

Авдыев Марат Александрович

директор

Союз «Сибирский Центр медиации»

г. Сургут, ХМАО – Югра

DOI 10.21661/r-560960

ЗАЧЕМ ШКОЛЬНИКУ XXI ВЕКА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА?

Аннотация: в этой публикации автор осуществляет поиск элементарного доказательства Великой теоремы Ферма с позиции инженерного подхода. В качестве модели изучается конструкция из трёх концентрически вложенных n -кубов или сфер с общим центром и целочисленными рёбрами / радиусами a , b , c , при условии, что каждая точка/единичный куб малого шара соответствует другой точке/единичному кубу этого подмножества слоев между средней и большой сферой. На основе размерности элементов слоя (гипермеридианов) в диапазоне от 1 до $n-1$ автор доказывает невозможность существования такой конструкции из-за неразрешимого конфликта между симметричной формой и содержанием структуры при n более двух. Предлагаемое доказательство заставляет сделать более широкое обобщение относительно асимметрии Вселенной, как условия для возникновения материи и зарождения жизни. Доказательство последней теоремы Ферма, известное как «математическая жемчужина», имеет важное символическое, историческое и образовательное значение.

Ключевые слова: Ферма, теорема, симметрия, непрерывность, однородность, изотропность, пространство, педагогика, открытие, Вселенная.

Введение.

В Западном мире господствует предубеждение, что краткого доказательства Великой теоремы Ферма (ВТФ) не существует. Автор убеждён, что утверждение Пьера де Ферма о найденном им «воистину чудесном доказательстве» – это не фигура речи, а его слова следует понимать буквально школьнику XXI века, знакомому с основами логики, геометрии, теорией размерности, теорией множеств.

Эти знания даются без математического формализма в школе преимущественно на уроках физики, информатики и др. школьных предметов. С позиции инженерного подхода перечисленные научные дисциплины можно заменить 3D моделированием, конструированием и обобщением результатов на многомерное пространство за счет применения аксиом Евклида и топологии. Школьники изучают слоистое строение Земной коры, теорему Пифагора, скалярное произведение векторов, закон сохранения вещества при химических реакциях, конгруэнтность фигур, симметрию. Ряд базовых понятий из высшей математики, например понятие однородности, изотропности пространства преподают на уроках природоведения, труда и физики. С помощью принципов симметрии поддаются решению задачи, требующие, в общем случае знание основ интегрирования и дифференцирования, решения систем дифференциальных уравнений в частных производных. Наконец, уроки черчения и астрономии, изучение памятников мирового культурного наследия, основ логики и философии – всё это поможет в поиске доказательства ВТФ с позиции школьных знаний. Налицо преимущества междисциплинарного подхода. С этих позиций необычайная красота и лаконичность формулировки ВТФ способствуют концентрации внимания, стимулирует интерес к творческой учёбе у школьников и студентов.

Формулировка теоремы и поиск её доказательства

Великая теорема Ферма была сформулирована Пьером де Ферма в 1672 г. Она утверждает, что следующее *Диофантово* уравнение:

$$a^n + b^n = c^n \quad (1)$$

не имеет решений в целых числах \mathbb{Z} , за исключением нулевых значений, для $n > 2$. Случай степени $n = 2$ известен в школьном курсе под названием теорема Пифагора. Эйлер в 1770 году доказал теорему (1) для $n=3$, Дирихле и Лежандр в 1825 году – для $n = 5$, Ламе – для $n = 7$. В 1994 году профессор Принстонского университета Эндрю Уайлс [1, 2] доказал (1) для всех n , но это доказательство, содержащее более ста страниц, понятно только узкоквалифицированным специалистам в области теории чисел, цилиндрических функций. Такое доказательство невоз-

можно пересказать на школьном уроке. Вместе с тем, имеются олимпиадные способы доказательства ВТФ, одно из них было выгравировано автором с помощью лазера на деревянном кубе для детского развития. Шести граней оказалось достаточно там, где американской науке понадобилось свыше ста. Тенденция поиска столь объемных доказательств прослеживается также в пятисотстраничной (!) работе японского математика Шиничи Мочизуки [Shinichi Mochizuki], специализирующегося в теории чисел и арифметической геометрии в университете Киото. Его «мега-труд» посвящен поиску доказательства *ABC-теоремы* в теории чисел [3]. Верификация таких спорных доказательств происходит с помощью искусственного интеллекта, а человеку остается принимать доказательство на веру, что подрывает принцип позитивизма и противоречит философской концепции *познаваемости мира*. В действительности, нет нужды тратить сто и более страниц там, где достаточно творческого воображения. Для начала заметим, что не меняя общности, можно упорядочить натуральные числа в формуле (1) соотношениями: $a < b < c$. (Недопустима ситуация равенства ребер $a = b$ в силу иррациональности $\sqrt[3]{2}$.) Случай отрицательных чисел можно рассмотреть путем переноса члена в другую часть уравнения и замены переменных – достаточно доказать теорему для случая $a, b, c \in \mathbb{N}_1$ (индекс 1 обозначает множество натуральных чисел, кроме 0, в отличие \mathbb{N}_0 в эпоху цифры, где те же массивы в ряде программных языков нумеруются с нуля) и обобщить результат на целые числа \mathbb{Z} .

