R_B = 12 \text{ см} \quad F_B = \frac{\gamma m M}{R_B^2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 192}{12^2} = 1, (3) \left[\frac{\text{с} \cdot \text{см}}{\text{с}^2} \right]. \quad (4.8)$$

4.6 Кинетическая энергия массы m в начальный момент старта

$$W_K = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{1 \cdot 8^2}{2} = 32 \left[\frac{\text{с} \cdot \text{см}^2}{\text{с}^2} \right]. \quad (4.9)$$

4.7 Потенциальная энергия (работа) гравитационного поля на пути от R_H

$$\text{до } R_B \quad W_{(BN)} = \gamma m M \cdot \left(\frac{R_B - R_H}{R_H R_B} \right) = 1 \cdot 1 \cdot 192 \cdot \left(\frac{12 - 4}{4 \cdot 12} \right) = 32 \left[\frac{\text{с} \cdot \text{см}^2}{\text{с}^2} \right]. \quad (4.10)$$

4.8 Время свободного падения можно определить по формуле

$$\tau = \sqrt{\frac{R_B^3}{2k_N}} \cdot \arcsin \sqrt{\frac{R_B - R_i}{R_B}} + \sqrt{\frac{R_B^3}{2k_N}} \cdot \sqrt{R_i(R_B - R_i)}. \quad (4.11)$$

$$\text{Здесь } gR^2 = g_i R_i^2 = \frac{\gamma M}{R_i^2} \cdot R_i^2 = \gamma M = k_N = 192 \frac{\text{см}^3}{\text{с}^2}; \quad g_H = 12 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}; \quad g_B = 1, (3) \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Значение радиуса R_i , при движении от радиуса $R_B = 12 \text{ см}$ до радиуса $R_H = 4 \text{ см}$ в конце движения становится равным $R_i = R_H = 4 \text{ см}$. Тогда время свободного падения (из инерционного покоя) с начальной скоростью $v_0 = 0 \text{ см/с}$ с радиуса $R_B = 12 \text{ см}$ на радиус $R_H = 4 \text{ см}$ согласно формулы (4.11) будет равно

$$\tau = \sqrt{\frac{R_B^3}{2k_N}} \cdot \arcsin \sqrt{\frac{R_B - R_i}{R_B}} + \sqrt{\frac{R_B^3}{2k_N}} \cdot \sqrt{R_i(R_B - R_i)} = 2,026532577 + 1,0 = 3,026532577 \text{ с}.$$

Таблица 4. Время свободного падения (в секундах) с радиуса $R_B = 12 \text{ см}$ на радиус $R_H = 4 \text{ см}$ с начальной скоростью $v_0 = 0 \text{ см/с}$ (смотри также рис. 11).

Ri	4 (8)	5 (7)	6 (6)	7 (5)	8 (4)	9 (3)	10 (2)	11 (1)	12
ti	3,02653258	2,88951164	2,726741272	2,53430065	2,30562967	2,029279387	1,682657455	1,1802303	0

Таблица 5. Время подъёма (в секундах) с радиуса $R_H = 4$ см до радиуса $R_B = 12$ см с начальной скоростью $v_0 = 8$ см/с (смотри также рис. 11).



R_i	4 (0)	5 (1)	6 (2)	7 (3)	8 (4)	9 (5)	10 (6)	11 (7)	12 (8)
τ_i	0	0,1370209	0,2997913	0,4922319	0,72090295	0,9972532	1,34387512	1,84630225	3,026532577

Пример 5

При условии примера 4 решить заново задачу, поставленную в примере 3, а именно: из одной и той же точки вертикально вверх с интервалом времени τ выброшены два шарика со скоростью v . Через какое время после вылета второго шарика они столкнутся? Смотри примеры 3 и 4.

Решение (эта задача также не однозначная, а многовариантная).

Согласно условиям (графики времени полёта шарика – τ и других параметров смотри на рис. 11), если шарик массой $m = 1$ г брошен со скоростью $v = 8$ см/с в направлении от центра притяжения M с радиуса $R_H = 4$ см (от точки H), то до остановки (до точки B) он пройдёт путь 8 см и потратит времени $\tau = 3,02653258$ с (смотри табл. 5). Затем этот первый шарик начнёт падать вниз к центру M и будет падать до места старта также $\tau = 3,02653258$ с. Если через время $\tau = 3,02653258$ с после старта первого шарика бросить второй шарик, то оба шарика будут двигаться навстречу друг другу (первый – вниз, второй – вверх) и через время $\tau = 0,72090295$ с после старта второго шарика они столкнутся. При этом, за время $\tau = 5,33216221$ с (где $\tau = 3,02653258 + 2,30562963 = 5,33216221$ с) первый шарик пройдёт расстояние снизу вверх равное 8 см и сверху вниз 4 см (всего 12 см), а второй шарик за время $\tau = 0,72090295$ с (смотри табл. 5) пройдёт расстояние снизу вверх равное 4 см. Время гарантированного старта второго шарика должно быть в пределах $0 < \tau < 6,05306516$ с. Значение $\tau = 0$ означает, что шарики брошены вверх одновременно, а значение $\tau = 6,05306516$ [с] означает, что первый шарик упал в момент старта второго. Если $\tau > 6,05306516$ с, то контакт шариков всегда будет в месте старта и происходить через интервал времени вылеты τ плюс время полёта $\tau = 6,05306516$ с.

При принятых в *Решении* условиях оба шарика при контакте будут иметь одинаковую, направленную навстречу друг другу, скорость, равную 4 см/с и

находиться в 4 см от места старта или в 8 см от центра тяжёлой массы M . Однако, задача может иметь другие начальные условия.

Кинетическая энергия массы m в начальный момент старта со скоростью v_0 будет, как и прежде, равна $W_K = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{1 \cdot 8^2}{2} = 32 \left[\frac{г \cdot см^2}{с^2} \right]$, смотри (3.7) и (4.9).

Потенциальная энергия (работа) гравитационного поля на пути от R_H до R_B также прежняя, равная $W_{(BH)} = \gamma t M \left(\frac{R_B - R_H}{R_B R_H} \right) = 192 \cdot \left(\frac{12 - 4}{12 \cdot 4} \right) = 32 \left[\frac{г \cdot см^2}{с^2} \right]$, смотри (3.8) и (4.10), но формулы для определения энергии разные: там, в задаче 3, мы принимали ускорение и силу постоянными величинами, здесь – они переменные величины в зависимости от пройденного пути.

Изменение времени и скорости движения тела массой m определяются по формулам, смотри и сравни (3.2, 3.6) и (4.5, 4.11).

График зависимости скорости от пройденного пути в этом случае уже *не есть парабола*, смотри и сравни рис. 10 и рис. 11.

Пример 6

В рамках взаимодействия двух пружин и тела m между ними, условия и постановку задачи сформулируем следующим образом. По какому закону будет двигаться материальная точка массы m , вышедшая из состояния покоя и начавшая движение из точки B , рис. 12, по направлению к тяжёлому Центру M в точку H' под действием «*центростремительной силы*» F_N (силы И. Ньютона), которая прямо пропорциональна массе m и обратно пропорциональна второй степени расстояния R_i от Центра M , если сопротивление этому движению оказывает «*центробежная сила*» F_G (сила Х. Гюйгенса), которая *прямо пропорциональна массе m и обратно пропорциональна третьей степени расстояния R_i от Центра обращения M* , [4, 5], (здесь пока предполагается, что $R_B \geq (R_i = R_B - x_l) \geq R_H$), и $m < M$, т. е. представляет выражение:

$$F_G = mg_G = m \cdot \frac{v_i^2}{R_i} = \frac{mL_0^2}{R_i^3} = \frac{mk_G}{R_i^3} \left[\frac{г \cdot см}{с^2} \right] - \text{сила отталкивания}, \quad (6.1)$$

$$\text{где } g_G = \frac{k_G}{R_i^3} = \frac{1152}{R_i^3} \left[\frac{г \cdot см}{с^2} \right] - \text{ускорение направлено от тяжёлого Центра!} \quad (6.2)$$

Ускорение от «*центростремительной силы*» F_N при изменении расстояния от тяжёлого *Центра* M представляется выражением (по закону И. Ньютона)

$$g_N = \frac{k_N}{R_i^2} = \frac{192}{R_i^2} \left[\frac{см}{с^2} \right] - \text{ускорение направлено к тяжёлому Центру!} \quad (6.3)$$

$$F_N = mg_N = m \cdot \frac{\gamma M}{R_i^2} = \frac{mk_N}{R_i^2} \left[\frac{г \cdot см}{с^2} \right] - \text{сила притяжения.} \quad (6.4)$$

Как известно из механики, *скорость* точки выражается *первой* производной пути по времени, т. е. $\frac{dx}{dt}$, а *ускорение* – *второй* производной, $\frac{d^2x}{dt^2}$.

Произведение массы m материальной точки на сообщаемое ей ускорение служит, согласно известному положению динамики, мерой силы, действующей на тело; в данном случае этой силой является равнодействующая двух сил, а именно: силы *притяжения* («центростремительная» – F_N) и силы *отталкивания* («центробежная» – F_G). (Принятые числа не должны смущать читателя!)

Считая положительным направление по вертикальной прямой к тяжёлому *Центру* M , а расстояние между точкой и центром $x_i - R_i$ мы будем иметь:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{mk_G}{R_i^3} - \frac{mk_N}{R_i^2}, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{k_G}{R_i^3} - \frac{k_N}{R_i^2}, \quad \text{но } \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}.$$

$$\text{Отсюда } \int v dv = v dv = \left(\frac{k_G}{R_i^3} - \frac{k_N}{R_i^2} \right) dx, \quad \text{или } k_G \int \frac{dR}{R_i^3} - k_N \int \frac{dR}{R_i^2}.$$

Если материальная точка движется от точки R_B до точки R_H , рис. 12, и рис. 13, то можно записать: $\int_{v_B}^{v_H} v dv = k_G \int_{R_B}^{R_H} \frac{dR}{R_i^3} - k_N \int_{R_B}^{R_H} \frac{dR}{R_i^2}$, и после интегрирования

$$\frac{1}{2} (v_H^2 - v_B^2) = k_N \left(\frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_B} \right) - \frac{k_G}{2} \left(\frac{1}{R_H^2} - \frac{1}{R_B^2} \right). \quad (6.5)$$

Так как в точке B скорость (тела между точками B и H' , рис. 12) равна нулю по условию задачи, то: $v_H^2 = 2k_N \left(\frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_B} \right) - k_G \left(\frac{1}{R_H^2} - \frac{1}{R_B^2} \right)$.

