

Скоркин Никита Николаевич

студент

Научный руководитель

Борзов Дмитрий Борисович

преподаватель

ФГБОУ ВО «Юго-Западный

государственный университет»

г. Курск, Курская область

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПЕРЕРАЗМЕЩЕНИЯ ПОДПРОГРАММ В КЛАСТЕРНЫХ МУЛЬТИПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ

***Аннотация:** отказоустойчивые мультипроцессорные системы – одно из перспективных направлений развития параллельной вычислительной техники. Статья рассматривает реализацию системы высокой готовности. Одним из методов, повышающих надежность технического устройства, является введение аппаратного резервирования путем добавления к основным вычислительным модулям резервных. Актуальной задачей при таком методе является перераспределение выполняемых системой программ на оставшиеся работоспособные модули с минимизацией времени межпроцессорного обмена.*

***Ключевые слова:** мультипроцессор, отказ, готовность, матрица, размещение, топология, граф, работоспособность.*

Отказоустойчивость является свойством, которое позволяет системе продолжать работать правильно в случае отказа (одного или нескольких) некоторых его компонентов. Стандартный (базовый) уровень предполагает защиту от отказа одного элемента. Отказоустойчивые мультипроцессорные системы способны непрерывно функционировать за счет наличия специальных средств, позволяющих обнаруживать нарушения в архитектуре, выполнять изолирование и восстанавливать нормальное функционирование всей системы. Исходя из этого,

следует, что такие системы следует использовать для создания систем высокой готовности [3].

Отказы модулей в мультипроцессорной системе приводит к неоднородности ее физической структуры. Исходя из этого, вычислительные структуры разрабатывают таким образом, чтобы у такой системы была устойчивая обратная связь к возникающим отказам в любых условиях функционирования. Планирование отказоустойчивого размещения разделим на несколько шагов.

Шаг 1. Совершается первичное произвольное распределение вершин графа G , который представляет из себя комплекс решаемых ПС задач, в кластерной мультипроцессорной системе, кластер которой представляет собой матричную топологию МС.

Первоначально размещение осуществляется путем наложения матрицы обмена информации (МОИ) (рис. 1), называемой матрицей смежности графа G , на матрицу минимальных расстояний (ММР) (рис.2), которая отражает расстояния между микропроцессорными элементами в данной топологии.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		40										80	75			
2	40			10	7											
3						6							25		15	
4		10							15		30					
5		7				10						10				
6						15		45								
7			6		10	15										
8												30			20	
9										15			20	10	5	
10				15	45					50						
11								15							5	
12	80			30					50							
13	75		25		10		30									
14								20								7
15			15					10	5							10
16							20	5					7	10		

Рис. 1

Интенсивность размещения находится по следующей формуле:

$$T = \sum_{k=1}^Z m_k^z d_k^z,$$

где m'_k, d'_k – векторы, первый из которых содержит ненулевые элементы матрицы смежности графа G , расположенные по убыванию, а второй – ненулевые элементы матрицы минимальных расстояний кубической топологии,

расположенные по возрастанию, k – порядковый номер элемента; t – количество дуг. Предполагается что граф G размещается в мультикомпьютере без учета ограничения связанности подпрограмм.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	1	2	1	1	2	3	2	2	3	4	3	1	2	3	2
1	1	0	1	1	2	1	2	3	3	2	3	4	2	1	2	3
2	2	1	0	1	2	2	1	2	4	3	2	3	3	2	1	2
3	1	1	1	0	2	3	2	1	3	4	3	2	2	3	2	1
4	1	2	2	2	0	1	2	1	1	2	3	2	2	3	4	3
5	2	1	2	3	1	0	1	2	2	1	2	3	3	2	3	3
6	3	2	1	2	2	1	0	1	3	2	1	2	4	3	2	3
7	2	3	2	1	1	2	1	0	2	3	2	1	3	4	3	2
8	2	3	4	3	1	2	3	2	0	1	2	1	1	2	3	2
9	3	2	3	4	2	1	2	3	1	0	1	2	2	1	2	3
10	4	3	2	3	3	2	1	2	2	1	0	1	3	2	1	2
11	3	4	3	2	2	3	2	1	1	2	1	0	2	3	2	1
12	1	2	3	2	2	3	4	3	1	2	3	2	0	1	2	1
13	2	1	2	3	3	2	3	4	2	1	2	3	1	0	1	2
14	3	2	1	2	4	3	2	3	3	2	1	2	2	1	0	1
15	2	3	2	1	3	3	3	2	2	3	2	1	1	2	1	0

Рис. 2

Шаг 2. Все процессоры проверяются на работоспособность. Если имеются отказавшие процессоры из набора основных модулей, то такие процессоры убираются из топологии, каналы связи, идущие от процессора, отключаются. Такие процессоры замещаются резервными, следовательно изменяется множество допустимых маршрутов передачи данных [1]. ММР переписывается исходя из новых расстояний. Происходит новое наложение МОИ на изменившуюся ММР.