Сконструируй это!

Попробуем создать на основе ВТФ некоторую конструкцию. Проект состоит в создании трёх вложенных центрированных n -куба (шара), *a-Малый b-Средний, c-Большой* общий центр которых совпадает с началом координат с рёбрами (радиусами) $a < b < c \in \mathbb{N}_1$ при условии: $V(B_a^n) = V(B_c^n) - V(B_b^n)$. V – это обозначение объема. Как вариант, можно использовать три концентрических шара, вписанных друг в друга с аналогичными радиусами $a < b < c$. Заметим, что любой куб можно путем непрерывных и обратимых деформаций (гомеоморфизм) превратить в шар и наоборот. В топологии такие фигуры называют *гомеоморф-*

ными [Гл. 2 § 10, 4]. Поэтому ниже изложение переходит от n -куба к многомерному шару (в математике принято обозначение B_a^n где a – радиус шара, n – размерность пространства) тогда, когда это позволяет упростить изложение. Помним, что для $n > 3$ вместо объема следует использовать аксиоматически определяемое понятие *меры*, важным свойством которого является положительность значений и *аддитивность*, т. е. при объединении фигур меры складываются, что не просто удобно для физических измерений массы, длины, площади, объема, но и выражает свойство материи нашего мира (например, *закон сохранения количества вещества* в ходе движения и при химических реакциях).

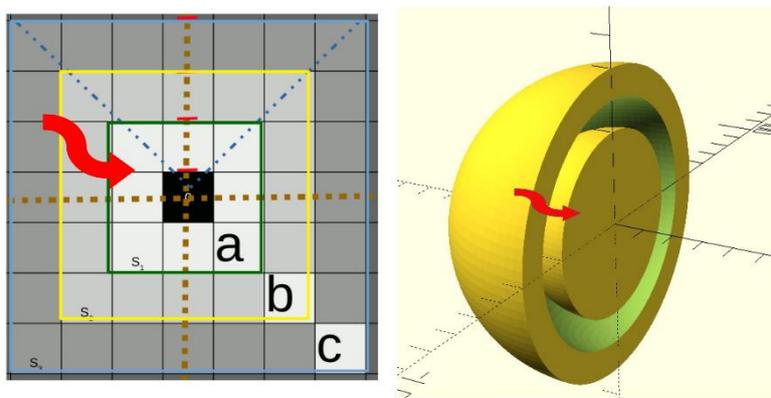


Рис. 1. Слева пронзание concentрических n -кубов двумерной плоскостью, справа – шары с целочисленными ребрами

Несложно убедиться в неосуществимости этого инженерного проекта. В самом деле, если конструкция на Рис. 1 *существует*, что обозначается *квантором* \exists , то в силу постулируемой *однородности* Евклидова пространства можно переместить, как это символизируют стрелки на Рис. 1, поменять местами, сопоставить \forall – любую точку / единичный куб из малого шара в соответствие другой точке / единичному кубу исследуемого подмножества пространства между средним и большим шарами так, чтобы не разрушить симметрию конструкции, не допустить неоднородностей либо пустот. Но эти *подмножества* (проще говоря части конструкции) не эквивалентны т. е. условие $B_a^n \cong B_c^n \setminus B_b^n$ не исполнимо, где знак \setminus означает вычитание множеств, а знак \cong – *гомеоморфизм*, о котором еще будет сказано ниже. На Рис. 1 справа использовано кросс-платформенное приложение *OpenScad*,

которое помимо чисто инженерных приложений является прекрасным инструментом для изучения теории множеств, операций над множествами, ассоциативного закона. Самый обычный металлический молоток на деревянной ручке можно рассматривать как результат операций вычитаний над множествами *difference*, объединения – *union*, пересечение *intersection* ручки и собственно металлической части молотка. Учебных примеров кода программ предостаточно для наглядной изложения понятий *множество*, *подмножество*, *универсальное множество U* , *пустое множество \emptyset* , *дополнение множества* и т. д.. Не пора ли в XXI веке изучать в школе основы теории множеств через 3D моделирование?

Почему проект, иллюстрирующий ВТФ, не осуществим?

Препятствие заключается в том, что фигура, моделируемая формулой (1) должна обладать свойством центральной симметрии и не может содержать неоднородностей. Эти ограничения приводят к тому, что в результате каждый слой на рис. 1 не сопоставим ни с каким другим слоем в пространстве размерностью $n > 2$. Условия *аддитивности* и аксиома меры здесь не работают – неправомерно сама постановка вопроса о *послойном*, поскольку это требует симметрия конструкции, сложении/ вычитании / сокращении объемов. Математики Древней Греции ввели понятие *несоизмеримости* линейных отрезков, как например $\sqrt{2}$ и 1. Здесь мы столкнемся с подобным, но и одновременно новым явлением. Убедимся, что преследуя условие равенства объемов подмножеств исследуемой конструкции $V(B_a^n) = V(B_c^n) - V(B_b^n)$ и центральной симметрии взаимно исключают друг друга.

Понимание симметрии, изотропности и однородности пространства.

