

Майстренко Игорь Юрьевич

канд. техн. наук, доцент

Майстренко Татьяна Игоревна

аспирант

Малыгин Виталий Сергеевич

магистрант

Ерохин Дмитрий Игоревич

магистрант

ФГБОУ ВО «Казанский государственный
архитектурно-строительный университет»

г. Казань, Республика Татарстан

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗНАЧЕНИЙ КОЭРЦИТИВНОЙ СИЛЫ В ПЛОСКИХ ОБРАЗЦАХ ИЗ СТАЛИ СТЗСП5 ТОЛЩИНОЙ 6 И 8 ММ, ПОДГОТОВЛЕННЫХ ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ НА РАСТЯЖЕНИЕ

***Аннотация:** в статье представлены результаты статистического исследования пяти стальных образцов, которые позволяют обосновать возможность использования нормального закона распределения случайной величины для описания изменчивости коэрцитивной силы в перспективных задачах оценки технического состояния стальных конструкций малых и средних автодорожных мостов.*

***Ключевые слова:** коэрцитивная сила, статистическое исследование, контрольные образцы, автодорожный мост, оценка сходимости.*

Метод коэрцитивной силы представляет собой метод неразрушающего контроля, основанный на регистрации коэрцитивной силы объекта.

Для конкретного образца значение коэрцитивной силы зависит от достаточно большого числа факторов, таких как наличие в составе сталей различных примесей (то есть химического состава), дефектов кристаллической решетки и различного рода неоднородностей. Таким образом, значение коэрцитивной си-

лы даже для изделий из той же марки стали могут существенно отличаться для различных плавов (партий поставок) и заводов-изготовителей.

В открытой печати имеются базы данных для некоторых сталей, например, для стали 09Г2С [1]. В этих базах данных приводятся результаты исследований зависимости коэрцитивной силы от пластической деформации и напряжений, а также числа циклов. Использование баз данных таких исследований позволяет определять области пластической деформации материала, её примерную величину и характеристики усталостного разрушения.

Однако на данный момент сведения о статистических характеристиках изменчивости магнитных характеристик некоторых марок сталей являются недостаточно полными для их практического использования при решении задач имитационного статистического моделирования действительной работы сложных технических систем.

Итак, проведем статистическое исследование значений коэрцитивной силы в плоских образцах из стали СтЗсп5 толщиной 6 и 8 мм, подготовленных для испытаний на растяжение. Для определения значений коэрцитивной силы используется коэрцитиметр-структуроскоп КСП-01.

Требования к выборкам, планам испытаний и статистики распределений представлены в национальных стандартах [2; 3]. Руководствуясь указанными требованиями и принимая во внимание общую концепцию плана испытаний объекта исследования, при лабораторном испытании плоских стальных образцов на растяжение принято: допускаемая относительная ошибка (степень точности) $\alpha = 0,05$; уровень достоверности $\beta = 0,95$.

В табл. 1 представлены принятые размеры плоских образцов из стали СтЗсп5 толщиной 6 и 8 мм.

Таблица 1

Принятые размеры плоских образцов из стали СтЗсп5 толщиной 6 и 8 мм

Номер образца	Толщина образца, мм	Ширина образца, мм	Площадь поперечного сечения, мм ²	Длина образца, мм
6-Нс-2	5.85±0.03	68.3±0.2	399.5±3.2	595.0±1.0

6-Нс-4	5.89±0.01	69.0±1.0	406.4±6.6	601.0±0.5
8-Нс-1	7.75±0.05	72.5±2.0	562.0±19.1	603.0±1.0
8-Нс-3	7.93±0.03	71.5±1.5	567.0±14.0	602.0±1.0
8-Нс-5	7.93±0.05	72.5±2.0	575.0±19.5	599.0±1.0

В ходе проведения статистического исследования значения коэрцитивной силы в контрольных образцах, подготовленных для испытаний на растяжение, каждый из контрольных образцов размечен на равные десять зон (от 1 до 10). В каждой зоне измерения коэрцитивной силы производились в четырех направлениях $H_C^{0^\circ}$, $H_C^{90^\circ}$, $H_C^{180^\circ}$ и $H_C^{270^\circ}$. Полученные результаты этих измерений и рассчитанные выборочные статистические характеристики (выборочное среднее μ_{Hc} , выборочное среднеквадратическое отклонение Δ_{Hc} , коэффициент вариации ν_{Hc} , а также наименьшее a_{Hc} и наибольшее b_{Hc} значение) по каждому контрольному образцу сведены в табл. 2.

