УДК 53

Якубовский Евгений Георгиевич

инженер

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет»

г. Санкт-Петербург

DOI 10.21661/r-562232

СЧЕТНОЕ КОЛИЧЕСТВО КОМПЛЕКСНЫХ РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВОК

***Аннотация**: радиационные поправки возникают вследствие нелинейности уравнений по их определению. При этом как любое нелинейное уравнение они имеют границу применимости. Причем эта граница может быть плавной. В классической физике имеется аналогичная граница, граница между турбулентным и ламинарным режимом, аналогичная граница между связанным и свободным состоянием в квантовой механике. Описывать радиационные поправки надо не с помощью приближенной теории возмущений, а вводя перед детерминированным параметром квадрат волновой функции – тогда задача будет не линейная. Нельзя использовать модуль волновой функции, так как в результате численного счета он может оказаться отрицательным, что приведет к не разрешимым противоречиям и стремление либо к нулю, либо к бесконечности. Способ решения нелинейных уравнений описан в [2]. При этом окажется, что комплексных радиационных поправок имеется счетное количество. Причем среди них окажется конечное количество действительных поправок.*

***Ключевые слова**: обратные функции, избавление от перенормировок, счетное количество радиационных поправок.*

Радиационные поправки возникают вследствие нелинейности амплитуды рассеяния:

$$2\operatorname{Im} M_{ii} = \frac{|p|}{(4\pi)^2 \varepsilon} \sum_{поляр} \int |M_{ni}|^2 \, do$$

При превышении порогового состояния рождения виртуальным фотоном одной электрон-позитронной пары. Граница, определяющая переход от волновых свойств к корпускулярным, определяется количеством частиц вакуума в одном кванте частицы см. [1]:

$$R = \frac{Va}{v} = \frac{mVa}{\hbar} = N_{cr} = \frac{4m}{m_\gamma}\left(\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1\right)^2, v = \frac{\hbar}{m}$$

В гидродинамике это граница между турбулентным, корпускулярным и ламинарным, волновым режимом. Если $\frac{mVa}{\hbar} > N_{cr}$ частица проявляет волновые свойства, при обратном неравенстве корпускулярные. При этом граничная скорость образования электрон-позитронной пары из фотона равна $V/c = \sqrt{5}/3$, что соответствует $\frac{2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 2 = 1$.

При этом определение амплитуды рассеяния сводится к уравнению

$$\mathrm{ImP}(t) = -\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{t-4m^2}{t}}(t+m^2)$$

Это уравнение определяет только действительное значение $Im\,P\,(t)$, причем область $0 < t/m^2 < 4$ оказалась не физической. Действительно в этой области действительная величина мнимой части комплексного числа оказалась мнимой, что невозможно. Но произошло это из-за введения комплексно сопряженного числа. Если использовать условие (1), то никакой не физической области не будет:

$$M_{ik} - M_{ik}^{-1} = \frac{|\,p\,|}{(4\pi)^2\varepsilon}\sum_{поляр}\int M_{ni}M_{nk}^{-1}do \tag{1}$$

Оно получается в силу антиунитарного без комплексного сопряжения, комплексного значения тензора рассеяния $M_{ik} = -M_{ki}^{-1}$. При этом при определении тока элементарных частиц вместо унитарного оператора надо использовать $\hat{\psi}\hat{\psi}^{-1} = -1, \hat{\psi}^{-1}(\hat{\psi},\hat{\psi}) = -\hat{\psi}$. При этом для устранения возможной особенности Лагранжиана, умножаем его на константу скалярного произведения $(\hat{\psi},\hat{\psi})L = (\hat{\psi},\hat{\psi})(\partial_\mu\hat{\psi}^{-1}\partial^\mu\hat{\psi} - m^2\hat{\psi}^{-1}\hat{\psi}) = -\partial_\mu\hat{\psi}\partial^\mu\hat{\psi} + m^2\hat{\psi}^2$. Лагранжиан инвариантен относительно преобразования $\psi \to \exp(i\alpha)\psi; \psi^{-1} \to \exp(i\alpha)\psi^{-1}$. В результате получится уравнение:

$$2M_{ii} = -\frac{|p|}{(4\pi)^2 \varepsilon} \sum_{поляр} \int M_{ni} M_{in} do.$$

Которое справедливо во всей области параметров, получаем уравнение:

$$P(t) = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{t\text{-}4m^2}{t}}(t + m^2). \quad (2)$$

Это уравнение допускает мнимое значение $P(t)$ и вычислять по мнимой части действительную часть нет необходимости, мнимое значение $P(t)$ определяется из формулы (2).