Будем различать *открытый шар* и отхватывающую его сферу. Сфера является так называемым *слоем* для замыкаемого им/ею шара или n -куба. Сфера имеет размерность на единицу меньше, чем шар. Это известно из школьных уроков математики – вспомним формулы для длины окружности $2\pi R$ и площади круга πR^2 , площади сферы $4\pi R^2$ и объема шара $\frac{4}{3}\pi R^3$. Интересно представить, что в одномерном мире получился бы *открытый шар* в виде отрезка, исключая его конечные точки, или нульмерные сферы, расположенные на расстоянии r от начала координат.

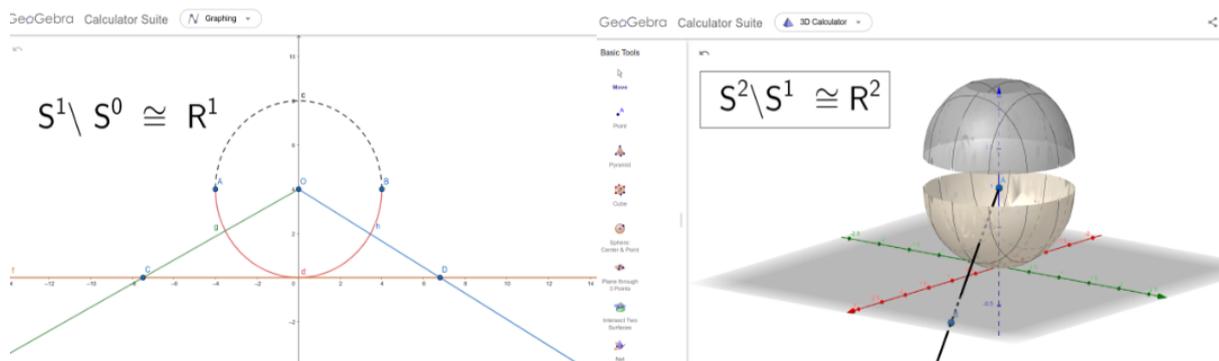


Рис. 2. Взаимно-однозначное соответствие (гипер)плоскости и открытой полусферы с помощью луча от точечного источника света

Представим себе, проекцию n -мерного шара на *гиперплоскость*. Начнем с простого случая 4D пространства $\mathbb{R}^4 (x, y, z, w)$. Что будет в итоге? – Трехмерный шар и охватывающая его сфера с центром в начале координат, как результат пересечения четырехмерного шара с трехмерным подпространством $\mathbb{R}^3 - (x, y, z, 0)$. Различаются *открытые* Северное и Южное полушария, при этом экватор исключается. (Экватор становится меридианом, если повернуть фигуру под прямым углом.) Для 3D случая получим обычный шар, напоминающий футбольный мяч, замкнутый 2D сферой. Опять же, исключаем из сферы произвольный меридиан. Далее, для случая двумерной плоскости $(x, y, 0, 0)$, обретаем привычные круг и окружность, исключая диаметрально противоположные точки. Наконец в одномерном шаре $(x, 0, 0, 0)$ круг – это диаметр, а сфера представляет собой лишь 2 точки, отделенные на расстояние радиуса от начала координат. В результате возникла последовательность *не пересекающихся* геометрических элементов на 3D сфере ряда *размерностей* от 1 до $n-1$. Это так называемые *гипермеридианы*, которые ещё пригодятся в поиске доказательства. Размерность фигуры проверяется путем взаимно-однозначного сопоставления (гипер)плоскости и открытой полусферы, например с помощью луча от точечного источника света как на Рис. 2.

Теперь представим себе каскад непрерывно следующих сфер и меридианов, каждый из которых *охватывает* сферу того же радиуса из этого множества. Если \exists тройка натуральных чисел a, b, c , то в этом случае \forall point – каждая точка пространства, равно как и сфера в интервале между *b-Средней* и *c-Большой* сферами

должна отобразиться в множество сфер в a -Малом шаре:

$k \int_b^c r^{n-1} dr = k \int_0^a r^{n-1} dr$, где k – некоторый коэффициент, зависящий от размерности пространства n , $|S^m| = kr^m$. В силу симметрии конструкции любое множество этих сфер может быть отображено в множество других сфер меньшего радиуса, число малых сфер, очевидно, должно быть больше в силу условия равенства мер в (1) или эквивалентности отображения (сравните: принцип несжимаемости в физике объем каждой частицы остается постоянным при деформации. Например, жидкости условно считаются несжимаемыми. Принцип сохранения массы: при пластической деформации материала его масса сохраняется). При объяснении понятия интеграла или дифференциала (здесь $S_r^{n-1} \Delta n$, и $\Delta n = 1$) преподаватели оперируют понятиями разбиения фигуры, шара B_r^n на отдельные части как при разрезании лимона, которые затем собираются в единое целое. Но применение высшей математики здесь будет излишним. Достаточно записать приведенное здесь уравнение в терминах теории множеств и отношений эквивалентности. Заметим, что $S^m \setminus S^{m-1} \cong \mathbb{R}^m$, $\dim(S^m) = m$, где \mathbb{R}^m – размерность – *dimension* или сокращенно *dim* пространства m , см. рис. 2 выше.