Учитывая, что для получения расчетных значений параметра с заданным уровнем достоверности может быть использован метод доверительных интервалов, в рамках данного исследования сделана в первом приближении предпосылка о нормальном распределении случайной величины коэрцитивной силы. Анализируя полученные данные табл. 2, можно отметить, что по магнитным свойствам сталь весьма неоднородна. Наибольший разброс значений коэрцитивной силы получен для образца 6-Нс-4, который составил 11,26%, наименьший разброс 5,17% зафиксирован для образца 8-Нс-5. Неоднородность стали по магнитным характеристикам может быть связана с изменчивостью толщины проката и дефектами кристаллической решетки, примененной обработкой стали при подготовке контрольных образцов в соответствии с принятыми размерами и различного рода неоднородностями.

Результаты исследования значений коэрцитивной силы в плоских образцах
из стали СтЗсп5 толщиной 6 и 8 мм,
подготовленных для испытаний на растяжение

Маркировка образца	Значения коэрцитивной силы по длине образца, А/м				Выборочные статистические характеристики				
	$H_C^{0^\circ}$	$H_C^{90^\circ}$	$H_C^{180^\circ}$	$H_C^{270^\circ}$	μ_{Hc}	Δ_{Hc}	ν_{Hc}	a_{Hc}	b_{Hc}
8-Нс-1	346	323	356	329	344.90 А/м	25.65 А/м	0.0744	302 А/м	412 А/м
	362	346	360	357					
	328	351	327	374					
	346	369	345	376					
	357	330	361	339					
	333	340	335	351					
	312	315	318	331					
	304	312	302	321					
	325	350	331	343					
	391	412	395	393					
6-Нс-2	438	416	422	424	379.05 А/м	23.00 А/м	0.0607	352 А/м	438 А/м
	412	368	412	371					
	398	370	410	374					
	390	360	385	373					
	388	369	373	369					
	368	361	364	362					
	352	355	357	354					
	358	360	359	358					
	369	364	373	366					
	376	414	371	399					
8-Нс-3	400	426	412	440	402.18 А/м	24.02 А/м	0.0597	312 А/м	440 А/м
	379	420	384	436					
	387	384	381	395					
	420	403	415	413					
	416	398	423	416					
	413	408	413	395					
	400	404	391	411					
	414	402	405	414					
	368	389	361	401					
	312	435	366	437					
6-Нс-4	450	384	452	383	393.9 8 А/м	44.36 А/м	0.112 6	303 А/м	482 А/м
	403	354	394	356					

	354	308	349	303					
	413	335	404	328					
	448	374	436	365					
	421	371	429	363					
	399	359	391	346					
	429	377	426	370					
	482	397	470	378					
	453	422	460	423					
8-Нс-5	358	348	356	351	360.65 А/м	18.63 А/м	0.0517	329 А/м	396 А/м
	362	350	355	354					
	359	332	352	331					
	363	340	357	349					
	329	338	344	336					
	351	354	348	351					
	360	396	361	387					
	374	375	377	367					
	394	359	394	366					
	394	392	388	374					

Статистические данные исследования значений коэрцитивной силы в плоских образцах из стали СтЗсп5 толщиной 6...8 мм, подготовленных для испытаний на растяжение (табл. 2), обработаны следующим образом. Сгруппирована обобщенная выборка, объем которой составил 200 значений, и рассчитаны обобщенные статистические характеристики:

- среднее значение $\hat{\mu}_{Hc} = 376.150$ А/м;
- среднее квадратическое отклонение $\Delta_{Hc} = 35.293$ А/м;
- медиана выборки $med_{Hc} = 370.500$ А/м;
- мода mod_{Hc} – отсутствует;
- коэффициент вариации $v_{Hc} = 0.0938$;
- наибольшее значение выборки $b_{Hc} = 482$ А/м;
- наименьшее значение выборки $a_{Hc} = 302$ А/м;
- выборочный коэффициент асимметрии $Sk_{Hc} = 0,326$;
- выборочный коэффициент эксцесса $Ex_{Hc} = -0.194$.

Полученные значения обобщенных статистических характеристик выборочных данных, представленных в табл. 2, в целом не противоречат гипотезе о

нормальном законе распределения случайной величины коэрцитивной силы, так как наблюдается сравнительно небольшое (порядка 1.5%) расхождение значений среднего и медианы выборки, а также относительно небольшая положительная асимметрия. Так как полигон распределения коэрцитивной силы обладает положительной асимметрией, то график эмпирической функции распределения будет вытянут в сторону больших значений. Учитывая, что коэффициент асимметрии зависит от среднего значения расчетного фактора, то с удалением центра распределения от нормативных пределов, асимметрия распределения уменьшается.