Общее выражение скорости при движении тела от точки B – «сверху вниз»:

$$v_{R(B \rightarrow i)} = \sqrt{2k_N \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_B} \right) - k_G \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_B^2} \right)}. \quad (6.6)$$

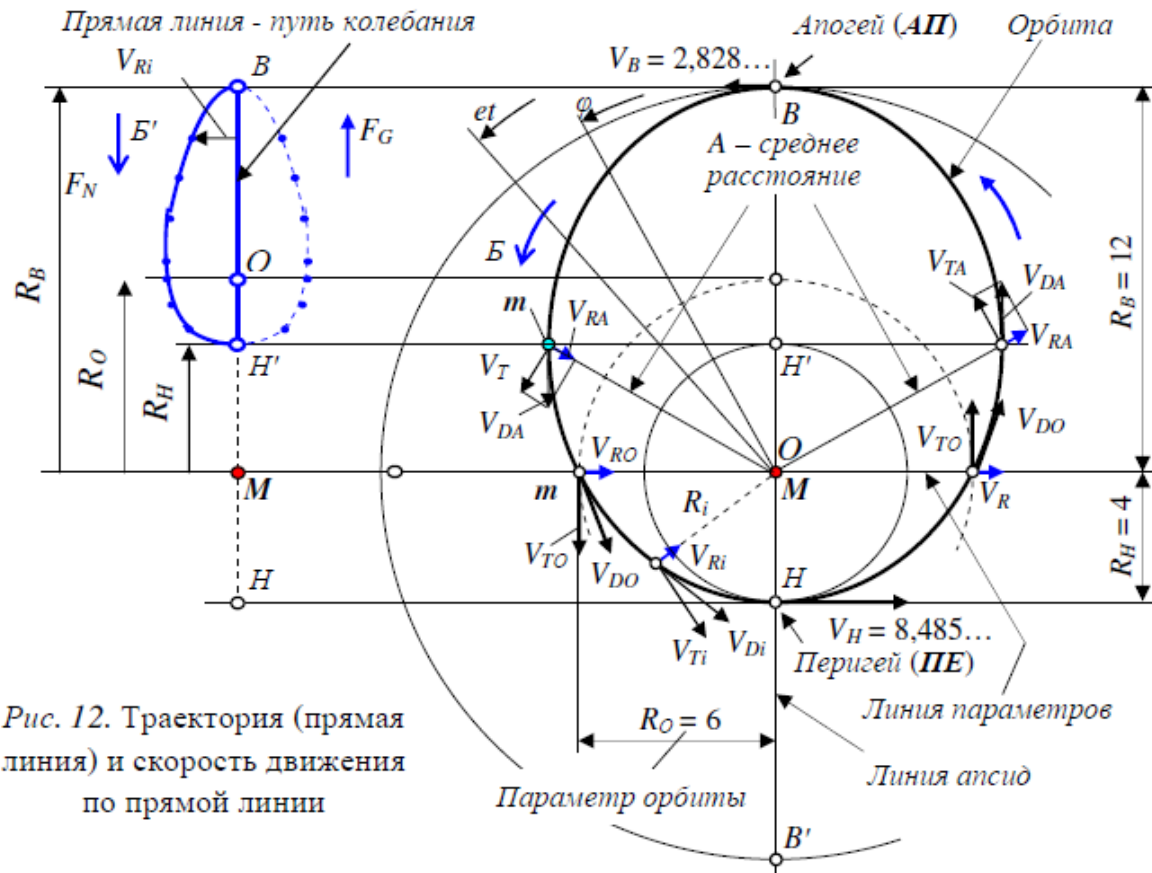


Рис. 12. Траектория (прямая линия) и скорость движения по прямой линии

Рис. 13. Траектория (орбита) и составляющие скорости движения по орбите

6.1 Поскольку движение идёт от большего радиуса R_B до меньшего радиуса R_H и на радиусе R_B скорость равна $v_{RB} = 0$, и принимая (скромные числа взяты не случайно!), что $k_N = 192$, $k_G = 1152$, $R_B = 12$, $R_H = 4$, скорость в конце пути будет

$$v_{RH} = \sqrt{384 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) - 1152 \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{12^2}\right)} = \sqrt{384 \cdot 0,1(6) - 1152 \cdot 0,0(5)} = 0 \left[\frac{\text{см}}{\text{с}}\right].$$

Скорость на расстоянии $R_i = R_O = 6$ см (параметр орбиты) от Центра M , будет

$$v_{RO} = \sqrt{384 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right) - 1152 \cdot \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{12^2}\right)} = \sqrt{384 \cdot 0,08(3) - 1152 \cdot 0,0208(3)} = 2,8284271 \left[\frac{\text{см}}{\text{с}}\right].$$

Итак, скорость тела массы m в начале (т. B) и в конце движения (т. H) равна нулю (мгновенный инерционный покой), но в промежутке между точками B и H скорость не равна нулю!

Обнаруживаем, что тело (материальная точка m) совершает колебательное движение между точками B и H' , или между радиусами R_B и R_H , рис. 12 и 13.

На радиусе R_O (т. O рис. 12 или пунктирная окружность, рис. 13) сила отталкивания $\frac{mk_G}{R_i^3}$ равна силе притягивания $\frac{mk_N}{R_i^2}$, а именно:

$$\left(\frac{m \cdot k_G}{R_i^3} = \frac{m \cdot 1152}{6^3}\right) = 5, (3) = \left(\frac{m \cdot 192}{6^2} = \frac{m \cdot k_N}{R_i^2}\right), \text{ или в соответствии с формулами (6.1) и (6.4)}$$

$$\text{запишем равенство: } \left(F_G = m \cdot \frac{v_O^2}{R_O} = 1 \cdot \frac{5,65685425^2}{6}\right) = 5, (3) = \left(1 \cdot \frac{1 \cdot 192}{6^2} = m \cdot \frac{\gamma M}{R_O^2} = F_N\right), \quad (6.7)$$

где $m = 1$ [г] – масса движущегося тела; $v_O = 5,65685425 \frac{см}{с}$ – тангенциальная составляющая скорости, перпендикулярная к радиусу R_O [см]; $M = 192$ [г] – масса неподвижного центра в точке M , (т. O); $\gamma = 1 \left[\frac{см^3}{с \cdot г^2}\right]$ – гравитационная постоянная.

Тангенциальную скорость v_O , определяем из равенства

$L_O = R_O v_O = \sqrt{k_G} = const$, где L_O – кинетический момент. Откуда находим

$$v_O = \frac{\sqrt{k_G}}{R_O} = \frac{\sqrt{1152}}{6} = 5,65685425 \left[\frac{см}{с}\right].$$

6.2 Принимая во внимание, что $x = R_B - R_H$, рис. 13, можно написать закон изменения времени движения от точки R_B до точки R_H , т. е. от $x = 0$ до $x = R_B - R_H$, т. е. закон изменения времени движения «сверху вниз»:

$$t = \frac{(R_B R_H + R_B^2)}{\sqrt{2k_N R_B - k_G}} \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x}{R_B - R_H}} - \frac{R_B}{4 \cdot \sqrt{2k_N R_B - k_G}} \cdot \sqrt{(R_B - R_H)x - x^2}. \quad (6.8)$$

И при $k_N = 192$; $k_G = 1152$; $R_B = 12$; $R_H = 4$, $x = R_B - R_H = 8$, период колебания тела будет равен

$$T = \pi \cdot \frac{(R_B R_H + R_B^2)}{\sqrt{2k_N R_B - k_G}} = 10,26039864 \text{ с.} \quad (6.9)$$

6.3 Период обращения тела вокруг Центра M , рис. 13, оказывается равен периоду колебания тела вдоль радиуса, смотри раньше формулу (6.9), а именно:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{A^3}{v_O^2 R_O}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(R_B + R_H)^3}{8 \cdot v_O^2 R_O}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(R_B + R_H)^3}{8 \cdot \gamma \Sigma M}} = 10,26039864 \text{ с.} \quad (6.10)$$

Если период обращения тела вокруг Центра M равен периоду колебания тела вдоль радиуса, то положение линии апсид неизменно в пространстве.

На рис. 12 показана скорость движения тела m и траектория движения – прямая линия $B - H'$ которая получается если отталкивающую F_G силу (6.1) создаёт пружина. Но в природе есть (не «фиктивная и тому подобная, а *реальная*) сила, которая аналогична силе пружины, поэтому на рис. 13 траекторией движения показана эллиптическая орбита, где отталкивающей от *Центра* M является *центробежная* F_G , – сила Х. Гюйгенса (6.1), а противоположно направленная ей является *центростремительная* F_N , – сила И. Ньютона (6.4), см. [6].

7. Графическое изображение изменения некоторых текущих параметров («инерционного»!) движения тела по орбите (см. [6, 7])

В *примере 1* мы рассмотрели взаимодействие двух сил Х. Гюйгенса и И. Ньютона (как центробежной – круговое движение, так и гравитационной – линейное движение вдоль радиуса вращения), действующих одновременно на тело, обращающееся по эллиптической орбите вокруг тяжёлого *Центра*.

Покажем теперь графическое изображение изменения некоторых текущих параметров («инерционного»?) движения тела по орбите *1*, показанного в *примере 1*, (и двух тел по орбитам *2* и *3* в двух массовой системе, рис. 14 и 15).

В двух массовой системе обращение двух тел происходит вокруг т. O . При $M \gg m$, т. е. при тяжёлом центральном теле M в т. O (центрально-симметричное поле), две орбиты *2* и *3*, с целью упрощения исследования, часто заменяют одной орбитой *1* лёгкого тела m , см. рис. 14 и рис 15.