$$\{S_j\} \mapsto \{\dots S_i\} \quad (2)$$

что означает, что множество из единственного элемента, содержащее слой S_j , отображается на множество слоёв, содержащего несколько элементов S_i с помощью непрерывной функции эквивалентности (вспомните луч от точечного источника на Рис. 2), при этом любая точка – $\forall point$ отображается в точку, элементарный куб – в элементарный куб: $1^n \mapsto 1^n$. Другими словами, \exists функция эквивалентности $F(X) \rightarrow Y$, отображающая открытое множество X – прообраз на множество Y – образ. В топологии отображение F называется непрерывным, если прообраз \forall открытого подмножества пространства Y является открытым подмножеством пространства X . Это и есть разновидность определения непрерывности. (к сожалению в школе непрерывность функции определяют единственным способом – по Коши, упуская более наглядные по Гейне и др.) Пусть также существует обратная непрерывная функция $f^{-1}(Y) \rightarrow X$. Так возникает гомеоморфизм $X \cong Y$.

Говоря о гомеоморфизме, отметим интересное преобразование кружки в *тор* и наоборот – популярный видеосюжет в топологии.

В нашей конструкции множество непрерывно следующих друг за другом сфер с целочисленными радиусами, образуют открытые шары. В начальной школе учащиеся изучают текстуру спиленного дерева, слоистую структуру земной коры в разрезе, следы слоев на зонде, извлеченном из сверхглубокой скважины – все это примеры *индуцированной топологии* [4] когда на подпространстве повторяется картина, аналогичная исходной. Концентрические сферы, концентрические слои – см. Рис. 1 будут повторяться во всех подпространствах, именуемых также гиперплоскостями.

Удивительно, что ВТФ исключает существование исследуемой симметричной конструкции из трёх вложенных шаров при соблюдении условий эквивалентности объемов / мер и непрерывного следования слоёв! (Проще говоря, конструкция заполняется без пробелов слой за слоем.) Чтобы понять этот феномен, необходимо проанализировать уравнение (2) по элементам:

Таблица 1

Любая сферы из прообраза отображается в образ отдельно по каждому элементу.

n-Сфера	Элемент ^{m*}	...	Элемент ² -сфера	Элемент ¹ -окружность	Радиус
S_j^m ↓	$S_j^m \setminus S_j^{m-1}$ ↓	...	$S_j^2 \setminus S_j^1$ ↓	$S_j^1 \setminus S_j^0$ ↓	j
S_i^m	$S_i^m \setminus S_i^{m-1}$...	$S_i^2 \setminus S_i^1$	$S_i^1 \setminus S_i^0$... i
S_{i-1}^m	$S_{i-1}^m \setminus S_{i-1}^{m-1}$...	$S_{i-1}^2 \setminus S_{i-1}^1$	$S_{i-1}^1 \setminus S_{i-1}^0$	$i-1$

* -гипермеридиан размерности m .

Каждый слой содержит элементы размерностью от 1 до $m = n-1$. Здесь исследуемая структура заполнялась слоями от периферии $j... i, (i-1)$ к центру, поэтому индексы перечислены в порядке убывания. Функция эквивалентности со-

поставляет каждый элемент слоя S_j в отдельности \downarrow с множеством элементов соответствующей размерности. Обеспечить одновременное соответствие элементов слоя более чем по одной размерности невозможно из-за неразрешимости для $n > 2$ сформулированной ниже системе из $n-1$ уравнений, где i и j – натуральные радиусы концентрических сфер:

$$j^{n-1} = i^{n-1} + (i-1)^{n-1} + \dots \quad (3)$$

$$j^{n-2} = i^{n-2} + (i-1)^{n-2} + \dots$$

$$j^2 = i^2 + (i-1)^2 + \dots$$

$$j = i + (i-1) + \dots$$

Каждое уравнение содержит два и более слагаемых справа. Этот ряд уравнений продолжается от $n-1$ до степени 1 и лишь для двумерного случая содержит *единственное уравнение*, которое всегда разрешимо (см. ниже). Помним (См. Рис. 2.) что элемент произвольной размерности может быть отображен функцией эквивалентности только на элемент той же размерности. Структура слоев определяется исключительно размерностью пространства и не зависит от геометрического размера слоя. Условие эквивалентности (или равенства объемов *мощности* множества точек для любого n -мерного пространства) отображаемых слоев означает, что любой произвольный слой большой сферы может быть отображен на множество последовательно следующих малых сфер (2) по столбцам таб. 1. (*Мощность множества* – это количество элементов в нем, например $|S^m| = kr^m$. Для дискретного пространства аналог точки принимает на себя 1^n число таких элементарных кубов и есть *мощность*.) Число слоев образе в правой части каждого уравнения ≥ 2 , поскольку 2 – натуральное число, следующее за 1. Системе уравнений (3) неразрешима даже в вещественных числах \mathbb{R} . В этом легко убедиться с помощью *неравенства треугольника* $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ для Евклидова пространства, здесь сумма длин катетов прямоугольного треугольника больше длины гипотенузы. Случай равенства наступает только при нулевом катете и исключается по условиям ВТФ. Важно помнить, что в современном понимании под Евклидовым пространством подразумевается либо конечномерное ве-

ественное векторное пространство с определенным на нем скалярным произведением, либо *метрическое пространство*, соответствующее такому векторному пространству. При числе членов в системе уравнений (3) больше двух можно сосредоточиться на последней паре уравнений, где x^2 – квадрат длины \forall вектора, а x – проекция этого вектора на любую фиксированную ось, а затем, применив ассоциативный закон для членов, свести задачу к уже рассмотренной.

