УДК 33

DOI 10.21661/r-558600

А.В. Танюхин

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ РЕЗЕРВА УБЫТКОВ В ЦЕЛЯХ БОЛЕЕ ТОЧНОЙ АКТУАРНОЙ ТАРИФИКАЦИИ

***Аннотация**: в статье предложен метод распределения резерва убытков на основе обобщенных линейных моделей. Автор утверждает, что данный метод позволит актуариям, склоняющимся к логике модели цепной лестницы при рассмотрении процесса формирования конечного убытка, более точно распределять резервы убытков по «мелким» тарифным ячейкам в целях последующей актуарной тарификации.*

***Ключевые слова**: актуарные расчеты, резерв убытков, обобщенная линейная модель, перекрестная параметризация, нетто-тариф, обобщенные линейные модели.*

Введение.

В предыдущей работе [2] были отмечены недостатки существующих методов оценки резервов убытков (IBNR) с точки зрения последующего применения многофакторных моделей для исчисления тарифа, предложен подход к резервированию убытков в целях актуарной тарификации на основе обобщенных линейных моделей. Была отмечена проблема распределения резерва убытков, оцененного актуариями с использованием известных моделей резервирования, по полисам или по тарифным «ячейкам» с целью построения многофакторной модели нетто-тарифа. Говорилось о том, что распределение резерва пропорционально экспозиции риска, назовем его «равномерным», способно исказить моделируемые фактические убытки путем присвоения единицам экспозиции с разным уровнем риска одинаковых резервов (примеры такси и мотоцикла в автостраховании). В этой статье показана возможность использования логики известной модели резервирования убытков: модели цепной лестницы, – с применением особого подхода к распределению резервов.

Часть I. Порядок определения фактических убытков по укрупненным рисковым сегментам с применением логики модели цепной лестницы.

Модель цепной лестницы отталкивается от так называемого кумулятивного треугольника развития убытков (табл. 1).

Таблица 1

Треугольник развития убытков

Период события (i) / развития (k)	1	2	…	I-1	I
1	c_{11}	c_{12}	…	c_{1I-1}	c_{1I}
2	c_{21}	c_{22}	…	$c_{2,I-1}$	
…	…	…	…		
I-1	$c_{I-1,1}$	$c_{I-1,2}$			
I	c_{I1}				

Здесь c_{ik} – накопленное приращение убытка от периода страховых событий с номером i к концу периода развития с номером k.

Прогноз убытка за весь срок развития определяется формулой (1) [1, с. 216]:

$$\hat{c}_{iI} = c_{I+1-i} \cdot \hat{f}_{I+1-i} \cdot \ldots \cdot \hat{f}_{I-1}, 2 \leq i \leq I \text{ (1)},$$

где $\hat{c}_{iI}$ – конечный убыток от события с номером i к концу срока развития убытка,

c_{I+1-i} – фактически наблюденное накопленное приращение убытка на дату, для которой рассчитывается резерв (элемент диагонали «прямоугольника» развития убытков),

$\hat{f}_{I+1-i}$, $\hat{f}_{I-1}$ – оценки коэффициентов развития убытков, одинаковые для всех периодов событий, в периоды развития I+1-i, I-1 соответственно.

Произведение $\hat{f}_{I+1-i} \cdot \ldots \cdot \hat{f}_{I-1}$ называют также фактором развития убытков периода I+1-i. Этот фактор будет обозначаться как $\hat{F}_{I+1-i}$.

Оценка резерва на практике с применением данной модели может производиться как по риску в целом, так и по нескольким укрупненным сегментам данного риска. В любом случае сегментация, используемая для целей резервирования всегда достаточно крупная, что неудовлетворительно для целей построения факторной модели нетто-тарифа. Теоретически факторов может быть настолько много, что конкретная тарифная ячейка будет содержать совсем немного единиц экспозиции, в которой наблюденные кумулятивные приращения убытка на момент оценки резерва равны нулю.

Если риск сегментировать крупно: например, два фактора с двумя уровнями, – то будет получено несколько тарифных ячеек (в приведенном примере – четыре). Конечный убыток по ним может быть оценен достаточно точно с учетом резерва убытков по формуле (2):

$$\hat{c}_{iI,j} = c_{I+1-i,j} \cdot \hat{F}_{I+1-i}, 2 \leq i \leq I \text{ (2)},$$

где $\hat{c}_{iI,j}$ – конечный убыток от событий с номером i к концу срока развития убытка в тарифной ячейке с номером j,

$c_{I+1-i,j}$ – фактически наблюденное накопленное приращение убытка на дату, для которой рассчитывается резерв, в тарифной ячейке с номером j.

