

Истомин Дмитрий Романович

студент

Борзов Дмитрий Борисович

д-р техн. наук, доцент

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»

г. Курск, Курская область

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОГРАММ В ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫХ КУБИЧЕСКИХ МУЛЬТИПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ

Аннотация: в статье предлагается математическое описание алгоритма планирования размещения задач в кубических мультипроцессорных системах с учетом отказов произвольных процессоров, решающего задачу оптимального планирования маршрутизации процессов, при котором время задержки сообщений будет минимально. Кубическая мультипроцессорная система также включает в себя блок резервных процессоров для бесперебойной работы системы.

Ключевые слова: математическое описание, кубическая мультипроцессорная система, алгоритм планирования.

Множество задач, которое необходимо разместить в кубической мультипроцессорной системе, описывается графом взаимодействия задач [1]:

$$F=(X,E), \quad (1)$$

где $X=\{x_i\}$ – множество вершин, которые соответствуют отдельным программам, $E=\{e_{ij}\}$ – множество дуг, отражающих связи между программами.

Граф F представляется матрицей обмена информации: $IEM=\|m_{ij}\|_{N \times N}$, где N – количество вершин графа F , а m_{ij} – число, соответствующее значению объема данных, передаваемых между подпрограммами x_i и x_j .

Кубическая топология мультипроцессорной системы задается графом $H=(S_1,D)$, где множество вершин S_1 соответствует процессорным модулям, а множество дуг D – межмодульным связям [1–3]. Процессорные модули в куби-

ческой системе идентифицируются по трем измерениям. Множество S_1 разбивается на два непересекающихся подмножества $S_1 = S \cup L$, где $S = \{s_{ij}\}$ – множество основных процессоров, $L = \{l_{ij}\}$ – множество резервных процессоров, причем фиксируется $|S| = n^3$ и $|L| = n^2$, $n = 2, 3, 4, \dots$. Топология кубической мультипроцессорной системы с учетом резервных модулей представлена на рисунке 1.

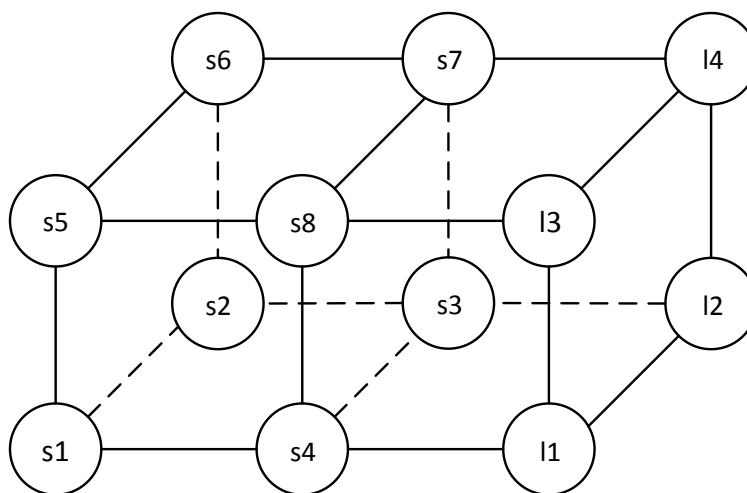


Рис. 1. Кубическая организация мультипроцессорной системы с резервными модулями

Размещение множества взаимосвязанных программ, описываемого графом F , в мультипроцессорной системе задается отображением [1]:

$$\alpha: X \rightarrow S_1, \quad (2)$$

которое ставит в соответствие каждой подпрограмме один из процессорных модулей кубической мультипроцессорной системы.

Между каждой парой процессоров кубической системы существует некоторое количество маршрутов для передачи сообщений. Необходимо составить кратчайшие маршруты, гарантирующие минимум указанного времени доставки сообщений [1; 2]. Для описания множества таких маршрутов вводится матрица минимальных расстояний $MRM = \|d_{ij}\|_{N \times N}$, элемент d_{ij} , который численно равен длине кратчайшего пути между процессорными модулями, в которых размещены подпрограммы x_i и x_j .