Плоскость орбиты (*плоскость эклиптики*) расположена в плоскости чертежа (оси x и y), а ось z , вокруг которой обращается планета, перпендикулярна (к *плоскости эклиптики*) к плоскости чертежа.

7.1. Движение массы m и M вокруг общего центра, т. O

(на параметрах орбит – радиусах r_{mO} и r_{MO}) в двух массовой системе

Скорость перпендикулярная к радиусу R_O в центрально симметричном поле

$$V_{GO} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot \Sigma M \cdot R_O}{R_O^2}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot 64 \cdot 4}{4^2}} = 4 \left[\frac{cm}{c} \right].$$

Скорость перпендикулярная к радиусам r_{mO} и r_{MO} орбит
в двух массовой системе, см. рис. 14 и рис. 15

$$\text{Так как } \frac{m \cdot v_{mO}^2}{r_{mO}} = \frac{\gamma m M}{R_O^2}, \text{ то } v_{mO} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M \cdot r_{mO}}{R_O^2}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot 63 \cdot 3,9375}{4^2}} = 3,9375 \left[\frac{cM}{c} \right],$$

где, как в *примере 1*: $m = 1$ [z], $M = 63$ [z], $\Sigma M = m + M = 1 + 63 = 64$ [z], $\gamma = 1 \left[\frac{cM^3}{z \cdot c^2} \right]$,

$$r_{mO} = R_O \cdot \frac{M}{\Sigma M} = 4 \cdot \frac{63}{64} = 3,9375, \quad v_{mO} = v_{m\perp O} = V_{GO} \cdot \frac{M}{\Sigma M} = 4 \cdot \frac{63}{64} = 3,9375 \left[\frac{cM}{c} \right],$$

$$r_{MO} = R_O \cdot \frac{m}{\Sigma M} = 4 \cdot \frac{1}{64} = 0,0625, \quad v_{MO} = v_{M\perp O} = V_{GO} \cdot \frac{m}{\Sigma M} = 4 \cdot \frac{1}{64} = 0,0625 \left[\frac{cM}{c} \right],$$

$$R_O = r_{mO} + r_{MO} = 3,9375 + 0,0625 = 4 \text{ [cM]}.$$

Угловой (кинетический) момент для орбиты каждой планетной системы свой и в любой точке орбиты – постоянен.

Угловой (кинетический) момент на орбите 2, на радиусе r_{mO}

$$L_m = m \cdot v_{mO} \cdot R_O = 1 \cdot 3,9375 \cdot 4 = 15,75 \left[\frac{z \cdot cM^2}{c} \right].$$

Угловой (кинетический) момент на орбите 3, на радиусе r_{MO}

$$L_M = M \cdot v_{MO} \cdot R_O = 63 \cdot 0,0625 \cdot 4 = 15,75 \left[\frac{z \cdot cM^2}{c} \right].$$

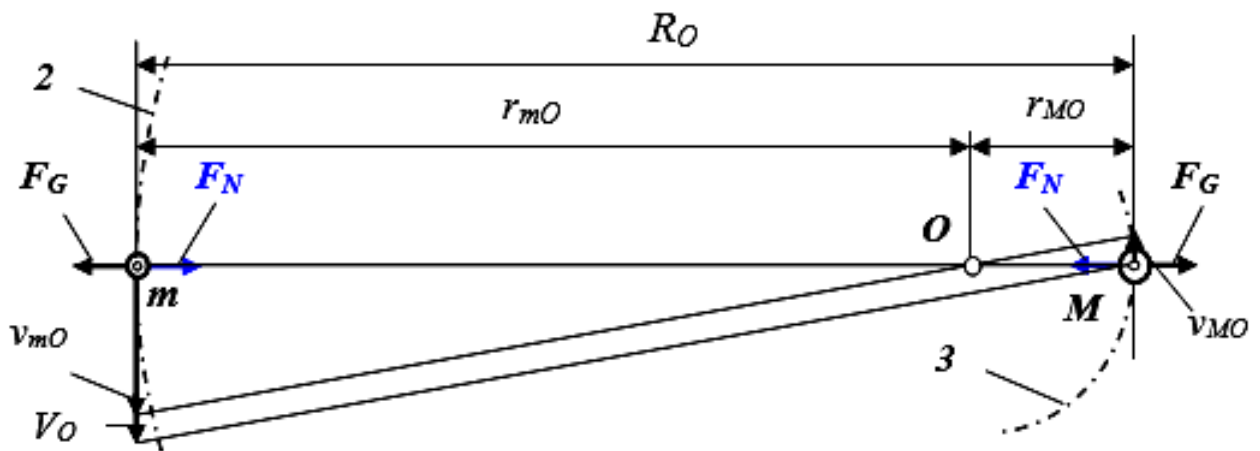


Рис. 14. Схема двух массовых систем $m + M = SM$:
на параметрах орбит, $F_N = F_G$, на среднем расстоянии орбит, $F_N > F_G$

Силы

центробежная $F_G =$

$$F_G = \frac{m \cdot v_{mO}^2}{r_{mO}} = \frac{1 \cdot 3,9375^2}{3,9375} = 3,9375 \left[\frac{z \cdot cM}{c^2} \right], \quad F_G = \frac{M \cdot v_{MO}^2}{r_{MO}} = \frac{63 \cdot 0,0625^2}{0,0625} = 3,9375 \left[\frac{z \cdot cM}{c^2} \right],$$

центростремительная $F_N =$

$$F_N = \frac{\gamma m M}{R_O^2} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 63}{4^2} = 3,9375 \left[\frac{z \cdot cM}{c^2} \right].$$

Здесь на «параметрах орбит R_O , а также r_{mO} и r_{MO} » силы равны всегда!

Кинетический эквивалент (аналог) суммы масс

$$v_{m\perp O}^2 \cdot r_{mO} = (3,9375)^2 \cdot 3,9375 = 61,04663086;$$

$$\text{Откуда следует вывод: } v_{m\perp O}^2 \cdot r_{mO} \cdot \left(\frac{R_O}{r_{mO}}\right)^2 = \gamma M,$$

$$v_{m\perp O}^2 \cdot r_{mO} = \left[\gamma M \cdot \left(\frac{M}{\Sigma M}\right)^2 = 61,04663086 \right] = v_{mda}^2 \cdot a_m.$$

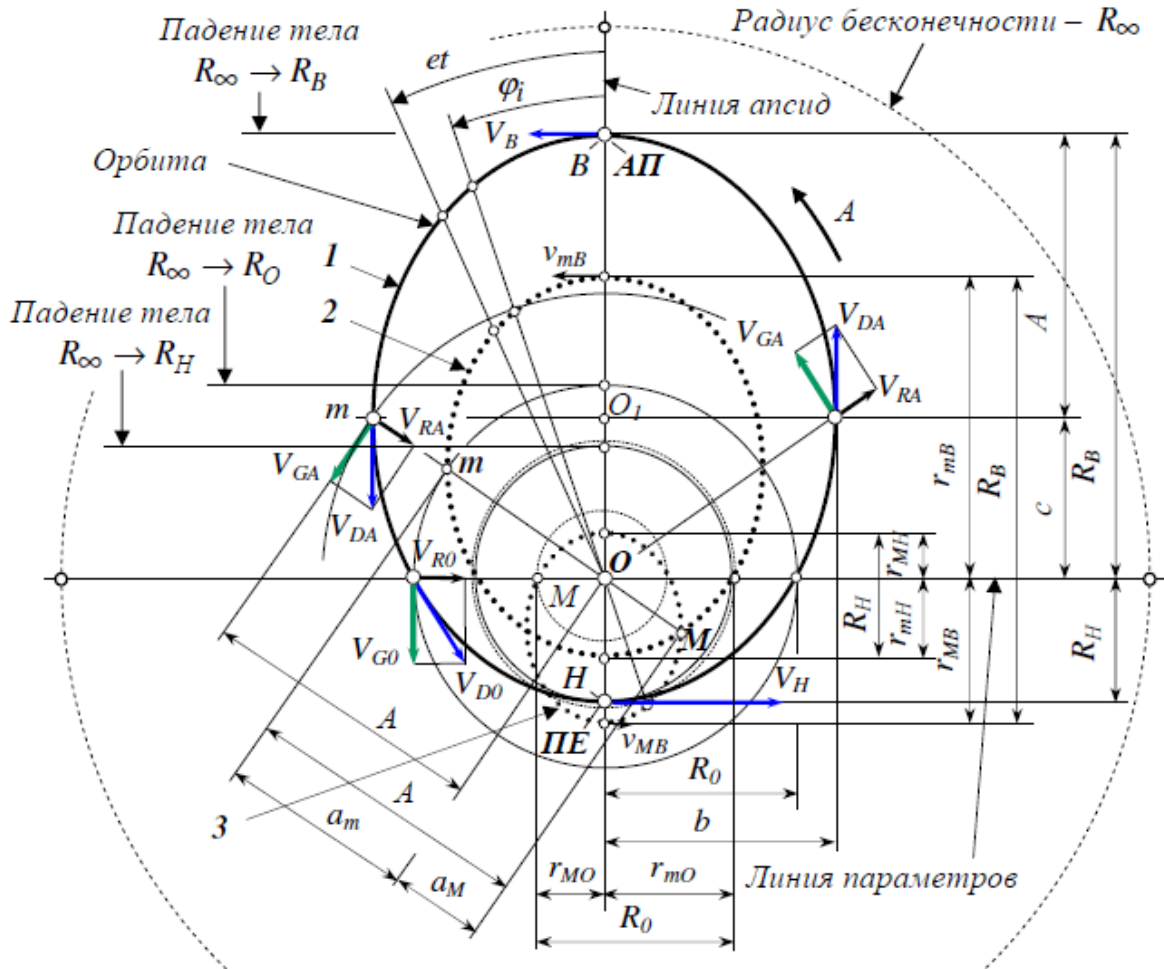


Рис. 15. Основные параметры планетных орбит:

- 1 – орбита массы m в центрально-симметричном поле с тяжёлой массой M в т. O ;
 2 и 3 – орбиты в двух массовой системе $M - m$,
 обращение двух тел происходит вокруг их общего барицентра т. O .