Так радиационные поправки к полю Кулона имеет приближенную границу, равную $a = \frac{\hbar}{mc}$. Для применимости предложенного критерия импульс фотонов должна равняться в статическом поле величине $\frac{V}{c} = \frac{p}{mc} = (\frac{m_\gamma}{m})^{1/4} = (10^{-65+27})^{1/4} = 10^{-19/2}$. В силу малой массы фотона импульс его должен равняться нулю. Действительно вектор Умова-Пойнтинга равен нулю в статическом поле, длина волны равна бесконечности. Зная массу фотона, можно оценить длину волны статического поля.

В работе по определению поправок к энергии электрона в задаче решения уравнения Максвелла-Дирака см. [4] для вычисления энергии электрона понадобилось прибегать к перенормировкам. В работе [5] говорится, что использование самодействия электрона приводит к расходимости поправок к энергии электрона. В предлагаемой статье удалось избежать перенормировок за счет перехода в комплексное пространство для значения энергии и определения плотности вероятности, как квадрата волновой функции. При действительной волновой функции определение плотности вероятности как квадрата модуля волновой функции и как квадрата волновой функции совпадают. При этом возникают проблемы с нормировкой. Но для нелинейных уравнений в частных производных волновая функция определяется без произвольных констант, поэтому нормировать волновую функцию невозможно. Показано, что при радиусе, стремящемся к нулю, имеется счетное количество комплексных асимптотик решения для потенциала. При этом асимптотика потенциала при радиусе, стремящемся к бесконечности единственна.

Уравнение Шредингера-Лапласа имеют вид:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V\psi$$

$$\Delta V = e^2\psi^2\frac{m^3e^6}{\hbar^6}$$

$$E = \int \psi(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V\psi)d^3x / a_0 .$$

Приведем первые два уравнения к безразмерному виду, для чего нормируем потенциал $V = V_0\frac{me^4}{\hbar^2}, E = E_0\frac{me^4}{\hbar^2}, r = \xi\frac{\hbar^2}{me^2}, t = \tau\frac{\hbar^3}{me^4}$. Получим уравнение

$$i\frac{\partial\psi}{\partial\tau} = -\frac{1}{2}\Delta_\xi\psi + V_0\psi$$

$$\Delta_\xi V_0 = -\psi^2 \qquad (3)$$

$$E_0 = \int \psi(-\Delta_\xi\psi + V_0\psi)d^3y .$$

Где формулу для плотности вероятности изменили, чтобы она описывала и комплексное значение энергии. Где волновая функция и потенциал зависит только от радиуса. Запишем формулу для скалярного поля и волновой функции

$$\psi(r) = \sum_{n=1}^{N} a_n\, exp(-n^2r^2/r_0^2) = \sum_{n=1}^{N} a_n g_n(r)$$

$$V(r) = \sum_{k=1}^{N} b_k \frac{1-exp(-k^2r^2/r_0^2)\cos 2kr/r_0}{r} = \sum_{k=1}^{N} b_k h_k(r)\,; r_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}.$$

Потенциал при радиусе, равном нулю будет иметь нулевое значение. Подставим эти функции в уравнение Шредингера-Лапласа, умножим на величину $\exp(-m^2r^2/r_0^2)$, и проинтегрируем по пространству, получим после преобразования уравнение:

$$Q_{mn}\frac{da_n}{dt}=\sum_{n=1}^{N}G_{mn}a_n+\sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}F_{mnk}a_nb_k,m=1,...,N$$
$$\sum_{k=1}^{N}P_{mk}b_k+\sum_{n,k=1}^{N}H_{mnk}a_na_k=0, \qquad . \tag{4}$$