При исследовании установлено, что обобщенное значение коэффициента вариации коэрцитивной силы v_{Hc} , равное 9.38%, сопоставимо с разбросом предела текучести стали v_{σ_T} марки СтЗсп5, которое по данным работы [4] оценивается на уровне 9.09%. То есть расхождение между v_{σ_T} и v_{Hc} составляет порядка 3%, что не превышает допустимой погрешности 5%, использованного коэрцитиметра-структуроскопа КСП-1.

Проведем детальный статистический анализ результатов исследования, представленных в табл. 2, с целью оценки наиболее подходящего закона распределения искомой случайной величины – коэрцитивной силы. Полученная гистограмма (кусочно-постоянная аппроксимация неизвестной плотности распределения генеральной совокупности) для искомой случайной величины (коэрцитивной силы) представлена на рис. 1.

Построим несколько непрерывных теоретических кривых плотности распределения вероятностей (см. рис. 1): нормального распределения $N_{Hc}(j)$, трехпараметрического (смещенного) распределения Вейбулла $W_{Hc}(j)$, распределения экстремальных значений Гумбеля (тип I) $G_{Hc}(j)$ и равномерного распределения $U_{Hc}(j)$.

Формулы для вычисления плотности распределения этих законов и статистические оценки параметров функций распределения, принятых для описания изменчивости коэрцитивной силы в плоских образцах из стали СтЗсп5 толщиной 6...8 мм, подготовленных для испытаний на растяжение, сведены в табл. 3.

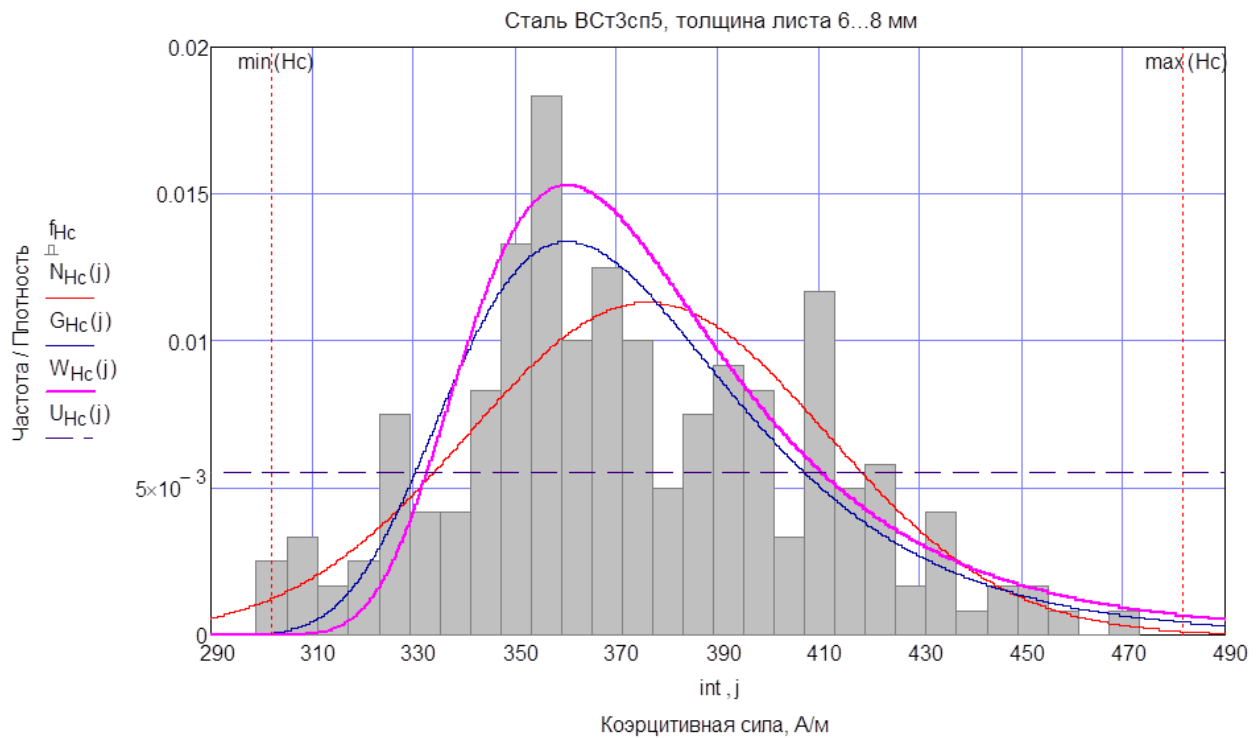


Рис. 1. Гистограмма эмпирической плотности распределения и теоретические кривые плотности распределения