Для орбиты с эксцентриситетом $e = 0, (3)$, на рис. 16 показаны графики некоторых параметров движения тела по орбите в зависимости от равномерно текущего времени – τ , или равномерно вращающегося луча, как равномерно текущего угла времени – et , при начале движения от апогея (АП) к перигею (ПЕ).

(В каждой планетной системе своё время, свой временной цикл жизни!).

На рис. 17 показаны те же графики при начале движения от *перигея* (*ПЕ*) к *апогею* (*АП*) в зависимости от угла ϕi отклонения радиуса Ri от линии апсид (от начала движения и отсчёта угла и времени), а на рис. 18 – показаны графики, в зависимости от равномерно изменяющегося радиус-вектора – Ri , проведённого из фокуса орбиты, где расположена тяжёлая масса, к обращающемуся телу. Графики изображены за период *одного оборота* тела вокруг солнечного *Центра*.

(Необходимо отличать вековые колебания небесных тел от периодических!).

На всех рисунках 16 – 18, *показаны изменения следующих параметров:*

всех составляющих скорости движения тела ($V_{ОРБ}$, $V_{ОКР}$, $V_{РАД}$); сил F_N , F_G и их разности dF и углов ϕi и et и их разности $d\phi$, а именно: F_N – сила *центростремительная*; F_G – сила *центробежная*; разница сил центростремительной и центробежной $dF = F_N - F_G$ – это есть сила, которая в действительности действует на небесное тело в любой момент времени; ϕi – текущий угол текущего радиус-вектора Ri , соответственно конкретному времени τi (или углу et) с момента начала движения; здесь $et = (2\pi/T) \cdot \tau i$ – текущий угол равномерно вращающегося «луча времени», с момента начала отсчёта, где T – период обращения небесного тела вокруг солнечного *Центра*, τi – текущее время с начала отсчёта движения тела; ($d\phi = \phi i - et$) – разница между углом ϕi поворота радиус-вектора Ri и углом et равномерно вращающегося луча времени с начала отсчёта движения тела от линии апсид. На всех рисунках 15 – 17 вверху на поле рисунков показан эксцентриситет орбиты e , при котором получены графики. Кроме того, на рисунках сверху над средней вертикальной линией указано *АП* (апогей) или *ПЕ* (перигей) орбиты. Эта вертикаль указывает значения параметров, когда планета находится на линии апсид в апогее орбиты или перигее орбиты, а начало отсчёта или движение тела, напротив, началось либо в перигее орбиты, либо в апогее орбиты и

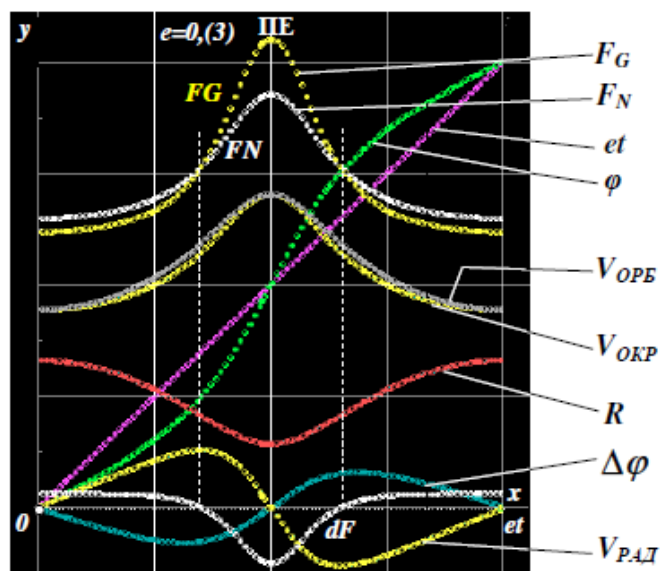


Рис. 16. Движение от АП к ПЕ

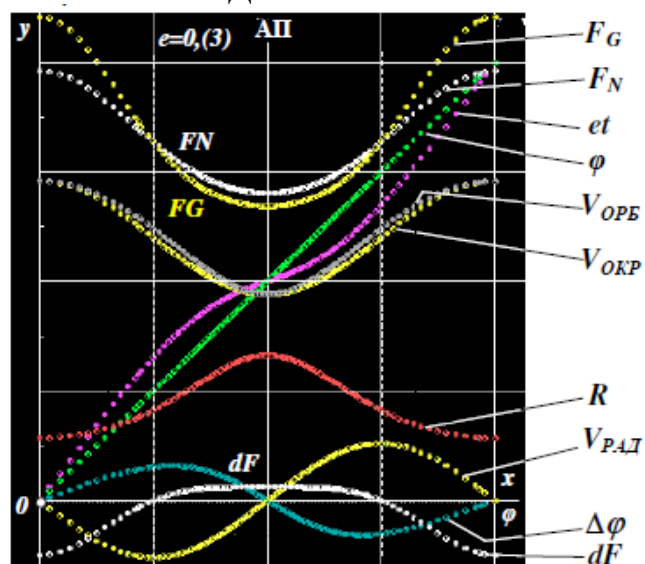


Рис. 17. Движение от ПЕ к АП

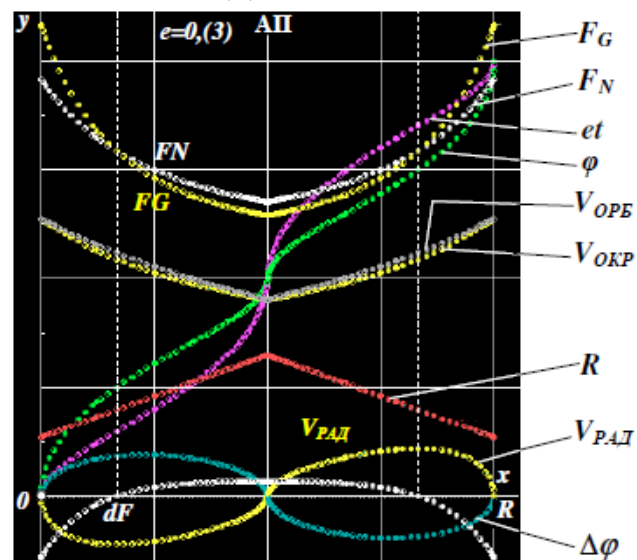


Рис. 18. Движение от ПЕ к АП

там же и закончилось, совершив один полный оборот вокруг тяжёлого *Центра*. Графики построены с помощью авторской программы в среде Turbo Pascal

Особые точки на графиках рис. 16 – 18.

7. 2. Равенство $F_N = F_G$ сил И. Ньютона и Х. Гюйгенса имеет место только на параметре орбиты R_O , что показано вертикальными пунктирными линиями. При этом, разница этих сил $\Delta F = |F_N - F_G| = 0$. В этот момент внешней силы, действующей на движущееся по орбите тело, – «нет».

7. 3. На параметре орбиты R_O , отмеченном вертикальными пунктирными линиями, радиальная скорость $V_{РАД}$ вдоль радиуса имеет наибольшее значение.

7. 4. На линии апсид в перигее *ПЕ* и апогее *АП* орбиты радиальная скорость $V_{РАД}$ вдоль радиуса равна нулю, т. е. $V_{РАД} = 0$. Вдоль линии апсид – покой.

7. 5. На линии апсид в перигее *ПЕ* и апогее *АП* орбиты окружная $V_{ОКР}$ скорость, всегда перпендикулярная к радиусу орбиты и орбитальная $V_{ОРБ}$ скорость, всегда касательная к орбите, равны друг другу и перпендикулярны к радиусам R_H и R_B или к линии апсид.

7. 6. В апогее орбиты (и выше линии параметров) $F_N > F_G$, в перигее орбиты (и ниже линии апсид) $F_N < F_G$. Окружность радиуса R_O или (радиусов r_{mO} и r_{MO}) есть геометрическое место точек равновесия.

7. 7. При движении от апогея *АП* к перигею *ПЕ* (или от радиуса R_B к радиусу R_H) равномерно вращающийся луч времени *et* обгоняет (идёт впереди угла φ_i) угол φ_i – текущий угол текущего радиус-вектора R_i , соответственно конкретному времени τ_i (или углу $et = (2\pi/T) \cdot \tau_i$) с момента начала движения, где T – период обращения небесного тела вокруг солнечного *Центра*.

7.8. При движении от *перигея ПЕ* к *АП апогею* (или от радиуса R_H к радиусу R_B) равномерно вращающийся луч времени *et* отстаёт (идёт сзади угла φ_i) от угла φ_i – текущего угла текущего радиус-вектора R_i , соответственно конкретному времени τ_i (или углу $et = (2\pi/T) \cdot \tau_i$) с момента начала движения. При этом, $(\Delta\varphi = |\varphi_i - et|)$ – разница между углом φ_i поворотом радиус-вектора R_i и углом *et* равномерно вращающимся лучом времени. На линии апсид в точках *ПЕ* и *АП* углы φ_i и *et*, или луч радиуса-вектора R_i и луч времени *et* совпадают, т. е $\Delta\varphi = 0$. Круговое

колебание указанных лучей также имеет нулевую точку равенства, в момент, когда один луч обгоняет другой, а затем другой луч обгоняет первый.

7.9. *Замечание* по поводу колебания радиус-вектора R_i (обращающейся массы m) относительно равномерно вращающегося луча времени et (угла – et).

Угловая скорость равномерно вращающегося луча времени « et »

$$\omega_\tau = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{7,497364958} = \frac{V_*}{R_*} = 0,838052481 = \text{const},$$

где: $R_* = \sqrt{Ab} = 4,3694259453$; $V_* = 3,661808255$; площадь круга и эллипса – $\pi R_*^2 = \pi Ab = 59,978919665$; кинетический момент – $R_* V_* = 16 = L$.

При движении от апогея ($АП$) к перигею ($ПЕ$), – когда m планета находится на радиусе R_* , то в этот момент угловая скорость радиуса планеты равна угловой скорости ω_τ «луча времени» « et ». До этого момента радиус планеты (или угол φ_* , отклонения линии радиуса-вектора планеты от апогея на линии апсид) отставал от «луча времени» или угла « et ». Теперь угловая скорость обращения планеты на радиусе R_* опережает угловую скорость равномерно вращающегося «луча времени» и в перигее на линии апсид и линия радиус-вектора (на котором находится планета) и линия «луча времени» совпадают.