Итак, инженерный проект в виде конструкции из трех вложенных друг в друга концентрических шаров, таких чтобы $B_a^n \cong B_c^n \setminus B_b^n$, где $a, b, c \in \mathbb{Z}$ не осуществим. Формула (1) справедлива для троек целых чисел, единицы измерения не имеют значения, будь то метры, сантиметры, миллиметры, микрометры, нанометры и т. д. Это означает не только равенство, но и *тождественность* уравнения (1) или, другими словами, независимость результата от *разбиения* пространства (\Rightarrow ВТФ верно и для $a, b, c \in \mathbb{Q}$). Вывод: что хотя бы одно из значений в тройке a, b, c должен быть иррациональным числом. Но такая конструкция обязательно будет иметь дефект центральной симметрии в силу того, что a, b, c станут *несоизмеримыми* т. е. $\{S_j\} \mapsto \{\dots S_i\}$ будет невозможно. Частично заполненный слой – это дефект симметрии. ВТВ доказана от противного.

Удел Пифагоровых троек – двумерная плоскость.

Пифагоровы тройки использовались для вычислений ещё древнейшей цивилизацией Шумеров за тысячелетия до рождения самого Пифагора для решения тригонометрических задач, включая сложение / вычитание углов. Но почему эти тройки \exists только на двумерной плоскости? Чтобы дать ответ и заодно получить представление об упомянутом выше интегрировании, в качестве «интегратора» воспользуемся «старым добрым» магнитофоном, в котором лента перематывается с левой катушки на правую или наоборот. В этом случае сумма площадей левой и правой бобины ленты остается постоянной и равна толщине ленты, умноженной на ее длину. Не меняя общности считаем, что левая катушка/ бобина имеет радиус j больший, чем правая i . Полагаем, что целочисленные радиусы слоев $j > i$ должны быть, точнее $j \geq i + 1$, иначе можно просто перемотать ленту или поменять катушки местами. Когда говорится о необходимости сохранения симметрии фигуры при

непрерывном отображении или перемещении слоя, это означает, что один оборот ленты слева должен укладываться в целое число оборотов бобины справа: два, три, четыре и т. д., но не дробное число, иначе будет нарушено условие сохранения симметрии при перемещении или отображении слоев. Действительно, частично заполненный слой имеет дефект симметрии, он *асимметричен*. Нарушается постулируемая однородность Евклидова пространства.

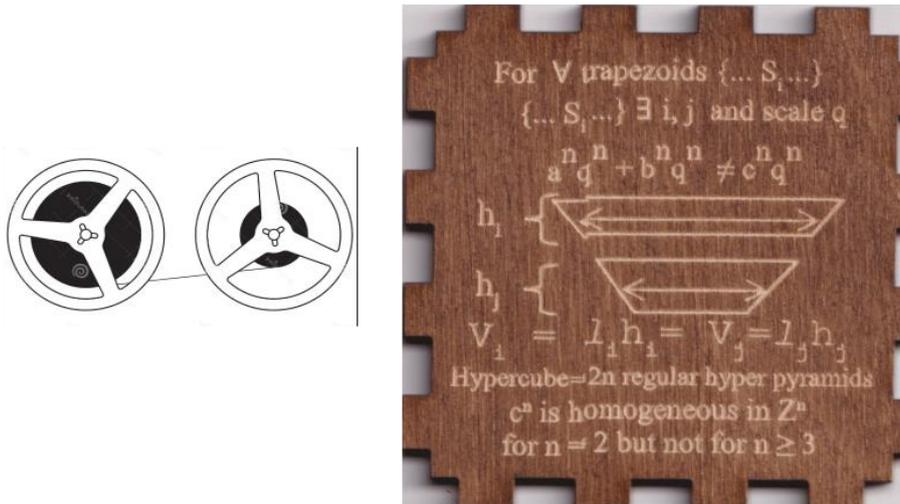


Рис. 3. Эквивалентность слоев на 2D-плоскости для кругов и квадратов.

Фотография грани авторского 3D-куба согласно заявке патента
на пром. образец №2021501435/49 от 20.03.2021

Допустим возможно изготовление ленты произвольной толщины, тогда для любого заданного соотношения радиусов окружностей катушек легко добиться симметрии в этой модели, а именно: один слой или виток на большой катушке эквивалентен множеству полных витков или слоев на малой катушке. (В общем случае, речь идет не об одном слое, а упорядоченном множестве слоев $\{S_j \dots\} \mapsto \{\dots S_i\}$, где в прообразе S_j – первый элемент, а в образе S_i – последний элемент. В силу симметрии достаточно исследовать *ограничение* до одного элемента $\{S_j\}$).