Однако в современных условиях нетто-тариф параметризуется по многим факторам, в отдельных случаях – с большим числом уровней. При таком варианте величина $c_{I+1-i,j}$ во многих тарифных ячейках оказывается равной нулю или необоснованно высокой, что приводит (2) к необоснованному нулевому или высокому значению конечного убытка. Нулевые значения в общем противоречат и теоретическому пониманию резерва, как математического ожидания будущих приращений убытков (нулевой конечный убыток по неразвившимся периодам событий означает нулевой резерв), и простой логике: резерв, оцененный по риску в целом или укрупненному сегменту, относится целиком на только те ячейки, в которых уже наблюдались ранее приращения убытка.

Часть II. Подход к распределению резерва убытков.

Проблема, возникающая при распределении убытков по формуле (2) и описанная в части I настоящей статьи, хорошо известна актуариям и возникает при решении задач тарификации.

Так, немецкий актуарий Мак Т., профессор Мюнхенского университета, отмечает данную проблему в тарификации так: «Обычно далеко не все классы содержат достаточное для их изолированной тарификации число рисков… Для получения стабильных тарифов необходимо тарифицировать каждый класс (ячейку) с привлечением статистики соседних ячеек» [1, с. 137].

В качестве решения Т. Мак предлагает выравнивание рисков, одним из методов которого является применение обобщенных линейных моделей (ОЛМ). Теоретические основы ОЛМ впервые были описаны американским и британским математиками П. МакКулагом и Д.А. Нелдером в их труде 1989 г.

В соответствии с их работой математическое ожидание убытка в конкретной ячейке будет определяться формулой (3) [3, с. 27]:

$$\eta_j = g(\mu_j) \quad (3),$$

где η_j – линейный предиктор,

g – функция связи (для получения мультипликативных моделей, применяемых для решения актуарных задач выравнивания тарифа, используют логарифмическую),

μ_j – математическое ожидание.

Вектор линейных предикторов в свою очередь является линейной функцией от факторов (4) [3, с. 27]:

$$\eta = \sum_1^p x_l \cdot \beta_l \ (4),$$

где η – вектор линейных предикторов,

x_l – вектор-ковариата с номером l (вектор-столбец матрицы X),

β_l – коэффициент обобщенной линейной модели с номером l,

p – число векторов-столбцов матрицы X.

В качестве решения задачи выравнивания базы распределения резерва предлагается использовать, по аналогии с выравниванием при непосредственной тарификации, параметризацию путем построения обобщенной линейной модели нормированного на экспозицию накопленного к дате, на которую рассчитывается резерв, приращения убытка. При этом моделируемое математическое ожидание в терминах формулы (3), будет определяться так (5):

$$\mu_j = E(\frac{c_{I+1-i,j}}{w_{i,j}}) \ (5),$$

где E – оператор математического ожидания,

$w_{i,j}$ – экспозиция риска в тарифной ячейке j и периоде события i.

Соответственно для решения задачи выравнивания базы распределения резерва, оцениваемого с использованием треугольника развития убытков из табл. 1, необходимо получить I-1 обобщенных линейных моделей для каждого рассматриваемого периода событий, кроме первого, развитие убытков которого полагается завершенным.

Далее следует выполнить расчет среднего накопленного убытка по соответствующей периоду события обобщенной линейной модели для каждой тарифной ячейки и каждого периода события из рассматриваемых. Сумма конечного убытка в конкретной тарифной ячейке в таком случае будет определяться формулой (6):

$$\hat{c}_{iI,j} = c_{I+1-i,j} + \frac{\hat{\mu}_{I+1-i,j} \cdot w_{i,j}}{\sum_k \hat{\mu}_{I+1-i,k} \cdot w_{i,k}} \cdot \left(c_{I+1-i} \cdot \hat{F}_{I+1-i} - c_{I+1-i}\right), 2 \leq i \leq I \quad (6),$$

где $\hat{\mu}_{I+1-i,j}$ – оценка среднего накопленного приращения убытка на дату, для которой рассчитывается резерв, в тарифной ячейке с номером j для периода событий с номером i, осуществленная с использованием обобщенной линейной модели.

Выводы.

В результате проведенной работы предложен метод распределения резерва убытков на основе обобщенных линейных моделей. Данный метод позволит актуариям, склоняющимся к логике модели цепной лестницы при рассмотрении процесса формирования конечного убытка, более точно распределять резервы убытков по «мелким» тарифным ячейкам в целях последующей актуарной тарификации.

Список литературы

1. Мак Т. Математика рискового страхования / Т. Мак. – М.: Олимп-Бизнес, 2005.

2. Танюхин А.В. Факторная модель оценки будущих приращений убытков от событий прошлых периодов в целях более точной актуарной тарификации / А.В. Танюхин // Интерактивная наука. – 2021. – №10 (65). – С. 84–86.

3. McCullagh P. Generalized Linear Models / P. McCullagh, J.A. Nelder. – London; New York: Chapman and Hall, 1989.

Танюхин Алексей Владимирович – канд. экон. наук, актуарий СРО «Ассоциация профессиональных актуариев», Россия, Москва.