УДК 51

DOI 10.21661/r-555574

Долгих А.Д., Фирсов А.В.

ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ СИММЕТРИИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ В ОТНОШЕНИИ ПЛОЩАДЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПЛАТОНОВЫХ ТЕЛ, С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНСТРУМЕНТОВ ТРЕХМЕРНОЙ ПРОГРАММЫ RHINOCEROS 3D

Аннотация*: в данной работе был разобран алгоритм построения правильных многоугольников, коэффициент отношения площадей которых равен пропорции Золотого сечения ~ 1,74.*

Ключевые слова*: компьютерные программы, Золотое сечение, Платоновы тела, моделирование, дизайн, проектирование трехмерных объектов, рендер.*

Выражается признательность авторов коллегам за помощь и благодарность спонсорам за финансовую поддержку исследований, а также семье за любовь и понимание. Спасибо.

Процесс 3Д проектирования состоит из нескольких этапов, основной задачей является найти два правильных многоугольника, площадь поверхности одного из которых примерно в 1.5 раза больше площади поверхности второго правильного многоугольника. В этой задаче необходимо обратить внимание на Платоновы тела, в которых присутствует симметрия.

Платоново тело или трехмерный многогранник – правильная, выпуклая, замкнутая поверхность, состоящая из одинаковых правильных многоугольников, смежных между собой, ограниченная этой поверхностью и обладающая осевой симметрией вращения.

Для того, чтобы построить Платоново тело, необходимо расположить одинаковые, правильные многоугольники в определенном количестве, зависящем от количества сторон многоугольника, в пространстве, таким образом, чтобы каждый из них пересекался с такими же многогранниками, равными количеству его сторон.

В некоторых случаях например в Додекаэдре таким образом строится половина Платонова тела, в случае, когда сторон в многоугольнике меньше, используется осевая симметрия вращения, а количество правильных многогранников, выходящих из одной вершины, рассчитывается с точки зрения количества осей симметрии в объемном фигуре, которая должна быть максимально приближена к правильному шару.

Если вокруг Платонова тела расположить описанный шар, то каждая его вершина будет иметь с этим шаром точку пересечения.

Найдем два Платоновых тела, которые можно вписать одно в другое.

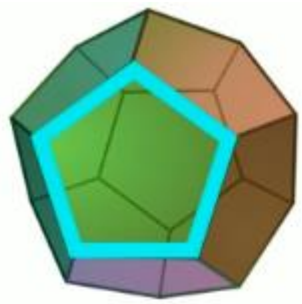


Рис. 1. Правильный Додекаэдр

Правильный додекаэдр (от греч. «двенадцать» и «грань») – двенадцатигранник, многогранник с 12 гранями, обладает осевой симметрией вращения. Гранью является равносторонний пятиугольник. Каждая вершина фигуры является вершиной 3 правильных пятиугольников, 30 ребер, 20 вершин.

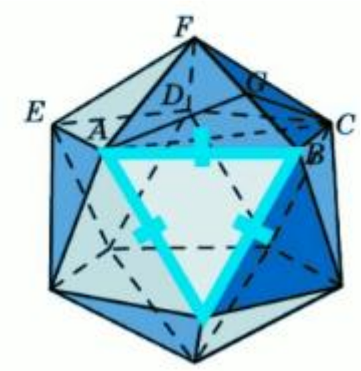


Рис. 2. Правильный Икосаэдр

Икосаэдр (от греч. «двадцать» и «площадка») – выпуклый, правильный многогранник с 30 ребрами, 20 гранями, которыми являются правильные треугольники, которые сходятся по 5 в каждой из 12 его вершин. Обладает осевой симметрией вращения.

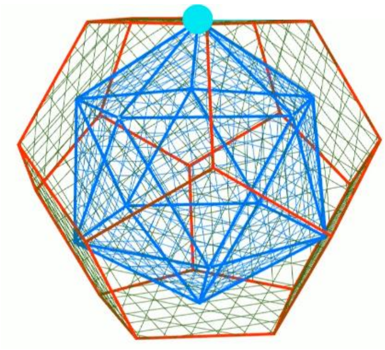


Рис. 3. Икосаэдр, вписанный в Додекаэдр

Построим правильный Додекаэдр и найдем центр каждой из его граней, соединим все образовавшиеся точки последовательно и получим грани нового многогранника, вписанного в предыдущий.

Благодаря тому, что в основу программной среды Rhinoceros 3D заложена ортогональная система координат, есть возможность выбрать миллиметровую вспомогательную «сетку», с центром в начале координат.