Шаг 3. Выполняется условная перестановка строки s и столбца s матрицы МОИ (рис. 3) с каждой из оставшихся строк и столбцов соответственно. После каждой такой перестановки вычисляется значение F . Данное значение сравнивается с предыдущими: $T_n < T$, где T_n – новое значение интенсивности размещения.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		40										80	75			
2	40			10	7											
3						6							25	15		
4	10							15	30							
5	7					10				10						
6						15		45								
7		6		10	15											
8												30			20	
9									15		20	10	5			
10			15	45					50							
11						15							5			
12	80		30					50								
13	75	25	10			30										
14							20								7	
15		15					10	5								10
16						20	5					7	10			

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		40										80	75			
2	40			10	7											
3						6							25		15	
4	10								15	30						
5	7					10					10					
6						15		45								
7		6		10	15											
8												30		20		
9									15		20	5	10			
10			15	45					50							
11						15								5		
12	80		30					50								
13	75	25	10			30										
14							20								7	
15		15					10	5								10
16						20	5					7	10			

Рис. 3

Шаг 4. Выполняется та перестановка, при которой значение T было минимальным. Текущая МОИ перезаписывается на новую МОИ с лучшей перестановкой.

Шаг 5. Если выполняется условие $T_n = T$, то алгоритм заканчивает свое выполнение и подразумевается, что оптимальное размещение найдено.

Задана топологическая модель мультипроцессорной системы в виде кластера, состоящего из матриц с резервным блоком процессоров, вершины которой соответствуют процессорным модулям, а ребра межмодульным связям, передающим информацию. Матричная топология изображена на рисунке 4.

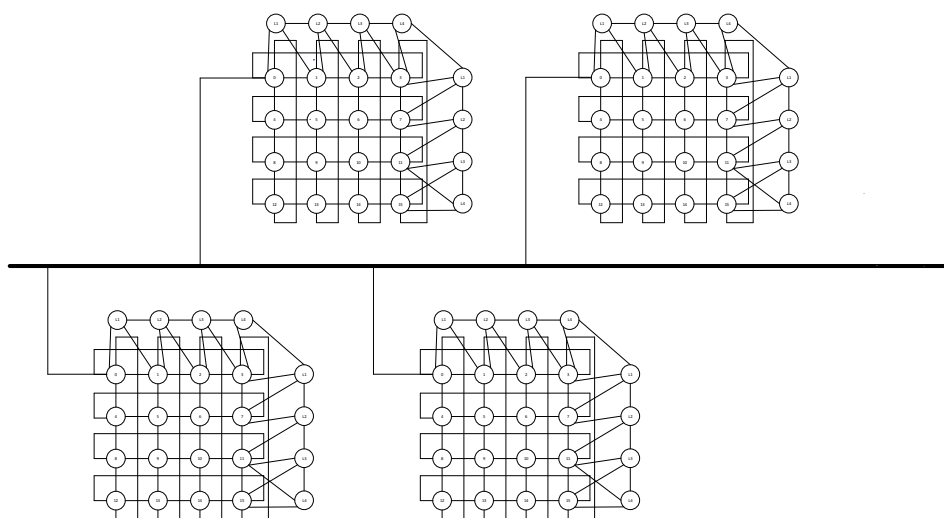


Рис. 4

Планирование задач выполняется по алгоритму перестановки строк и столбцов в матрице обмена информацией (МОИ) $M = \|m_{ij}\|_{N \times N}$, $N = n^2 = |X|$, описывающий граф G , в котором элемент m_{ij} обозначает количество байт, передаваемое между задачами x_i и x_j в процессе выполнения.

Математическая постановка задачи: Мощность множеств β всевозможных отображений равна числу всевозможных перестановок x в матрице X [2].

Поиск гипотетической нижней оценки величины коммуникационной задержки.

Для поиска субоптимального варианта размещения β^* первоначально необходимо вычислить недостижимую минимальную оценку размещения T_f .

Поиск нижней оценки состоит из следующих шагов:

- 1) выстроить в линейный векторный массив элементы матрицы ММР по возрастанию;
- 2) выстроить в линейный векторный массив элементы матрицы МОИ по убыванию;
- 3) найти частные произведения одноименных компонентов полученных векторов;
- 4) фиксировать максимальное частное произведение, как максимальную коммутационную задержку, получаемую при гипотетически наилучшем размещении.

С точки зрения математики данный алгоритм имеет вид:

1. Переписать все ненулевые элементы матрицы D $d \neq 0$ в вектор-строку D' и расположить их по возрастанию, т.е. $d^{i1} \leq d^{i2} \Leftrightarrow z_1 > z_2$, где z_1 и z_2 – порядковые номера элементов в D' .

2. Переписать все ненулевые элементы матрицы M $m \neq 0$ в вектор-строку M' и расположить их по убыванию, т.е. $m^{i1} \geq m^{i2} \Leftrightarrow z_1 > z_2$, где z_1 и z_2 – порядковые номера элементов в M' .

3. $T = \sum_{k=1}^z m_k^z d_k^z$ – где k – порядковый номер элемента; z – количество дуг.

Список литературы

1. Борзов Д.Б. Модели и методы размещения задач в параллельных системах и устройства для их реализации [Текст]: дис. ... канд. техн. наук / Д.Б. Борзов. – Курск, 2002. – 180 с.
2. Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах [Текст] / В.В. Воеводин. – М.: Наука., 1986. – 296 с.
3. Гергель А.В. Оценка сложности коммуникационных операций в кластерных вычислительных системах [Текст] / А.В. Гергель, Р.В. Виноградов. – Н. Новгород: Нижегород. гос. тех. ун-т им. Н.И. Лобачевского. – С. 73–77.