При дальнейшем движении угловая скорость радиус-вектора планеты больше угловой скорости вращения «луча времени» до тех пор, пока мы не достигнем радиуса R_* с другой стороны линии апсид. И когда планета вновь будет находиться на радиусе R_* он будет иметь угловую скорость равную угловой скорости «луча времени», но, если ранее отстававшего от радиуса R_* , то теперь уходящего вперёд. Угловая скорость радиус-вектора R_i планеты уменьшается, а угловая скорость «луча времени» остаётся постоянной. И только на линии апсид обе прямые линии вновь совпадут.

Изменение угловой скорости смотри на рис. 19 и 20 и табл. 6.

Угловая скорость:

$$\begin{aligned} \text{в апогее} - \omega_B = \frac{V_B}{R_B} = \frac{2, (6)}{6_B} = 0, (4) \left[\frac{pad}{c} \right], \text{ в перигее} - \omega_H = \frac{V_H}{R_H} = \frac{5, (3)}{3} = 1, (7) \left[\frac{pad}{c} \right]. \\ \frac{\omega_B + \omega_H}{2} = \frac{0, (4) + 1, (7)}{2} = 1, (1) \left[\frac{pad}{c} \right]; \frac{0, (8) + 0,790789265}{2} = 0,839839 \left[\frac{pad}{c} \right]. \end{aligned}$$

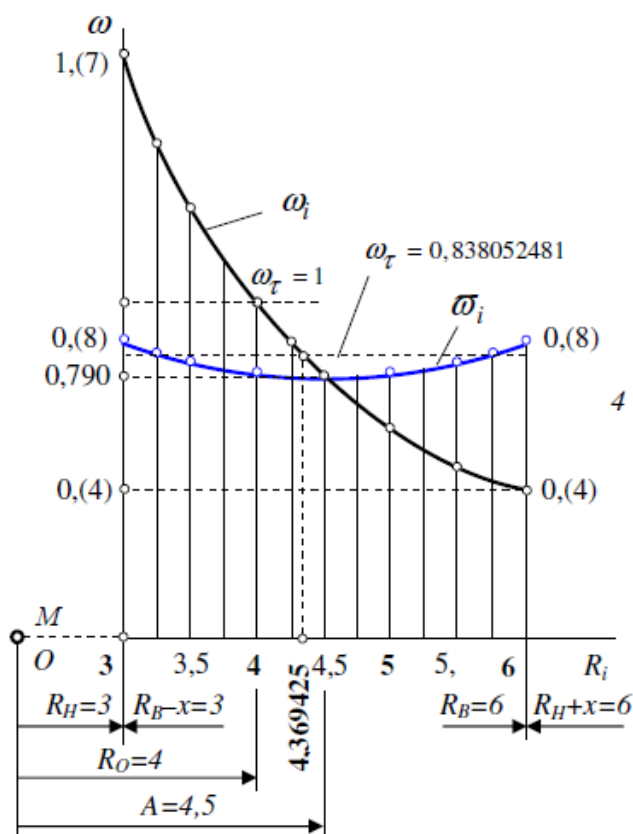


Рис. 19. Изменение угловой скорости обращения

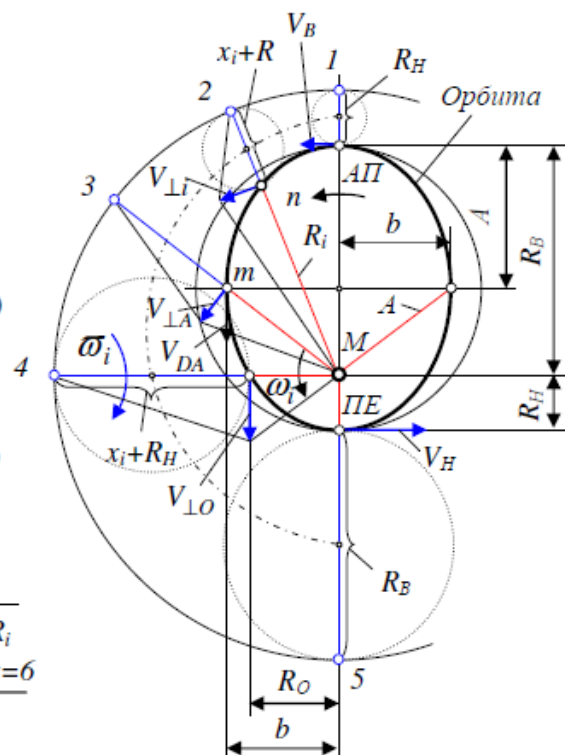


Рис. 20. Иллюстративная схема

Таблица 6

№ п/п	$\uparrow (x + R_H)$ Движение от перигея к апогею	$\downarrow R_i = R_A - \delta$ Движение от апогея к перигею	$\downarrow V_{Li}$ Движение от апогея к перигею	$\varpi_i = \frac{V_{Li}}{x + R_H}$ Движение от перигея к апогею	$\downarrow \omega_i = \frac{V_{Li}}{R_i}$ Движение от апогея к перигею	$\downarrow \tau_i$ Движение от апогея к перигею	$\downarrow \varphi_i$ Движение от апогея к перигею
0	3	6	2,(6)	0,(8)	0,(4)	0,0	0,0
1	3,25	5,75	2,7826086	0,8561872	0,4839319		
2	3,5	5,5	2,9090909	0,8311688	0,5289256		
3	3,75	5,25	3,0476190	0,8126984	0,5804988		
4	4	5	3,2	0,8	0,64	1,84383333043	0,927295218002
5	4,25	4,75	3,3684210	0,7925696	0,7091412		
6	4,5	4,5	3,(5)	0,7901234	0,7901234	2,27208880395	1,23095941734
	4,630574055	4,36942594537	3,661808255	0,790789265	0,838052481	2,37458160954	1,31435092375
7	4,75	4,25	3,7647058	0,7925696	0,8858131		
8	5	4	4	0,8	1,0	2,65484914864	1,57079632679
9	5,25	3,75	4,2(6)	0,8126984	1,13(7)		
10	5,5	3,5	4,5714285	0,8311688	1,3061224		
11	5,75	3,25	4,9230769	0,8561872	1,5147928		
12	6	3	5,(3)	0,(8)	1,(7)	3,74868247907	3,14159265359
Стрелки показывают направление движения тела и изменение числового значения параметра							

Радиусу $R_* = \sqrt{Ab} = 4,3694259453$, при обращении от апогея, соответствуют:

- угол между радиус-вектором тела и линией апсид $\varphi_* = 1,31435092375$,
- угол между равномерно вращающимся «лучом времени» и линией апсид

$$et = 1,99002401017 [rad],$$

- время, пройденное телом на угол от перигея на линии апсид

$$\tau_* = 2,37458160954 \text{ с},$$

- угловая скорость обращения на радиусе R_*

$$\omega_\tau = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{7,497364958} = \frac{V_*}{R_*} = 0,838052481 = \text{const}.$$

При этом, период обращения тела по орбите $T = 7,497364959 \text{ с}$,

$$\text{или } T = \frac{2\pi R_*}{V_*} = 2\pi \cdot \rho_\tau = \frac{2\pi \cdot 4,36942594537}{3,661808235} = 2\pi \cdot 1,193242683 = 7,497364959 \text{ с}.$$

Здесь $\rho_\tau = 1,1932426839 [с] = \text{const}$ есть «радиус времени» в секундах.

8. Некоторые зависимости («инерционного») движения тел по орбитам в солнечной системе.

8.1. Мы показали [7], рис.21 и 22 здесь, что каждая одиночная планета, или планетная система, в солнечной системе имеет свою собственную *Центральную солнечную массу планетной системы – ЦМПС* (или – своё собственное «Солнце»). Каждой планете или планетной системе соответствует внутри Солнца своя орбита, на которой находится *Центральная солнечная масса* соответствующая внешней планетной системе. Важно заметить, что Солнце – это огромное не твёрдое тело, область пространства, радиус которого охватывает ~ 700000 млн. км. пространства, и что каждая планетная система или планета отвлекает на себя часть солнечной массы, а окружающие Солнце небесные тела своей механической – кинетической энергией – *перемешивают* солнечную массу, вызывая в ней другие процессы. Поэтому *Центральную солнечную массу*, соответствующую внешней планетной системе, необходимо рассматривать как ту часть солнечной массы, которую внешняя планетная система отвлекает на себя, которые показаны окружностями (и точками) внутри Солнца, смотри рис. 22.

При рассмотрении движения любой «планетной системы» (как – «Земля-Луна»), или отдельной планеты (как – «Венера»), движение рассматривают как

обращение «планетной системы» вокруг «Центральной солнечной массы – массы Солнца», т. е. как двух массовую систему. При таком рассмотрении, если периоды обращения планет и планетных систем определены точно, то либо масса Солнца M_C , либо гравитационная постоянная γ не остаются постоянными. Поэтому, покажем к каким результатам в исследовании мы пришли, [2, 3, 4, 5]. Мы показали, что каждая планета имеет свою собственную ЦМПС, или Центральную солнечную массу планетной системы (или – своё собственное «Солнце» – M'_i).



Рис. 21. Расположение «барицентров» планетных систем в солнечной системе:
а) первая часть исследования, б) вторая часть исследования.

Однако, все планетные системы должны обращаться вокруг общего Центра масс M_{CC}

На рис. 21 а) слева от вертикальной линии «О», или (M_{CC}), показано:

А. – Вертикальная линия «О», на которой, условно, точками изображено положение «Центральных масс планетных систем – M'_i » в двух массовой системе

«солнечный центр – планета». Здесь для «Земли» нам известно $A_3 = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$. и неизвестно $a_{m3} = ?$

Б. – Левее этой линии «О» показаны (см. пунктирное изображение) окружностями больших размеров положения «барицентров планетных систем» по степени удаления их от центра Солнца – a_M (от этой линии «О»). Теперь «планетные системы» разместились иначе по степени их удаления от Солнца: Астероиды – Меркурий – Плутон – Марс – Венера – Земля – Уран – Нептун – Сатурн – Юпитер.