Основная часть коэффициента перед a_n в первой формуле при использовании оператора Лапласа равен $n^4/(n^2+m^2)$. При этом имеем асимптотику коэффициентов в m уравнении $a_n=\frac{\alpha_m(n^2+m^2)}{n^4+1},b_n=\frac{1}{N+1}[1+\frac{\beta_m(n^2+m^2)}{n^4+1}]$.

$$G_{mn}=-\frac{1}{2}\int_0^\infty g_m(\xi)\Delta_\xi g_n(\xi)\xi^2d\xi,F_{mnk}=\int_0^\infty g_m(\xi)g_n(\xi)h_k(\xi)\xi^2d\xi$$
$$P_{mk}=\int_0^\infty g_m(\xi)\Delta_\xi h_k(\xi)\xi^2d\xi,H_{mnk}=\int_0^\infty g_m(\xi)g_n(\xi)g_k(\xi)\xi^2d\xi \qquad .$$

Получим нелинейную систему уравнений, которая имеет частное решение a_n^0,b_n^0. Частное решение определится из подстановки в m уравнение значения $a_n^0=\frac{\alpha_m(n^2+m^2)}{n^4+1},b_n^0=\frac{1}{N}[1+\frac{\beta_m(n^2+m^2)}{n^4+1}]$, откуда определятся коэффициенты α_m,β_m. Тогда имеем значение коэффициентов $a_n^0=\frac{2\alpha_n n^2}{n^4+1},b_n^0=\frac{1}{N}(1+\frac{2\beta_m n^2}{n^4+1})$.

При подстановке коэффициентов в уравнение (3), получим уравнения

$$\alpha_m\{\sum_{n=1}^{N}\frac{G_{mn}(n^2+m^2)}{n^4+1}+\sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{F_{mnk}(n^2+m^2)}{n^4+1}\times$$
$$\times\frac{1}{N}[1+\frac{\beta_m(k^2+m^2)}{k^4+1}]\},m=1,\dots,N;$$
$$\sum_{k=1}^{N}P_{mk}\frac{1}{N}[1+\frac{\beta_m(k^2+m^2)}{k^4+1}]+\sum_{n,k=1}^{N}\frac{H_{mnk}(n^2+m^2)(k^2+m^2)}{(n^4+1)(k^4+1)}\alpha_m^2=0,.$$

Из этой системы нелинейных уравнений однозначно определятся коэффициенты α_m,β_m. Причем величина α_m имеет разные знаки и возможно мнимая. Если пользоваться плотностью вероятности с модулем волновой функции, то величина модуля $|\alpha_m^2|$ при некоторых значениях m окажется отрицательной, и, следовательно, не определяется и необходимы перенормировки.

Но при мнимой волновой функции ее квадрат может быть отрицателен. Квадрат волновой функции нельзя рассматривать как плотность вероятности. Его нужно рассматривать как весовой коэффициент, который может быть комплексным и отрицательным. При этом энергия может оказаться комплексной с положительной или отрицательной действительной частью.

Ищем решение системы нелинейных уравнений в виде $a_n = a_n^\alpha + a_n^0, b_n = b_n^\alpha + b_n^0; b_{N+1} = b_{N+1}^\alpha + 0$.

Тогда имеем систему линейных уравнений относительно коэффициентов a_n^α, b_n^α с правой частью равной нулю в первом уравнении. Т.е. собственная энергия системы равна нулю. Решаем систему равнений

$$\begin{gathered}\sum_{n=1}^{N} A_{mn} a_n^\alpha + \sum_{k=1}^{N+1} B_{mk} b_k^\alpha = 0, m = 1,\dots,2N \\ \sum_{k=1}^{N+1} b_k^\alpha = 0\end{gathered}.$$

Где коэффициенты A_{mn}, B_{mk} зависят от переменных a_n^α, b_n^α. Добиваемся, чтобы определитель этой системы равнялся нулю. Тогда коэффициенты a_n^α, b_n^α определяются с точностью до множителя из линейной системы уравнений. Этот множитель определим, чтобы определитель этой системы нелинейных уравнений равнялся нулю. Тогда определится $2N + 1$ решение по определению коэффициентов $a_n^\alpha, b_n^\alpha, \alpha = 1,\dots,2N + 1$ со стационарной собственной энергией. Причем в силу условия $\sum_{k=1}^{N+1} b_k^\alpha = 0$ решение для кулоновского потенциала на бесконечности радиуса определится однозначно. Но в окрестности нуля радиуса имеется счетное количество решений. Причем плотность вероятности обнаружить частицу при большом значении радиуса равна нулю.