Отметим, что в случае n-куба размерности 2 или, проще говоря, квадрата на плоскости, картина аналогична. В силу симметрии удобно сосредоточиться на изучении единственного сегмента, образованного лучами, исходящими из двух соседних вершин, и применить формулу для площади трапеции по произведению

длины средней линии на ее высоту или число элементов в множестве слоёв (Рис. 3 справа). В результате сохраняются объем / мера подмножества слоев, отображенного на множество последовательно и непрерывно следующих слоев, расположенного ближе к центру, и симметричная форма исследуемой конструкции. Что препятствует провести аналогичный эксперимент для случая трёх и более мерного пространства? – Можно ответить: таб. 2. система уравнений (3), выражающие равенство мер по каждой размерности отдельно, когда рёбра отображаются в рёбра, грани – в грани, гипермеридиан – в гипермеридиан соответствующей размерности. Но говоря строго математически, для $n > 2$ препятствуют *попарно не пересекающиеся классы эквивалентности* [5] число которых равно $n - 1$, а как сказано было выше, функция эквивалентности работает по каждому классу отдельно. Взгляните на фотографию Тадж-Махала, памятника индийской архитектуры! Он обладает симметрией относительно вертикальной оси, проходящей через его центр. Симметрия является прекрасной демонстрацией работы функции эквивалентности наряду с другими примерами: перемещение твердого тела, его вращение и т. д. Памятник состоит из разных элементов: колонны отображаются в колонны, купола в купола, и никакого смещения этого *разбиения* на классы эквивалентности нет. Другой пример – шахматы (сама доска – наглядное объяснение Декартова произведения множеств \times). Пока игра продолжается на паритетных началах, пешки обмениваются на пешки, легкие фигуры: слон, конь – на легкие фигуры, ладья обменивается на ладью, а ферзь – на ферзь. Это также попарно не пересекающиеся классы эквивалентности. Функция эквивалентности работает с каждым классом отдельно, это легко доказать строго математически [5]. В лаконичной форме таб. 1. можно выразить путем отображения слоя на попарно не пересекающиеся классы эквивалентности через *разбиение*:

$$S \rightarrow S/ \sim = \{S_{n-1} \setminus S_{n-2}, \dots, S_2 \setminus S_1, S_1 \setminus S_0\} \quad (4)$$

такой процесс называется *факторизацией*, удобной для проведения анализа. В формуле выше каждый слой рассматривается как неделимая сущность – это удобные для исследования *попарно не пересекающиеся классы эквивалентности*. Ещё раз вернитесь к абз., поясняющим Рис. 2.

Куб и слой.

Поскольку n -куб, обозначаемый как I^n , вписывается в шар V^n и наоборот, эти фигуры гомеоморфны, что легко установить с помощью точечного источника в их общем центре (см. Рис. 2). Подобно гипермеридианам на сфере слой n -куба также состоит из элементов разных размерностей. Формула, передающая его структуру, особенно наглядна:

$$S_i = (i + 1)^n - i^n = I_{i+1}^n \setminus I_i^n = \bigcup_{k=1}^{k=n-1} C_n^k i^k \times 1^{n-k} \quad (5)$$

Здесь I_i^n – n -куб с ребром i , а $i^k \times 1^{n-k}$ следует воспринимать как \times *Декартово произведение* отрезков в результате которого образуется *кубоид*, а 1^{n-k} как безразмерный сомножитель. Таким образом обеспечивается соблюдение *аксиом топологии* [Гл. 1 § 2, 4] и постулатов Евклида [6] для элементов любых размерностей. Декартово произведение линейного отрезка на квадрат образует куб. Это – иллюстрация соблюдению принципа размерности, хорошо известного из уроков физики в школе. Приведенные выше формулы получены из бинорма Ньютона и описывают слой как разность гиперкубов с рёбрами, отличающимися на единицу, имеющих общую вершину, совпадающую с началом координат. Альтернативный способ представления исследуемой конструкции заключается в том, что начало координат, располагается в общем центре гиперкубов. Его можно получить путем n отражений гиперплоскостей, т.е. умножения (5) на 2^n , что принципиально не меняет сути последней формулы. Обе геометрические конструкции трансформируются друг в друга отражениями от гиперплоскостей, перпендикулярных каждой из n координатных осей, либо рассечением и масштабированием фигуры.

Мультимножество (5) – это модификация понятия множества, допускающая включение одного и того же элемента в совокупность *по несколько раз*. Если исключить повторяющиеся элементы, не играющие принципиальной для нас роли, т. е. сократить биномиальные коэффициенты в (5), то получится линейно упорядоченное множество:

$$I_0^n \prec S_1 \prec S_2 \cdots \prec S_a \cdots \prec S_b \cdots \prec S_c \in U \quad (6)$$

где V в качестве первого n -куба I_0^n может быть точка для случая шаров, 1^n или 2^n , в зависимости от чётности, но с учетом оговорок двумя абзацами выше, это не существенно. U – обозначение универсального множества или c -Большого шара / n -куба.

Последняя формула определяет *цепь множеств* (также называемого строго упорядоченным множеством, линейно упорядоченным множеством, обозначая отношения порядка \prec) в виде последовательно следующих слоев – сфер либо слоев n -куба. Это ещё одно наглядное свидетельство гомеоморфизма слоя куба сфере помогает утвердиться в правильности представления *пронзания* гиперкуба двумерной плоскостью Рис. 1. Начиная с тессеракта, двумерная плоскость, проходящая через центр n -куб и параллельная двум произвольным осям координат, может быть замкнута подобно игольчатому ушком, охватывающим нить, сколь угодно малым непрерывным контуром, лежащим в плоскости, ортогональной к проходящей плоскости ($n - 2 \geq 2$ когда $n \geq 4$ более последовательно и легко это доказывается через основы линейной алгебры). В результате тессеракт не рассекается на две несвязные фигуры как 3D куб, а *пронзается*. Картина напоминает запеченное яблоко на шпажке. С этих позиций 2D плоскость на Рис. 1. – это зонд для исследования слоистой структуры \forall n -куба $n \geq 3$ или Декартово произведение двух ортогональных зондов.