В. – И, наконец, слева показаны внешние «планетные системы» по степени их удаления от «солнечного Центра» в известном порядке: Меркурий – Венера – Земля – Марс – Астероиды – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун – Плутон.

8.2. В первой части исследования, рис. 21 а, [см. также 5], мы принимали за средние расстояния между внешней планетой, например «Земля» и центром «Солнца» величину A , как известную, и определяли положение барицентра, т. О, системы «Земля – Луна – Солнце». Эта точка расположена между планетой и Солнцем, а именно: $a_m + a_M = A$, рис. 21 а. (Однако, так в много массовой системе лёгкие планеты обращаться не могут вокруг одного тяжёлого Центра).

Первая часть исследования необходима для получения исходных данных, позволяющих перейти ко второй части исследования, рис. 21 б, табл. 7, и определить *истинные параметры планетных систем*. Все барицентры размещаются в центре Солнца, (в центре солнечной системы), а «Центральные солнечные массы» «планетных систем» должны располагаться на расстояниях a_M от центра Солнца (правее от этой линии «О») в том же порядке: Астероиды – Меркурий – Плутон – Марс – Венера – Земля – Уран – Нептун – Сатурн – Юпитер. (При любых наших исследованиях и расчётах должен оставаться величиной постоянной период обращения, и для Земли $T_3 = 3,155814954051 \cdot 10^{07} \text{ с.} = \text{const.}$)

Исследуя схему рис. 21 б, (вторая часть нашего исследования), по прежним параметрам Земли, теперь уже при известном $a_{m3} = 1,496 \cdot 10^{11}$, определяем истинное среднее расстояние A_3 и другие параметры.

Таблица 7. ТАБЛИЦА ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАНЕТНЫХ ОРБИТ

Масса всех планетных систем $MSM=1,98956784534E+31$;
МАССА солнечной системы $MSC=1.99184191973E+30$; Масса внешних планет $ssmm=2.66771869889E+27$;
МАССА Солнца $MC=1.98919231925E+30$; Масса системы Земля-Солнце $Z-C=1.98920421379E+30$;

	TL	AL	KL	rap	rpe	roo	
0	JVEA	2.360591545E+06	3.844011655E+08	8.13E+01	4.055047895E+08	3.63257541537E+08	3.83242576567E+08
	ИМЯ	TP	A	m	ΣM		
1	МЕРКУР	7.603200000000000E+06	5.792357067430314E+10	3.300030017502097E+23	1.989192657864826E+30		
2	ВЕНЕРА	1.9414080000000000E+07	1.082104811616325E+11	4.870044298556125E+24	1.989198182415078E+30		
3	ЗЕМЛЯ	3.155814954051010E+07	1.496004535964341E+11	6.031371673328563E+24	1.989204213786751E+30		
4	МАРС	5.932933731072000E+07	2.278788900433821E+11	6.420058397685898E+23	1.989193312370780E+30		
5	ЮПИТЕР	3.742757555878400E+08	7.783637432258838E+11	1.899017273708025E+27	1.991860037944473E+30		
6	САТУРН	9.2854080000000000E+08	1.425982790932017E+12	5.680051666488458E+26	1.989961020670765E+30		
7	УРАН	2.6428896000000000E+09	2.863634297404032E+12	8.680078955126728E+25	1.989291014576303E+30		
8	НЕПТУН	5.1667200000000000E+09	4.477293667848717E+12	1.020009278137012E+26	1.989393015504116E+30		
9	ПЛУТОН	7.8268032000000000E+09	5.905372894743925E+12	1.250011370265946E+22	1.989192670364940E+30		
10	АСТЕРО	1.3768280946000000E+08	3.994332110993689E+11	8.616245247612233E+21	1.989192327861824E+30		
	ИМЯ	KML	EKS	VO	VRO		
1	МЕРКУР	6.027800708817523E+06	2.060000000000000E-01	4.786728327548399E+04	1.007678737640482E+04		
2	ВЕНЕРА	4.084548703100169E+05	6.700000000000000E-03	3.502130955047085E+04	2.346480407225353E+02		
3	ЗЕМЛЯ	3.298085891823824E+05	1.675000000000000E-02	2.978515963832003E+04	4.989725380996344E+02		
4	МАРС	3.098402766993431E+06	9.340000000000000E-02	2.413317523231905E+04	2.263934983302653E+03		
5	ЮПИТЕР	1.047889899803367E+03	4.840000000000000E-02	1.306670628610991E+04	6.331706391858435E+02		
6	САТУРН	3.502420633321468E+03	5.570000000000000E-02	9.649241175266597E+03	5.382984148637317E+02		
7	УРАН	2.291689078026030E+04	4.710000000000000E-02	6.807982044571425E+03	3.210122203549415E+02		
8	НЕПТУН	1.950267568359406E+04	8.700000000000000E-03	5.444782335747874E+03	4.737139912553140E+01		
9	ПЛУТОН	1.591339651127826E+08	2.530000000000000E-01	4.740703357109022E+03	1.239731012878688E+03		
10	АСТЕРО	2.308653319491842E+08	0.000000000000000E+00	1.822822248487195E+04	0.000000000000000E+00		
	ИМЯ	am	aM	RO	VO		
1	МЕРКУР	5.792356106490100E+10	9.609402145656520E+03	5.546552602916841E+10	4.891644357478067E+04		
2	ВЕНЕРА	1.082102162358746E+11	2.649257582698014E+05	1.082056235931335E+11	3.502209563022915E+04		
3	ЗЕМЛЯ	1.496000000000000E+11	4.535964341343215E+05	1.495584813191720E+11	2.978942914027071E+04		
4	МАРС	2.278788164961922E+11	7.354718983720665E+04	2.258909748733552E+11	2.423913258354018E+04		
5	ЮПИТЕР	7.776216598678686E+11	7.420833620152143E+08	7.765403794595432E+11	1.308203799970751E+04		
6	САТУРН	1.425575765073526E+12	4.070258584907897E+08	1.421558693852978E+12	9.664244432023908E+03		
7	УРАН	2.863509345490924E+12	1.249519131084500E+08	2.857281582442328E+12	6.815546079722748E+03		
8	НЕПТУН	4.477064106316804E+12	2.295615319124123E+08	4.476954781490997E+12	5.444988405233494E+03		
9	ПЛУТОН	5.905372857634486E+12	3.710944331368345E+04	5.527375881124265E+12	4.900122580548160E+03		
10	АСТЕРО	3.994332093692121E+11	1.730156736816299E+03	3.994332110993689E+11	1.822822248487195E+04		
	ИМЯ	rom	roM	vom	voM		
1	МЕРКУР	5.546551682755086E+10	9.201617556203440E+03	4.891643545964252E+04	8.115138144512161E-03		
2	ВЕНЕРА	1.082053586792678E+11	2.649138657525126E+05	3.502200988756225E+04	8.574266689727699E-02		
3	ЗЕМЛЯ	1.495580278500000E+11	4.534691719847697E+05	2.978933881715666E+04	9.032311405535686E-02		
4	МАРС	2.258909019677587E+11	7.290559651383039E+04	2.423912476043693E+04	7.823103251343154E-03		
5	ЮПИТЕР	7.758000344723285E+11	7.403449872146920E+08	1.306956572973699E+04	1.247226997052786E+01		
6	САТУРН	1.421152930518143E+12	4.057630648350806E+08	9.661485915293115E+03	2.758516730793351E+00		
7	УРАН	2.857156907723793E+12	1.246747185348911E+08	6.815248689960965E+03	2.973897617835379E-01		
8	НЕПТУН	4.476725237334597E+12	2.295441564000619E+08	5.444709227682884E+03	2.791775506097892E-01		
9	ПЛУТОН	5.527375846390160E+12	3.473410495661789E+04	4.900122549755724E+03	3.079243671382707E-05		
10	АСТЕРО	3.994332093692121E+11	1.730156736816299E+03	1.822822240591590E+04	7.895608341025456E-05		
	ИМЯ	VB	VH	RB	RH		
1	МЕРКУР	3.883965619837585E+04	5.899323095118548E+04	6.985582623320959E+10	4.599131511539669E+10		
2	ВЕНЕРА	3.478744758950662E+04	3.525674367095169E+04	1.089354913854158E+11	1.074854709378499E+11		
3	ЗЕМЛЯ	4.455261781583975E+15	3.028840207837024E+04	1.521062611941744E+11	1.470946459986939E+11		
4	МАРС	2.197519760023753E+04	2.650306756684284E+04	2.491627783734339E+11	2.065950017133302E+11		
5	ЮПИТЕР	1.244886736052167E+04	1.371520863889335E+04	8.160365484022102E+11	7.406909380575574E+11		
6	САТУРН	9.125946017160176E+03	1.020254284688764E+04	1.505410032386930E+12	1.346555549477103E+12		
7	УРАН	6.494533859367807E+03	7.13655830077690E+03	2.998511472811762E+12	2.728757121996302E+12		
8	НЕПТУН	5.397617006107963E+03	5.49235980435902E+03	4.516246122759001E+12	4.438341212938433E+12		
9	ПЛУТОН	3.660391567669476E+03	6.139853593426845E+03	7.399432237114143E+12	4.411313552373715E+12		
10	АСТЕРО	1.822822248487195E+04	1.822822248487195E+04	3.994332110993689E+11	3.994332110993689E+11		
	ИМЯ	L = VR	V²R = γSM	En	Eg		
1	МЕРКУР	2.713176274351345E+15	1.327189341327412E+20	1.423653929452274E+22	1.423653929452274E+22		
2	ВЕНЕРА	3.789587697207302E+15	1.327193027307340E+20	5.520345698938841E+22	5.520345698938841E+22		
3	ЗЕМЛЯ	4.455261781583975E+15	1.327197051438521E+20	3.578723048509024E+22	3.578723048509024E+22		
4	МАРС	5.475401289380401E+15	1.327189778013784E+20	1.669837104457023E+21	1.669837104457023E+21		
5	ЮПИТЕР	1.015873075239703E+16	1.328969017316553E+20	4.181204750101187E+23	4.181204750101187E+23		
6	САТУРН	1.373829068925447E+16	1.327701992991535E+20	3.730777263349171E+22	3.730777263349171E+22		
7	УРАН	1.947393428787882E+16	1.327254964525309E+20	1.411084430944692E+21	1.411084430944692E+21		
8	НЕПТУН	2.437696687597313E+16	1.327323019944346E+20	6.754497806204085E+20	6.754497806204085E+20		
9	ПЛУТОН	2.708481936627429E+16	1.327189349667488E+20	5.430112787901620E+16	5.430112787901620E+16		
10	АСТЕРО	7.280957439766131E+15	1.327189121149409E+20	7.167414481721711E+18	7.167414481721711E+18		

Здесь небесное тело m обращается относительно не твёрдого тела M – Солнца или т. O , рис. 21. При переходе от рис. 21а к рис. 21б сохраняются все прежние основные зависимости.