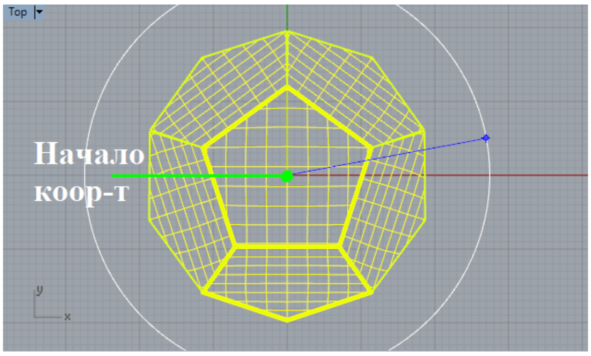


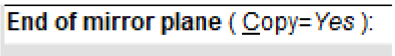
Рис. 4. Начало координат

В то же время сторона каждой квадратной клеточки будет равна 1 мм.

Построив половину фигуры Додекаэдра, можно сразу создать его вторую половину, инструментом «Зеркало», для удобства в той же программе находятся привязки к пересечениям сетки координат «Grid Snap».

 «Зеркальное отражение» (Mirror) – инструмент создает зеркальную копию кривой или поверхности относительно выбранного центра симметрии

Активация инструмента из командной строки: _Mirror (Enter)



– включить/выключить копирование

Находится в шестом ряду снизу в дополнительном Окне инструментов. Нажимаем левой кнопкой мыши по иконке с его изображением. Далее проекция «Front»

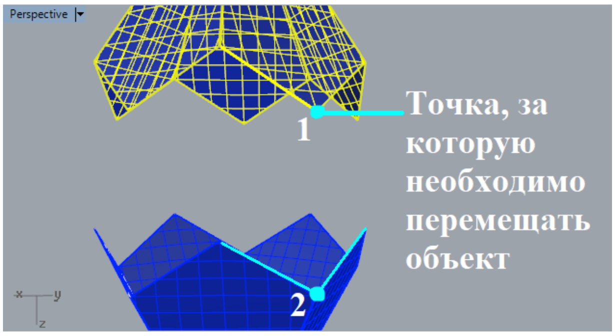
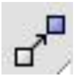


Рис. 5. Две половины Додекаэдра

Соединить две половины Платонова тела нам помогут инструменты

 «Поворот» и  «Перемещение.»

Найдем центральные точки в каждой грани Додекаэдра, последовательно соединив которые построим новое Платоново тело – Икосаэдр.

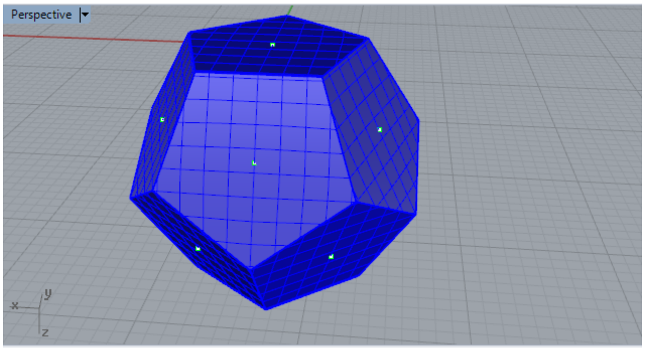


Рис. 6. Додекаэдр с точками в центре каждой грани

Инструмент «Area Centroid» находит математически точный центр объекта.

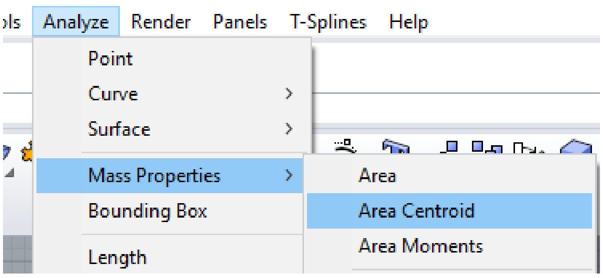


Рис. 7. Инструмент «Area Centroid»

Соединив последовательно образовавшиеся точки в грани новой фигуры, обнаружим новую – Икосаэдр, вписанный в Додекаэдр.

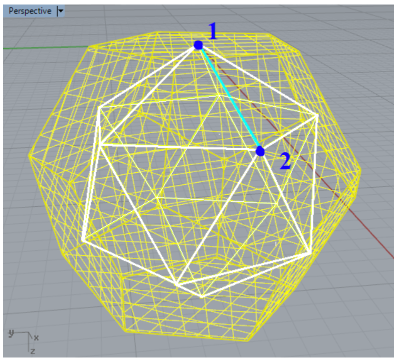


Рис. 8. Икосаэдр в Додекаэдре

Инструментом «Масштаб 3Д» скорректируем значение стороны внутренней фигуры, сторона грани Икосаэдра = 1 мм

 «Масштаб 3D» (Scale 3D) – инструмент, который увеличивает объект по трем осям, то есть сохраняя его пропорции

Активация инструмента из командной строки: _Scale3D (Enter)

Команда: Масштаб

При условии того, что геометрическая фигура вписана, корректировка значения стороны внутреннего многогранника приведет к изменению значения стороны внешнего. Померяем сторону внешнего Додекаэдра, в который вписан единичный Икосаэдр. Инструмент «Distance».