Итак, Пифагоровы тройки \exists только на двумерной плоскости. Евклидова геометрия известна также как геометрия плоскости. В эпоху цифровых технологий можно дополнить постулаты Евклида [6] элементами, полученными из элементарных кубиков 1^n , выстроенных в ряд, в прямоугольник, в 3D-куб и так далее. (Подразумевается работа в n -мерном пространстве). Размерности созданных фигур будут такими же, как если бы мы имели дело с точками. Например, $\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$ согласуется с формулой, описывающей структуру слоя (5), что лишний раз подтверждает *непротиворечивость системы аксиом* формальной теории. Неявно подразумевается, что она дополнена хорошо известными аксиомами топологии, позволяющими конструировать элементы разных размерностей за счет упомянутых выше операций

над множествами [5]. Но отбросив формальные определения для иллюстрации заметим, при работе с декоративным материалом, например, с сайдингом для дома, принято измерять его в квадратных метрах $i^2 \times 1$. Погонажные изделия, такие как перила или плинтус, измеряются в метрах $i \times 1^2$. Но в действительности, все перечисленные материалы имеют определенные размеры по длине, высоте и ширине. Однако меньшими размерами в рамках системы аксиом пренебрегают (масштаб единицы может быть сколь угодно малым). Вот почему 1^n имеет либо нулевую размерность, либо размерность самого пространства n в зависимости от разбиения, масштаба. Кроме того, $1^n \cong 1^m$ тогда и только тогда, когда $n = m$. что логично следует из принципа однородности пространства.

Испытание тысячелетиями.

Правомерно ли выделение фигуры из сферы $S^2 \setminus S^1$, ее \forall элемента – гипермеридиана, экваториального круга? – Ответ утвердительный поскольку этот прием известен из «Элементов» Евклида, сформулированных в III веке до н.э., и из школьных курсов геометрии, посвященных плоскости, стереометрии и черчению. Для иллюстрации представим себе правильную трехмерную пирамиду, и её образ, например, за счет голографии. Принцип эквивалентности здесь выражается в том, что 3D пирамида-прообраз в целом отображается на 3D пирамиду-образ, произвольно выбранная 2D грань – на 2D грань, 1D ребро – на 1D ребро. Черчение и архитектура основаны на этом принципе, который выдержал испытание временем на протяжении, как минимум, шести тысячелетий. Почему в данной ситуации нельзя выделить гипермеридиан на сфере и ожидать, что каждый из этих элементов будет отображен на множество элементов соответствующей размерности? – Вопрос риторический.

Некоторые уважаемые ученые возражают, что пронзание n -куба двумерной плоскостью на рис. 1. слишком просто и искажает исключительно сложную структуру многомерного куба, имея ввиду хорошо известные красивые проекции с *эффектом параллакса*. Такое недопонимание вызвано плохим представлением о том, что собой представляет n -куб. Для исследования структуры n -куба автор применил метод эксперимента в виртуальной реальности [7, с. 198–199].

Выводы.

Для творчески одарённого школьника, студента достаточно созерцать 3D куб с его гранями или глобус с его экватором, чтобы постичь доказательство ВТФ. Представим себе соответствующую выражению $a^n = c^n - b^n$ конструкцию в n -мерном пространстве. Слева – симметричная фигура размерности n . Справа – множество слоев размерностью на единицу меньше. Это множество будет асимметричным, или иметь *неустранимый дефект симметрии* (подумайте над фигурами, их размерностями, соответствующими выражениям: $2^n - 1^n$, $a^n - 1^n \cong B_r^n \setminus \text{point} = S_r^{n-1}$) либо *нарушение непрерывности слоев* для пространства размерности более двух. Следовательно объекта, фундаментальные свойства которого описываются противоречивым образом $\Rightarrow \nexists a, b, c, \in \mathbb{Q}$ таких что $B_a^n \cong B_c^n \setminus B_b^n$ в природе нет. Такое явление в Древней Греции называли *апорией*, или логически непротиворечивой конструкцией, *которая ничему не соответствует*. Предлагаемое доказательство ВТФ заставляет сделать более широкие обобщения, касающиеся свойств самой Вселенной, и поэтому ВТФ должна быть включена в программу общеобразовательной школы XXI века.

От ВТФ к вопросам физики, мировоззрения и научной этики.