Кроме того, во всех справочниках даются средние расстояния A , см. рис. 21а, и даются словесные объяснения, что это есть расстояние планеты «до центра Солнца». В действительности расстояния A должно быть и является расстоянием между планетой (или планетной системой) и её центральной солнечной массой, с которой она обращается в паре, а не расстоянием до центра Солнца, которое должно быть равным a_m , см. рис. 21б и 22. Структурная организация планетных систем в солнечной системе показана на рисунках 21 и 22.

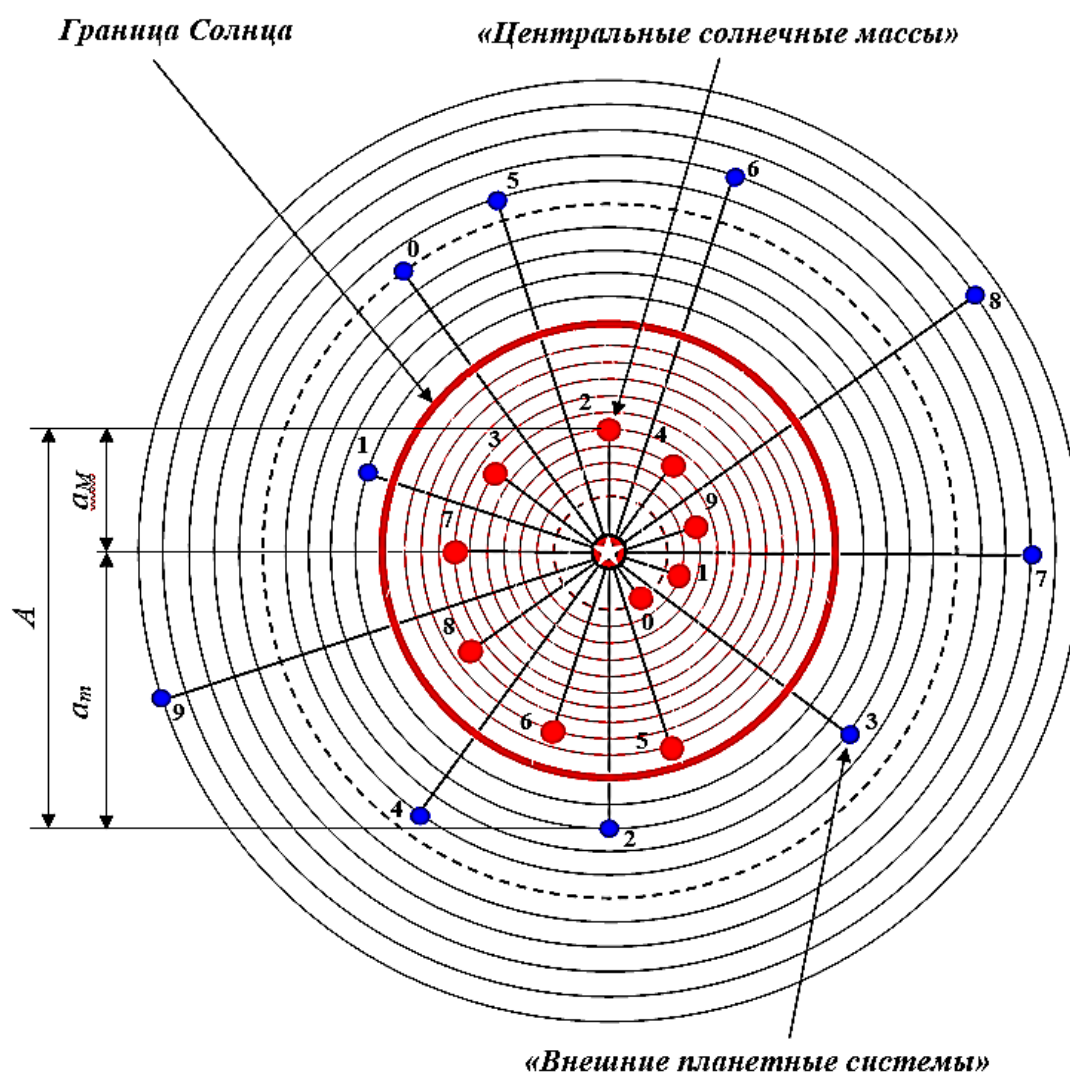
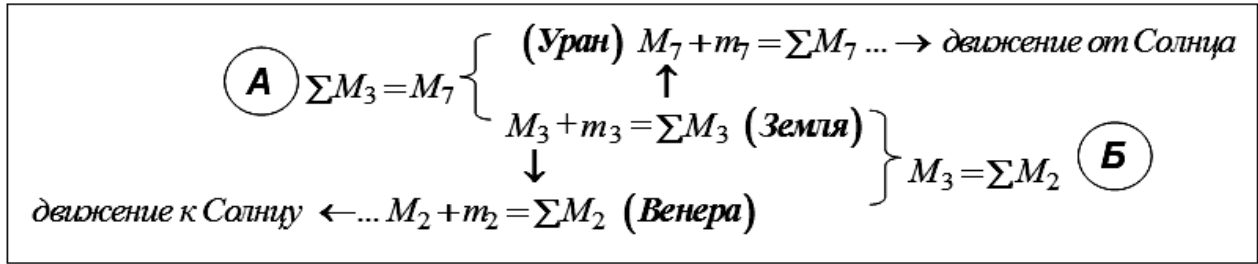


Рис. 22. Структурная организация планетных систем в много массовой солнечной системе

8.3 При этом, установлена неизвестная ранее закономерность в сформировавшейся много массовой солнечной системе, в которой *«структурная организация планетных систем» объединяет массы, расстояния и периоды обращения небесных тел в единую архитектурно организованную солнечную систему», заключающаяся в том, что планетные системы, как двух массовые системы, расположены в порядке [(0) Астероиды – (1) Меркурий – (9) Плутон – (4) Марс – (2) Венера – (3) Земля – (7) Уран – (8) Нептун – (6) Сатурн – (5) Юпитер] удаления их «центральных солнечных масс» от общего их «барицентра», от Центра солнечной системы, так, что собственные барицентры всех планетных систем расположены в Центре солнечной системы, или в центре Солнца, и в солнечной системе, в целом, сохраняются прочные связи и отношения, которые в рамках основной формулы закона необходимо рассматривать как прочные, долгоживущие («инерционные»), определённым образом организованные, взаимообусловленные закономерности только под углом зрения «структурной организации планетных систем в единую архитектурно организованную солнечную систему», что даёт возможность раскрыть их генетическое (инерционное) основание. Затем отдельно от такого анализа и на его основе упомянутые закономерности должны исследоваться в другом аспекте – как относительно самостоятельное, качественно своеобразное конкретное целое, что даёт возможность выявить специфические (внутренние связи) законы каждой закономерности и решить вопрос о месте её «в единой архитектурно организованной солнечной системе». Такое исследование различных закономерностей отражает каждую из них как единство многообразного и является (и подтверждается) специальной разработкой каждой из них.*

Поэтому формулировка общего закона такова: *Солнечная система – это единая многомассовая система, в которой структурная организация планетных систем, связывающая массы, расстояния и периоды обращения, характеризуется следующими закономерностями:*

А. – «Центральная солнечная масса любой планетной системы равна суммарной массе планетной системы, барицентр которой ближе отстоит от Центра солнечной системы».



Б. – Центральная солнечная масса любой внешней планетной системы равна сумме масс Центра и всех внешних планетных систем, барицентр которых ближе к центру Солнца, то есть – $M_C + \sum_1^i m_i = M_{i+1}$, где $\Sigma M_{i+1} = M_{i+1} + m_{i+1}$.

В. – Если от суммарной массы любой планетной системы отнять сумму масс всех внешних планетных систем, включая внешнюю массу рассматриваемой планетной системы, барицентр которых ближе к центру Солнца, то получим «массу солнечной среды», – «массу Солнца», то есть – $M_C = \Sigma M_{i+1} - \sum_1^{i+1} m_i$.

Г. – Уточнённый третий закон Кеплера допускает записывать его так:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\Sigma M_1}{\Sigma M_2}\right) = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3, \text{ или } \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{SM_{m1}}{SM_{m2}}\right) = \left(\frac{a_{m1}}{a_{m2}}\right)^3, \text{ или } \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{SM_{M1}}{SM_{M2}}\right) = \left(\frac{a_{M1}}{a_{M2}}\right)^3.$$

$$\text{где } \gamma \cdot SM_m = \gamma \cdot \Sigma M \cdot \left(\frac{M}{\Sigma M}\right)^3 = \gamma \cdot M \cdot \left(\frac{M}{\Sigma M}\right)^2, \quad \gamma \cdot SM_M = \gamma \cdot \Sigma M \cdot \left(\frac{m}{\Sigma M}\right)^3 = \gamma \cdot m \cdot \left(\frac{m}{\Sigma M}\right)^2,$$

$$\text{где также } T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{\gamma} \cdot \frac{A^3}{\Sigma M} = \frac{4\pi^2 \cdot A^3}{v_{mDA}^2 \cdot A}\right) = \left(\frac{4\pi^2}{\gamma} \cdot \frac{a_m^3}{SM_m} = \frac{4\pi^2 \cdot a_m^3}{v_{mDa}^2 \cdot a_m}\right) = \left(\frac{4\pi^2}{\gamma} \cdot \frac{a_M^3}{SM_M} = \frac{4\pi^2 \cdot a_M^3}{v_{MDa}^2 \cdot a_M}\right) = \dots,$$

а читать следующим образом: «Отношение периодов обращения планетных систем в квадрате, помноженное на отношение суммарных масс этих планетных систем равно отношению средних расстояний орбит планетных систем в кубе».