Таблица 3

Функции и оценки параметров распределения случайных величин

Распределение	Функция плотности вероятности распределения	Описание, статистические оценки
Нормальное	$N_{Hc}(j) = \frac{1}{\Delta_{Hc} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{[j - \hat{\mu}_{Hc}]^2}{2 \cdot \Delta_{Hc}^2} \right]$	$\hat{\mu}_{Hc} = 376.15$ А/м и $D_{Hc} = 1245.616$ (А/м) ² – оценки математического ожидания и дисперсии; $\Delta_{Hc} = \sqrt{D_{Hc}} = 35.293$ А/м
Экстремальных значений Гумбеля (тип I)	$G_{Hc}(j) = \frac{1}{\lambda_{Hc}} \cdot \exp \left[\frac{\mu_{Hc} - j}{\lambda_{Hc}} - \exp \left(\frac{\mu_{Hc} - j}{\lambda_{Hc}} \right) \right]^2, \lambda_{Hc} > 0$	$\mu_{Hc} = 360.256$ А/м и $\lambda_{Hc} = 27.518$ А/м – параметр положения (мода) и параметр масштаба
Вейбулла	$W_{Hc}(j) = \frac{\beta_{Hc}}{\alpha_{Hc}} \cdot \left(\frac{j - c_{Hc}}{\alpha_{Hc}} \right)^{-\beta_{Hc} + 1} \cdot \exp \left[-\left(\frac{j - c_{Hc}}{\alpha_{Hc}} \right)^{-\beta_{Hc}} \right], j \geq 0;$ $W_{Hc}(j) = 0, j < 0; \beta_{Hc} > 0, \alpha_{Hc} > 0$	$\beta_{Hc} = 15.6$ А/м – коэффициент формы; $\alpha_{Hc} = 376.4$ А/м – коэффициент масштаба; $c_{Hc} = -17.7$ А/м – коэффициент сдвига
Равномерное	$U_{Hc}(j) = \begin{cases} \frac{1}{b_{Hc} - a_{Hc}}, j \in [a_{Hc}, b_{Hc}] \\ 0, j \notin [a_{Hc}, b_{Hc}] \end{cases}$	$a_{Hc} = 302$ А/м – коэффициент сдвига; $(b_{Hc} - a_{Hc}) = 180$ А/м – коэффициент масштаба

Результаты оценки сходимости теоретических и эмпирического распределений случайных величин изменчивости коэрцитивной силы, выполненные по выборочному коэффициенту корреляции Пирсона r_{Hc} с построением доверительного интервала CI_{Hc} для коэффициента корреляции r_{Hc} , представлены в табл. 4.

Для построения доверительного интервала CI_{Hc} для коэффициента корреляции r_{Hc} , полученного по небольшой выборке, разбитой на R равных по длине сегментов, использовано известное преобразование Фишера $z = \text{arth } r_{Hc} = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+r_{Hc}}{1-r_{Hc}}$, где $\text{arth } r_{Hc}$ – обратная функция гиперболического тангенса для коэффициента корреляции r_{Hc} .

Доверительный интервал $[z_{1Hc}, z_{2Hc}]$ для $M[z_{Hc}]$ рассчитан по формуле

$$z_{1,2Hc} = \text{arth } r_{Hc} - \frac{r_{Hc}}{2(R-1)} \pm \frac{t_{\gamma}}{\sqrt{R-3}}, \quad (1)$$

где t_{γ} – коэффициент Стьюдента для принятой доверительной вероятности $\gamma = 0.95$, то есть истинное значение коэффициента корреляции r_{Hc} с доверительной вероятностью γ заключено в пределах $\text{th } z_{1Hc} < r_{Hc} < \text{th } z_{2Hc}$, где $\text{th } z_{Hc}$ – гиперболический тангенс аргумента z , определенный по формуле

$$z_{Hc} = \frac{e^{2 \cdot r_{Hc}} - 1}{e^{2 \cdot r_{Hc}} + 1}. \quad (2)$$

Таблица 4

Оценка сходимости теоретических и эмпирического распределений случайной величины изменчивости коэрцитивной силы по коэффициенту корреляции