Пусть γ – множество всевозможных отображений. Тогда задача размещения программ в мультипроцессорных системах заключается в выборе такого отображения $\alpha_g \in \gamma$, которое соответствует следующему критерию [1]:

$$\xi_g = \min_{\alpha \in \gamma} \left\{ \max_{i=1, N, j=1, N} \{d_{ij} \times m_{ij}\} \right\}, \quad (3)$$

где максимум в фигурных скобках означает наибольшую частную интенсивность размещения для заданного отображения α .

Математически алгоритм поиска оптимального размещения состоит из двух основных этапов. На первом этапе вычисляется теоретически минимальное наибольшее частное значение интенсивности размещения $\xi_{\min}$ из предположения, что граф F размещается в мультипроцессорной системе без учета ограничений связности подпрограмм (дуги графа F «накладываются» наилучшим образом, то есть так, что более высоким значениям m_{ij} соответствуют меньшие длины маршрутов d_{ij}). На втором этапе отыскивается вариант размещения α_g , который минимизирует отклонение $|\xi_g - \xi_{\min}|$ и, таким образом, дает локальный минимум наибольшего значения интенсивности размещения [1–3].

В случае наличия в мультипроцессорной системе отказавших процессоров размещение вычисления по формуле (3) для различных отображений вида (2) проводятся с учетом неоднородности топологической структуры.

Учитывается, что отказавший процессор замещается резервным, например, процессором l_3 , и изменяется множество допустимых маршрутов передачи данных (рисунок 2).

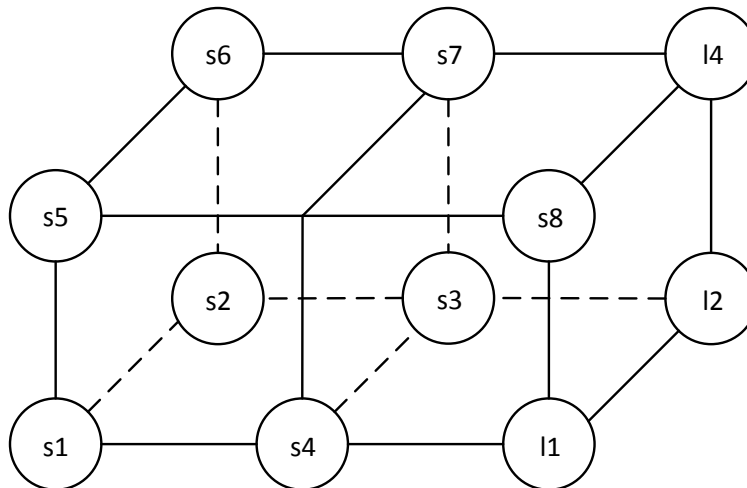


Рис. 2. Кубическая организация мультипроцессорной системы
с отказавшим модулем s_8

Процедура замещения отказавшего процессорного модуля резервным формализуется следующим образом [1].

Состояние основных процессоров кубической системы описывается матрицей $Q = \|q_{ij}\|_{n \times n}$. При $q_{ij}=0$ процессорный модуль считается неисправным и при $q_{ij}=1$ процессор исправен.

Исправность резервных процессоров описывается матрицей $U = \|u_{ij}\|_{n \times n}$. По аналогии: $u_{ij}=0$ – неисправен, $u_{ij}=1$ – исправен.

Матрица $W = \|w_{ij}\|_{n \times n}$ содержит признаки доступности ближайшего резервного процессорного модуля для замены неисправного основного: $w_{ij}=0$ – недоступен, $w_{ij}=1$ – доступен [1].

Список литературы

1. Борзов Д.Б. Модели и методы размещения задач в параллельных системах и устройства для их реализации: дисс. ... канд. – Курск, 2002. – 180 с.
2. Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1986. – 296 с.
3. Гергель А.В. Оценка сложности коммуникационных операций в кластерных вычислительных системах / А.В. Гергель, Р.В. Виноградов. – Н. Новгород: Нижегород. гос. тех. ун-т им. Н.И. Лобачевского. – С. 73–77.