Д. – Для любой эллиптической орбиты в двух массовой системе всегда справедливо:

$$V_{OKP(O)}^2 \cdot R_O = \gamma \cdot \Sigma M = V_{OPB(A)}^2 \cdot A,$$

где A – средний радиус орбиты, а R_O – параметр орбиты.

Е. – На любом радиусе любой планетной орбиты справедливо выражение

$$V_{D(A)} = V_{OPB(A)} = \sqrt{\frac{2\gamma \Sigma M_i}{R_i} - V_{OPB(i)}^2} = const, \text{ или } \frac{V_{mD(A)}^2}{2} = \frac{\gamma \cdot \Sigma M_i}{R_i} - \frac{V_{mD(i)}^2}{2} = const,$$

$$\text{или } \frac{V_{mD(i)}^2}{2} = \frac{\gamma \cdot \Sigma M_i}{R_i} - \frac{V_{mD(A)}^2}{2}, \text{ и, если известна орбитальная скорость } V_{D(A)} \text{ на}$$

среднем радиусе A орбиты и соответствующий радиус R_i искомой скорости в

любой точке орбиты, то *орбитальная скорость* в этой точке на орбите равна

$$V_{Di} = \sqrt{\frac{2\gamma \sum M_i}{R_i}} - V_{D(A)}. \text{ И так далее.}$$

Заключение

А теперь вернёмся к первоначальному определению инерции и сформулируем прежнее определение заново. Предварительно повторим (напомним!) высказывания (суждения) двух известных наших предков.

1. Итак, *«врождённая сила материи» есть свойство материи, или есть не что иное, как инерция» (и. Ньютон).*

«...Проявление инерции в высшей степени отлично от того, которое свойственно обычным силам». [9]. (Обратите внимание ещё раз на мысль Л. Эйлера – «отлично от...»).

2. *«От инерции материи происходит, что всякое тело лишь с трудом выводится из своего покоя или движения. Поэтому «врождённая сила» могла бы быть весьма вразумительно названа «силою инерции». (Обратите внимание, как осторожно, с каким смысловым оттенком (удерживать, сохранять своё состояние – инерция!), И. Ньютон вводит здесь это понятие – «сила инерции»). «Приложенная сила, – продолжает И. Ньютон, – есть действие, произведённое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения». (Не только состояние покоя и не только прямолинейное движение?! «Сила проявляется единственно только в действии и по прекращении действия в теле не остаётся. Тело продолжает затем удерживать своё новое состояние вследствие одной только инерции. Происхождение приложенной силы может быть различное – от удара, от давления, от центростремительной силы». И далее: «Волчок, коего части вследствие взаимного сцепления отвлекают друг друга от прямолинейного движения, не перестаёт равномерно вращаться, поскольку это вращение не замедляется сопротивлением воздуха...», [8].*

Сделаем замечание. Прямая линия (как «движение») – это частный случай окружности, когда радиус её равен бесконечности, или $R = \infty$. Точка (как «покой») – это частный случай окружности, когда радиус её равен нулю, или $R = 0$. Когда

два тела m и M равномерно вращаются по окружностям радиусов r_{mO} и r_{MO} , уравновешенные центробежными и гравитационными силами, вокруг общего их центра вращения, точки O , смотри рис. 14 и 15, то вся эта двух массовая система находится в стабильном инерционном (*вращательном!*) состоянии.

Гироскопические приборы раскручивают при старте ракеты до нескольких десятков тысяч оборотов в минуту, и как бы не изменялось в дальнейшем положение ракеты в полёте, гироскопы строго держат свою ось вращения, определяя координатное положение ракеты, заданное ещё при старте. Чтобы изменить положение оси гироскопа (изменить его инерционное состояние!) необходимо приложить очень большое усилие, вплоть до поломки гироскопа (кинетическая энергия выплёскивается «мгновенно», подобно взрыву атома, когда мы вмешиваемся в его внутреннее инерционное состояние). Эта «врождённая сила материи», (не о силе, измеряемой динамометром, здесь идёт речь), как «свойство материи сопротивляться изменению своего состояния» и есть «инерция».

Мы понимаем инерционное состояние тела или системы как независимое, самостоятельное, само сохраняемое, долгоживущее, при этом, возможно только внутренне диалектическое изменение состояния системы, живущей и развивающейся по своим внутренним законам.

Инерция – это природное свойство тел (или системы тел) сохранять своё природное состояние (идентичность, «инерционный» покой или движение), до тех пор, пока на систему не действует внешняя сила (или внешняя энергия!), и пока это внешнее воздействие не выведет эту систему из инерционного состояния, в котором она находится (и эволюционирует).

(И. Ньютон: «Тело продолжает затем удерживать своё новое состояние вследствие одной только инерции»!)

В двух массовой «возмущённой» системе m и M тела разбегаются при движении к апогеям своих орбит и уменьшается скорость вращения системы, и сближаются при движении к перигеям своих орбит, и скорость обращения системы увеличивается, – система «дышит»: «вдох – $\frac{T}{2}$ » и «выдох – $\frac{T}{2}$ », где T – период

колебания, – это её инерционное состояние. (При этом, необходимо отличать вековые колебания небесных тел от периодических!).

Круговое движение небесных тел вокруг их общего (барицентра), центра вращения – инерционное, когда они движутся по окружностям, и силы И. Ньютона и Х. Гюйгенса взаимно уравновешены. Но когда они движутся по эллиптическим орбитам (циклическим кривым), то и движение вдоль радиусов обращения, и периодическая неравномерность обращения, есть колебательное (периодическое) движение, как долго живущее *инерционное состояние системы*. Опираясь на сказанное Г. Галилеем, Х. Гюйгенсом, И. Ньютоном, Л. Эйлером и другими, мы считаем, и ещё раз напомним, что сказанное нами не ставит под сомнение общее присущее природе свойство инерции, а также, свойство тел к взаимному притяжению, как и природное свойство присущее телам, удаляться друг от друга при их взаимном обращении вокруг общего *Центра*.

Список литературы

1. Гулиа Н.В. Инерция. – М.: Наука, 1982.
2. Kulik V.I. About oscillatory motion of celestial bodies or two bodies problem (towards solution of two mass system) // Study and application on new technology – Harbin Engineering Press, 1994.
3. Кулик В. Силы, действующие на небесное тело, движущееся по орбите в солнечной системе / В. Кулик, И. Кулик // «Современные направления теоретических и прикладных исследований '2010: сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции. – Т. 33. Физика и математика. – Одесса: Черноморье, 2010. – 88 с. (40–54). (15–26 марта 2010 г.).
4. Кулик В.И. Организация планет в солнечной системе. Структурная организация и колебательные движения планетных систем в много-массовой солнечной системе / В.И. Кулик, И.В. Кулик // Verlag. – Deutschland: Lap Lambert Academic Publishing, 2014. – 428 с.
5. Кулик В.И. Методика определения эксцентриситета орбиты планеты / В.И. Кулик, И.В. Кулик // Интерактивная наука. – 2016. – №1.

6. Кулик В.И. О силах, действующих на небесное тело, и колебательном движении тела, движущегося по орбите, в солнечной системе / В.И. Кулик, И.В. Кулик // Интерактивная наука. – 2016. – №2.

7. Кулик В.И. Структурная организация планетных систем в много массовой солнечной системе / В.И. Кулик, И.В. Кулик // Интерактивная наука. – 2016. – №3.

8. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. – СПб., 1916.

9. Эйлер Л. Основы динамики точки. М.: Л.: ОНТИ, 1938.

References

1. Gulia, N. V. (1982). Inertiia. M.: Nauka.

2. Kulik, V. I. (1994). About oscillatory motion of celestial bodies or two bodies problem (towards solution of two mass system). *Study and application on new technology, Harbin*. Engineering Press.

3. Kulik, V., & Kulik, I. (2010). Sily, deistvuiushchie na nebesnoe telo, dvizhushcheesia po orbite v solnechnoi sisteme. "Sovremennye napravleniia teoreticheskikh i prikladnykh issledovaniy '2010, T. 33. Fizika i matematika, (40, 88. Odessa: Chernomor'e.

4. Kulik, V. I., & Kulik, I. V. (2014). Organizatsiia planet v solnechnoi sisteme. Strukturnaia organizatsiia i kolebatel'nye dvizheniia planetnykh sistem v mnogo-massovoi solnechnoi sisteme. Verlag. Deutschland: Lap Lambert Academic Publishing.

5. Kulik, V. I., & Kulik, I. V. (2016). Metodika opredeleniia eksentrisiteta orbity planety. *Interaktivnaia nauka, 1*.

6. Kulik, V. I., & Kulik, I. V. (2016). O silakh, deistvuiushchikh na nebesnoe telo, i kolebatel'nom dvizhenii tela, dvizhushchegosia po orbite, v solnechnoi sisteme. *Interaktivnaia nauka, 2*.

7. Kulik, V. I., & Kulik, I. V. (2016). Strukturnaia organizatsiia planetnykh sistem v mnogo massovoi solnechnoi sisteme. *Interaktivnaia nauka, 3*.

8. N'iuton, I. (1916). Matematicheskie nachala natural'noi filosofii. SPb.

9. Eiler, L. Osnovy dinamiki tochki. M.: L.: ONTI, 1938.

Кулик Виктор Иванович – канд. техн. наук, доцент ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Россия, Хабаровск.

Kulik Viktor Ivanovich – candidate of technical sciences, associate professor at the «FSEI of HE “Pacific State University», Russia, Khabarovsk.

Кулик Иван Викторович – канд. экон. наук, доцент ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Россия, Хабаровск.

Kulik Ivan Viktorovich – candidate of economical sciences, associate professor at the «FSEI of HE “Pacific State University», Russia, Khabarovsk.
