УДК 37

DOI 10.21661/r-556422

Н.Ф. Калачева, Ж.А. Сарванова

ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЕМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ У УЧАЩИХСЯ 7–9 КЛАССОВ

Аннотация: *в статье рассматривается процесс обучения учащихся основной школы приемам решения уравнений и неравенств, основанных на свойствах функций в целях рационализации решения уравнений и неравенств и повышения математической подготовки учащихся. Разработана и представлена система задач для формирования действий и их совокупностей приема решения задач с использованием свойства ограниченности функции.*

Ключевые слова: *нестандартный метод, прием, действия, совокупность действий, система задач, решение уравнений и неравенств.*

Уравнение и неравенства встречаются учащимся на протяжении всего курса обучения алгебры. Знание стандартных методов решения уравнений и неравенств, предусмотренных школьной программой, не всегда является достаточно для удобного и рационального решения. Зачастую задания, предлагаемые в итоговой аттестации, олимпиадах, вызывают у учащихся затруднения вследствие того, что они требует более глубоких знаний по изучаемому предмету. Одним из вариантов решения данной проблемы является изучение нестандартных методов решения задач.

К нестандартным методам решения уравнений и неравенств в методической литературе относят функционально-графический метод, суть которого состоит в использовании свойств функции (область определения, монотонность, ограниченность, четность и нечетность, периодичность) и их наглядного изображения [2].

В методической литературе указывается, что метод состоит из отдельных приемов [2]. Таким образом, функционально-графический метод состоит из следующих приемов: *прием с использованием ОДЗ; прием с использованием* *свойства ограниченности; прием с использованием свойства монотонности*. Знание и понимание сути каждого приема, умения и навыки применения приема при решении задач являются обязательным и неотъемлемым фактором овладения учащимися методом решения задач.

В процессе обучения приемам происходит обучение конкретным действиям, которые являются составной частью приема, а также их совокупности [2]. Так, каждый прием функционально-графического метода, составляет последовательность действий, которым необходимо обучить учащихся. В методической литературе [1; 2; 3] для каждого приема выделена такая последовательность.

Рассмотрим подробнее один из приемов, а именно, прием решения задач с использованием свойства *ограниченности* функций, который включает следующие шаги по его применению: 1) найдите ОДЗ уравнения (неравенства) (если не вызывает затруднений); 2) найдите множество значений функций, стоящих в правой и левой частях уравнения (неравенства); 3) на основании соответствующих утверждений об ограниченности функций сделайте вывод о решении уравнения (неравенства) [1, с. 76].

Приведем систему заданий для формирования перечисленных действий и их совокупности. Первоначально необходимо актуализировать опорные знания и умения, для этого целесообразна следующая цепочка задач.

Задача 1. Даны функции:

1) $y = x^2$;

2) $y = 3x + 2$;

3) $y = x^4$-1;

4) $y = \sqrt{x}$;

5) $y =$ -$x^2 + 3$;

6) $y =$ -$x^2 + 2x$-3;

7) $y = \sqrt{x+1}$;

а) найти множество значений функций; б) определить какие функции являются ограниченными: 1) сверху; 2) снизу.

Задача 2. Найти область допустимых значений уравнений (неравенств). Назовите функции составляющие данные уравнения (неравенства). Постройте графики (эскизы) функций, используя их, составьте новые уравнения и неравенства, имеющие и не имеющие решения.

1) $-5x^2-11x+2=3x^4-4$;

2) $\sqrt{3x-6}=-4\sqrt{x-2}$;

3) $\sqrt{x+3}=-x^2+6x-19$;

4) $(2x+3)(5x+1)>-\sqrt{3x+7}-5$

5) $-\sqrt{2-x}\leq(x-2)^2$;

6) $-5\sqrt{2x-6}-10>2x^2-12x+18$.

Задачи для формирования отдельных действий приема и их совокупности.

Задача 3. Найти область допустимых значений уравнений (неравенств):

1) $x^2-10x+25=-7-x$;

2) $-\sqrt{2x-6}=2(x-3)^2$;

3) $-0{,}5(x-5)^2=2\sqrt{15-3x}$;

4) $\sqrt{x+4}=-\sqrt{3x+12}$;

5) $-1{,}5\sqrt{x-3}\geq x^2+6x+9$;

6) $2x^4-1\leq-\sqrt{x}-1$;

7) $2+\sqrt{4x+9}>-\sqrt{1-5x}$;

8) $-x^2-3<x^4+5$.

Задача 4. Определить по заданным функциям множество значений, используя геометрические преобразования графиков функций.

1) $y=x^2+2$;

2) $y=\sqrt{x}$;

3) $y=(x+2)^2$;

4) $y=x^2$;

5) $y = 3\sqrt{x}$;

6) $y = -x^2-5$;

7) $y = -x^4$;

8) $y = (x-8)^2$;

9) $y = -\sqrt{x+1}$;

10) $y = x^4-2$.