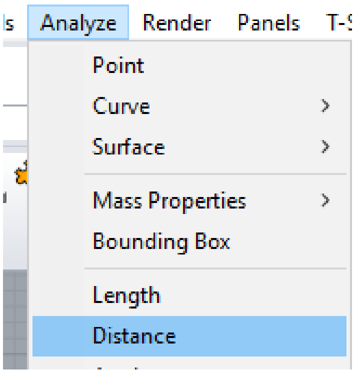


Рис. 9. Analyze – Distance

Измерим, чему равна сторона пятиугольника по двум точкам и таким образом найдем площадь поверхности Додекаэдра

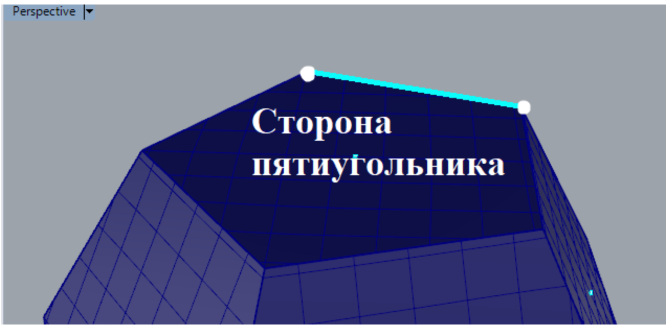


Рис. 10. Внешний Додекаэдр

В построении фигур нам так же помогли инструменты:

 «Полярный массив» (Polar Array) – инструмент, копирующий объект или несколько объектов вокруг выбранного центра вращения

Активация инструмента из командной строки: _ArrayPolar (Enter)

 «Поверхность по 3,4 точкам» – команда по построению поверхности по 3 или 4 угловым точкам. Для построения поверхности используется ломаная линия, состоящая из отрезков, которую есть возможность отредактировать после применения инструмента

Активация инструмента из командной строки: _SrfPt (Enter)

Если сторона вписанного Икосаэдра равна 1мм, то сторона внешнего Додекаэдра равна 0,854мм, воспользовавшись этими значениями, вычислим площади поверхностей внешней и внутренних фигур.

$$S = \mathbf{5} a^2 \sqrt{3}$$

Рис. 11. Площадь Икосаэдра

Зная сторону треугольника в Икосаэдре можно вычислить площадь всей его поверхности: площадь треугольника умножить на их количество = 20

Сторона треугольника a = 1, Площадь Икосаэдра = 8,6 (квадратных единиц)

$$S = \mathbf{3} a^2 \sqrt{25 + 10 \cdot \sqrt{5}}$$

Рис. 12. Площадь Додекаэдра

Находим площадь правильного пятиугольника, зная чему равна его сторона и умножаем на 12

Если сторона пятиугольника b = 0.854, то площадь Додекаэдра равна 15 (кв.ед.)

$$\frac{S_{д}}{S_{и}} = \frac{15}{8.6} = 1.749$$

Рис. 13. Отношение площадей внешней и внутренней геометрических фигур

Разделим значение площади большей поверхности на значение площади меньшей 15/8.6 = 1.75

Коэффициент отношения площадей многоугольников соответствует пропорции Золотого Сечения, значит площадь поверхности внешнего многоугольника в 1.5 раза больше площади поверхности вписанной фигуры

Список литературы

1. Аббасов И.Б. Компьютерное моделирование в промышленном дизайне: ДМК Пресс, 2013. – 92 с.

2. Волошина М. Трехмерная графика в современном мире [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://klona.ua/blog/3d-modelirovanie/trehmernaya-grafika-v-sovremennom-mire (Дата обращения: 02.02.2018).

3. Сиддикви Д. 20 бесплатных программ для 3D – моделирования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://freelance.today/poleznoe/20-besplatnyh-programm-dlya-3d-modelirovaniya.html (Дата обращения: 21.12.2017).

Долгих Александра Дмитриевна – магистр, ассистент, ФГБОУ ВО «Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство)», Москва, Россия.

Фирсов Андрей Валентинович – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой, ФГБОУ ВО «Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство)», Москва, Россия.