Найдено счетное количество решений, описывающее систему со стационарной энергией. Это вклад в поступательную скорость движения в фазовом пространстве.

Причем имеется счетное количество решений со стационарной энергией и так как $\sum_{k=0}^{N} b_k^{\alpha} = 0$ решение для кулоновского потенциала на бесконечности радиуса определится однозначно. Но в окрестности нуля радиуса имеется счетное количество решений. Причем плотность вероятности обнаружить частицу при большом значении радиуса равна нулю.

По данному алгоритму определения частного решения был рассчитаны коэффициенты a_n^0, b_n^0. Коэффициенты α_n, β_n с ростом индекса стремятся к нулю. Сумма элементов $\sum_{n=1}^{N} b_n^0 = b$ в зависимости от количества членов N ряда приведена в таблице 1.

Таблица 1

N	20	30	40	50	60
b	-0.6529	-0.6498	-0.6487	-0.6483	-0.64826

Надо увеличить величину $b = r_0 = 0.64826$, следовательно, увеличив r_0 в $1/0.64826$ получим коэффициент $b = 1$ $U = -\frac{e^2}{r}$. Для проверки точности расчета, рассчитанные коэффициенты должны удовлетворять условию:

$$\int (\psi \Delta_{\xi} V_0 + \psi^3) d^3 x = 0$$

$$\int \psi(-\Delta_{\xi}\psi + V_0 \psi) d^3 x = 0$$

Первое и второе уравнение повышает точность вычисления при увеличении количества членов ряда.

Отметим, что стационарного решения $exp(-iEt/\hbar)$ у нелинейной задачи нет, и стационарная энергия считается по другим формулам.

Аналогично решается задача в релятивистском случае, но в этом случае векторный потенциал зависит от углов сферической системы координат.

Как и всякое нелинейное уравнение оно допускает критическое значение, при котором происходит переход к комплексному решению. Так уравнение Навье-Стокса при числе Рейнольдса больше критического допускает переход к комплексному решению. Происходит переход в комплексную плоскость при изменении связанного состояния на свободное состояние в водородоподобных атомах. Причем уравнение Шредингера эквивалентно нелинейному уравнению Навье – Стокса. Это общее свойство нелинейных дифференциальных уравнений. Но основное состояние системы у данной задачи описывалось комплексным решением.

Получился интересный результат, вблизи электрон имеет множество представлений, а вдали все представления одинаковые.

Список литературы

1. Якубовский Е.Г. Граница между корпускулярными и волновыми свойствами / Е.Г. Якубовский // Энциклопедический фонд России. – 2015. – 24 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://disk.yandex.ru/i/uieYQBJg64zqYQ

2. Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика / В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – Т. 4. – М.: Наука,1989. – 727 с.

3. Якубовский Е.Г. Определение коэффициента сопротивления круглого трубопровода / Е.Г. Якубовский // Развитие науки в XXI веке: естественные и технические науки: сборник научных статей. – 2015. – DOI 10.17809/06(2015)-14. – EDN UANYKH

4. Barut A.O. Nonperturbative Quantum Electrodynamics: the Lamb Shift / A.O. Barut, J. Klaus // Foundation of Physics. 1983. Vol. 13. No. 2 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://docs.google.com/file/d/0B4Db4rFq72mLODF5RnRraTBCWEE/edit?pref=2&pli=1

5. Babiker M. Source-field approach to radioactive corrections and semiclassical radiation theory / M. Babiker // Physical Review. 1975. Vol. 12. No. 5 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://docs.google.com/file/d/0B4Db4rFq72mLODJDcml1VlJoR1E/edit?pref=2&pli=1