Фундаментальная наука или инженерия? – в наше динамичное время грань между первым и вторым стирается. Общеизвестно, что каждые два года объем знаний человечества удваивается. Хотя ВТФ доказана выше инженерными методами, доступными школьнику, но нить рассуждений «открывает окно» в физику нашей Вселенной. Согласно теории концентрических сфер Древних греков Евдокса, Каллиппа и Аристотеля Земля была помещена в центре Вселенной. Наша планета окружалась идеально симметричными сферами. Но такое геоцентрическое представление Вселенной слишком упрощённо и ошибочно. Невозможно зарождение жизни, равно как и существование материи в абсолютно симметричной, строго упорядоченной Вселенной (6). Для возникновения жизни необходимо обеспечить возможность движения с соблюдением условия сохранения количества вещества (хим. реакции – это вид движения). Эти условия обеспечиваются только в *слегка* асимметричном, *анизотропном* пространстве. Постулаты Евклида нельзя обобщать на Вселенную.

Оказалось, что геометрия Лобачевского удивительно хорошо описывает понятие *пространственно-временной интервал* специальной теории относительности, базирующегося на постоянстве скорости света и физических законов в инерциальных системах отсчета. Отголоски Большого взрыва проявляются в виде реликтового излучения, низкотемпературных фотонов с температурой 2,72 Кельвина, которые можно изучать с помощью чувствительной аппаратуры и получать информацию об анизотропии нашей Вселенной. В 1983–1984 годы российский реликтовый эксперимент подтвердил *анизотропию* реликтового излучения – «эха» Большого взрыва. Измерения проводились с помощью радиометра, разработанного в Институте космических исследований АН СССР, в группе Игоря Аркадьевича Струкова (общее руководство программой осуществлял академик Николай Семенович Кардашев) на запущенном спутнике «Прогноз-9». В 2006 году открытие российских ученых было «оценено по достоинству» присуждением Нобелевской премии по физике американцам Джорджу Смуту и Джону Мазеру за повторение результатов российских физиков, но с большей точностью [8] Имена российских ученых, увы, остались в тени. Между тем, предубеждение «международного математического сообщества» против изложенного краткого доказательства ВТФ транслируется некоторыми уважаемыми российскими учеными. Так в деле Верхового суда РФ [9] по спору автора с Роспатентом в связи с отказом в госрегистрации патента на промышленный образец по упомянутой на Рис. 3. заявке автора №2021501435/49 от 20.03.2021, судебные акты были обоснованы с опорой на шесть (!) лженаучных писем и одну ложную экспертизу, где была исследована лишь одна грань из шести, повторены голословные утверждения Роспатента в плагиате приведенного выше доказательства с американской версии [1] базирующейся на цилиндрических функциях. Отказ в регистрации был сделан Роспатентом под надуманным предлогом «нарушения общественной морали и нравственности», вероятнее всего Западной морали, исключаяющей развитие России, как суверенного государства. Заметим, что морально-этические споры *не подсудны* Суду по интеллектуальным правам – нарушение п. 1. ст. 47 Конституции РФ. Сам промышленный образец экспертами даже не исследовался, доказательство, выгравированное лазером на кубе «не заметили», публикации, монографии в РИНЦ отрицались как «не

солидные», критиковался «слишком простой английский». Такая откровенно заискивающая, прозападная позиция ученых далеко отступает от объективности и научности – ст. 14 ФЗ №127-ФЗ «О науке и государственной научно-технической политике». Всё это указывает на трудную предстоящую работу по развитию отечественной науки, инженерии и возрождению системы госрегистрации научных открытий, утраченной по реш. от 14 мая 1991г. №156 Президиума Академии наук СССР.

Список литературы

1. Wiles A.J. Fermat's last theorem and modular elliptic curves / A.J. Wiles // *Annals of Mathematics*. – 1995. – №141.
2. Wiles A.J. Proof Fermat's Last Theorem // A.J. Wiles // Nigel Boston. – Washington DC: ASM Press, 1994. – P. 397–405.
3. Mochizuki S. Mochizuki's proof of ABC conjecture. Special issue on Inter-universal Teichmüller Theory. / S. Mochizuki // *Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences*. – 2021. – vol. 57 (1/2).
4. Виро О.Я. Элементарная топология / О.Я. Виро, О.А. Иванов, Н.Ю. Нецветаев [и др.]. – М.: МЦНМО, 2010. – 352 с. ISBN 978-5-94057-587-0. EDN SDSFWX
5. Белова Л.Ю. Элементы теории множеств и математической логики // Теория и задачи: учебное пособие / Л.Ю. Белова // Ярославский госунивер. – 2012 – С. 26–27. ISBN 978-5-8397-0878
6. Начала Евклида, Книги II / пер. с греч. и коммент. Д.Д. Мордухай-Болтовского; под ред. М.Я. Выгодского, И.Н. Веселовского. – М.: ГТТИ, 1948. – С. 123–142
7. Авдыев М.А. 2.8. Диофантово уравнение и десятая проблема Гильберта в школе в эпоху цифровизации / М.А. Авдыев // *Совр. в/о: идеи, технологии, результаты*. – Ульяновск: Зебра, 2021. – С. 196–218. EDN FKGSPB
8. Скулачев Д.П. Корреляция данных по реликтовому излучению в экспериментах WMAP и «Реликт-1» / Д.П. Скулачев // *Успехи физических наук*. – 2010. – №8 (10) – 392 с.
9. Картоотека арбитражных дел 300-ЭС23–19598С01–1179/2023СИП-947/2022 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: kad.arbitr.ru (дата обращения: 04.11.2023).