Значение выборочного коэффициента корреляции Пирсона r_{Hc} / доверительный интервал CI_{Hc} для коэффициента корреляции для соответствующих теоретических функций распределения для доверительной вероятности 0.95			
Нормальное распределение $N_{Hc}(j)$	Распределение Гумбеля $G_{Hc}(j)$	Распределение Вейбулла $W_{Hc}(j)$	Равномерное распределение $U_{Hc}(j)$
$r_{Hc} = 0.784$ $CI_{Hc} =$ (0.279; 0.780)	$r_{Hc} = 0.829$ $CI_{Hc} =$ (0.302; 0.790)	$r_{Hc} = 0.828$ $CI_{Hc} =$ (0.302; 0.790)	$r_{Hc} = 0.611$ $CI_{Hc} =$ (0.172; 0.732)

Выполним проверку нулевой гипотезы о том, что эмпирическое распределение подчиняется одному из теоретических, построенных по выборке объемом k , с использованием критерия согласия Пирсона χ^2 для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

$$\chi^2 = \frac{\sum_i (\omega_{\text{int}} - \omega'_{\text{int}})^2}{\omega'_{\text{int}}}, \quad (3)$$

где: $\omega_{\text{int}} = \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_R$ и $\omega'_{\text{int}} = \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_R$ – соответственно эмпирические и теоретические частоты вариант в таблице сопряженности.

Гипотеза опровергается на уровне доверительной вероятности α , если χ^2 больше $\chi^2_{k-1, 1-\alpha}$ (верхняя критическая точка уровня доверительной вероятности $1-\alpha$ распределения «хи-квадрат» с $k-1$ степенями свободы).

При достаточно больших значениях n , значение

$$\chi^2_{k-1, 1-\alpha} \approx (k-1) \left\{ 1 - \frac{2}{9(k-1)} + z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{2}{9(k-1)}} \right\}^3, \quad (4)$$

где $z_{1-\alpha}$ – верхняя критическая точка уровня доверительной вероятности $1-\alpha$ стандартного нормального распределения.

Результаты проверки гипотезы о принадлежности выборки некоторому закону распределения, представлены в табл. 5.

Таблица 5

Результаты проверки гипотез о принадлежности эмпирического распределения одному из теоретических функций распределения по критерию χ^2

Теоретические функции распределения вероятностей, принятые для описания параметров, характеризующие изменчивость коэрцитивной силы			
Нормальное распределение $N_{\text{Hc}}(j)$	Распределение Гумбеля $G_{\text{Hc}}(j)$	Распределение Вейбулла $W_{\text{Hc}}(j)$	Равномерное распределение $U_{\text{Hc}}(j)$
$\chi^2 = 0.035 \ll$ $\chi^2_{\alpha; df} = 3.841$ Гипотеза принимается	$\chi^2 = 0.139 \ll$ $\chi^2_{\alpha; df} = 3.841$ Гипотеза принимается	$\chi^2 = 5.376 >$ $\chi^2_{\alpha; df} = 3.841$ Гипотеза отвергается	$\chi^2 = 0.108 \ll$ $\chi^2_{\alpha; df} = 3.841$ Гипотеза принимается

Выводы:

1. Анализ данных статистического исследования значений коэрцитивной силы в плоских образцах из стали СтЗсп5 толщиной 6...8 мм, подготовленных

для испытаний на растяжение, показал, что гипотеза о нормальном законе распределения случайной величины коэрцитивной силы $N_{Hc}(j)$ может быть принята при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

2. Проведенное статистическое исследование подтвердило возможность аппроксимации опытных полигонов частот коэрцитивной силы в плоских образцах из стали Ст3сп5 толщиной 6...8 мм, подготовленных для испытаний на растяжение, нормальным законом распределения вероятности.

Список литературы

1. База данных RU 2015621595 – Изменение коэрцитивной силы (H_c) после усталостного нагружения образцов из стали 09Г2С / О.В. Балина, В.В. Нассонов. Патентообладатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тюменский государственный нефтегазовый университет». Дата публикации базы данных: 20.11.2005. Объем базы данных 36кб.

2. ГОСТ 27772–2015. Прокат для строительных стальных конструкций. Общие технические условия / утвержден: Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии, 07.04.2016. – 30 с.

3. ГОСТ Р 27.403–2009. Надежность в технике. Планы испытаний для контроля вероятности безотказной работы / утвержден: Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии, 15.12.2009. – 15 с.

4. Яковлева В.С. Малоуглеродистая полуспокойная сталь для металлических конструкций // Сб. трудов ЦНИИСК. – Вып. 29. – М.: Стройиздат, 1976. – С. 42–70.