Сделайте вывод: как геометрические преобразования влияют на множество значений указанных функций.

Задача 5. Решить уравнения:

1) $(x+1)^2 = -2x^2 + 4x-3$;

2) $5\sqrt{x+1} = -7x^4$;

3) $3x^2 + 24x + 48 = -\sqrt{6x+24}$;

4) $-\sqrt{x-5} = 3\sqrt{2x-10}$.

Задача 6. Решить неравенства:

1) $2\sqrt{x-2} \geq -\sqrt{1-x} + 1$;

2) $x^2-2x + 4 \leq -\sqrt{x} + 3$;

3) $5x^2-2 > -0{,}5x^4-7$;

4) $-\sqrt{x-\frac{1}{2}}-3 < 3x^2-3x + 1$.

В задачах 5–6 приведены уравнения (неравенства), при которых рассматриваются все три возможных ситуации использования данного приема. Следовательно, приведены следующие ситуации: функции не ограничены одной и то же прямой, и пересечение множеств значений функций является пустое множество; функции ограничены одной прямой и имеют точку пересечения, решение сводится к решению системы уравнений (неравенств); функции ограничены одной прямой, но не имеют точку пересечения.

Задача 7. Сконструируйте уравнения вида $f(x) = g(x)$, для которых справедливы неравенства: а) $f(x) \leq A, g(x) \geq A$; б) $f(x) > A, g(x) < A$; в) $f(x) \leq A, g(x) \geq B, A < B$.

Задача 8. Даны функции $f(x)$ и $g(x)$ – ограниченные снизу и сверху: а) числом А, б) числами А и В. Сконструируйте неравенства вида $f(x) \leq g(x), f(x) \geq g(x)$ имеющие и не имеющие решений.

Из указанных выше задач, задача 3 направлена на формирование первого действия приема, задача 4 – второго действия. Формированию 3 действия способствуют задачи 5–6, также при решении учащиеся выполняют первые 2 действия, следовательно, вырабатываются все три действия, составляющие прием. Умения учащихся конструировать уравнения и неравенства формируются при решении задач 7–8. Выполнение учащимися такого типа задания является показателем высокого уровня овладения изучаемого приема.

Следует отметить, что при выборе приема, основанного на свойстве ограниченности функций для решения уравнений или неравенств учителю целесообразно совместно с учащимися проводить анализ условия задания и выявлять особенности, позволяющие применять данный прием для решения. В случае свойства ограниченности функций такой особенностью может выступать то, что в структуру уравнений (неравенства) входят функции, обладающие свойствам ограниченности, причем одна функция должна быть ограниченна снизу, другая сверху. Так, в результате обучения решению представленных выше задач учащиеся самостоятельно смогут определить ситуации применения свойства ограниченности функций для решения задач.

Таким образом, данные задачи формируют и расширяют у учащихся представления о возможностях применения свойств функций при решении задач, что способствует рационализации решения уравнений и неравенства. При этом по возможности задачи необходимо включать в школьный курс алгебры, учитывая программный материал по конкретным учебникам. Это способствует формированию умения выбора метода решения задач, что является неотъемлемой частью формирования любого метода в целом.

В заключение можно отметить, что изучение нестандартных методов решения позволяет учащимся осознано применять различные приемы решения задач, тем самым, способствуют тому, что учащиеся, выбирая наиболее подходящий прием решения, выполняют задания рационально, что, в свою очередь, показывает высокий уровень их математической подготовки.

Список литературы

1. Дербеденева Н.Н. Технология математической подготовки учащихся 7–10 классов в системе дополнительного образования: учебно-методическое пособие / Н.Н. Дербеденева. – Саранск: МГПИ им. М. Е. Евсевьева, 2018. – 92 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/128890 (дата обращения: 20.10.2021). – ISBN 978–5-8156–0999–0.

2. Садыкова Л.К. Подготовка студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств: диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Садыкова Л.К. – Самара, 2010. – 224 с.

3. Сарванова Ж.А. Обучение учащихся нестандартным приемам решения уравнений / Ж.А. Сарванова, Т.И. Киржаева // Математика и математическое образование: современные тенденции и перспективы развития : сборник научных трудов по материалам II заочной Всероссийской научно-практической конференции, 23 декабря 2016 г. / редколлегия: Л.С. Капкаева, М.В. Ладошкин, О.Н. Журавлева; Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева. – Саранск, 2016. – С. 100–105. – ISBN 978–5-8156–0869–6.

Калачева Наталья Федоровна – студент, ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет имени М.Е. Евсевьева», Саранск, Россия.

Сарванова Жанна Александровна – канд. пед. наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет имени М.Е. Евсевьева», Саранск, Россия.
