

Николаева Вероника Павловна

учитель

МБОУ «Янтиковская СОШ

имени Героя Советского Союза П.Х. Бухтулова»

с. Янтиково, Чувашская Республика

РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ

Аннотация: статья посвящена вопросу формирования у школьников умения применять различные способы решения задач. Автором представлены задачи с несколькими вариантами решения.

Ключевые слова: решение задач, математика, школьники.

1. В колбе было 140 г 10%-го раствора марганцовки (перманганата калия). В нее долили 60 г 30%-го раствора марганцовки. Определите процентное содержание марганцовки в полученном растворе.

Условия задач на смеси удобно записывать в виде таблицы.

Решение. Заполним таблицу по условию задачи.

	а	М(г)	т(г)
Было	10%, или 0,1	140	0,1–140
Добавили	30%, или 0,3	60	0,3 – 60
Стало	?	140 + 60	

1. $0,1 \cdot 140 + 0,3 \cdot 60 = 32$ г – масса марганцовки в смеси;

2. $140 + 60 = 200$ г – масса смеси;

3) $\alpha = \frac{32}{200} \cdot 100 = 16\%$ -содержание марганцовки в смеси.

Ответ: 16%.

Рассмотрим другую задачу, которая получена из первой небольшим изменением условия.

2. Сколько нужно взять 10%-го и 30%-го растворов марганцовки, чтобы получить 200 г 16%-го раствора марганцовки?

Решение. Способ I. (Можно начать изучение с 5 класса.) Пусть масса первого раствора – x г. Заполним таблицу по условию задачи.

	а	М(г)	m(z)
1-й раствор	10%, или 0,1	X	0,1*x
2-й раствор	30%, или 0,3	200 -x	0,3*(200 - x)
3-й раствор	16%, или 0,16	200	0,16*200

Составим и решим уравнение: $0,1x + 0,3(200 - x) = 0,16 * 200$,

$0,2 x = 28$, откуда $x = 140$.

Ответ: 140 г 10%-го и 60 г 30%-го.

Способ II. (Можно начать изучение с 7-го класса.) Пусть масса первого раствора – x г, а масса второго раствора – y г. Заполним таблицу по условию задачи.

	α	М(г)	m (г)
1-й раствор	10%. или 0.1	x	0.1*x
2-й раствор	30%. или 0.3	y	0.3*y
3-й раствор	16%,или 0,16	200	0,16*200

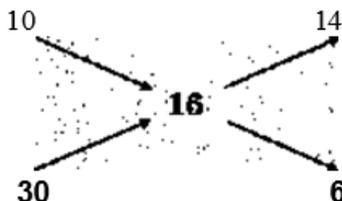
Составим и решим систему уравнений: $0,16*200=32$.

$$\begin{cases} x + y = 200, \\ 0,1x + 0,3y = 32 \end{cases} \begin{cases} x = 140 \\ y = 60 \end{cases}$$

Ответ: 140 г 10%-го и 60 г 30%-го.

Способ III. Решим эту задачу старинным способом по правилу «креста».

Составим схему:



В левой колонке схемы записаны процентные содержания марганцовки в имеющихся растворах. Посередине – процентное содержание марганцовки в полученной смеси. В правой – разности процентных содержаний имеющихся растворов в полученной смеси (вычитаем из большего числа меньшее и записываем разность на ту диагональ, где находятся, соответственно, уменьшаемое и вычитаемое).

Исходя из схемы делаем вывод: в 200 г смеси содержится 14 частей 10%-го раствора и 6 частей 30%-го раствора. Найдем их массы:

$$200 : (14 + 6) \cdot 14 = 140 \text{ г};$$

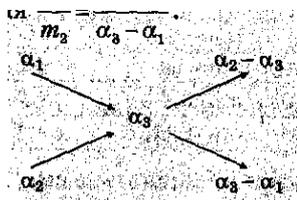
$$200 : (14 + 6) \cdot 6 = 60 \text{ г}.$$

Ответ: 140 г 10%-го и 60 г 30%-го.

В старших классах можно показать, как выводится правило «креста». Пусть смешали два раствора: первый – массой m_1 г и концентрацией α_1 и второй – массой m_2 г и концентрацией α_2 , получили раствор массой $(m_1 + m_2)$ г и концентрацией α_3 , причем $\alpha_1 < \alpha_3 < \alpha_2$. Найдем зависимость масс исходных растворов, от их концентраций.

Масса основного вещества в первом растворе равна $\alpha_1 \cdot m_1$ г, во втором растворе – $\alpha_2 \cdot m_2$, а в смеси $\alpha_3 \cdot (m_1 + m_2)$ г.

Составим равенство $\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2 = \alpha_3 (m_1 + m_2)$ и из него получим: $\alpha_1 m_1 - \alpha_3 m_1 = \alpha_3 m_2 - \alpha_2 m_2$, откуда следует пропорция



$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\alpha_2 - \alpha_3}{\alpha_3 - \alpha_1}$$

3. Имеется склянка 20%-го раствора кислоты и склянка 40%-го раствора кислоты.

а) Смешали 200 г раствора кислоты из первой склянки и 300 г из второй. Определите массу кислоты и ее долю в полученном растворе.

б) Из первой склянки взяли 300 г раствора кислоты. Сколько граммов раствора кислоты надо долить из второй склянки, чтобы получить 32%-й раствор кислоты?

в) Верно ли, что если из второй склянки берут на 50% больше раствора кислоты, чем из первой, то полученная смесь является 32%-ым раствором кислоты?

Решение. а) Заполним таблицу по условию задали:

	α	M(г)	m(г)
1-й раствор	20%, или 0,2	200	0,2*200
2-й раствор	40%, или 0,4	300	0,4*300
Смесь	?	200 + 300	?

Масса кислоты в смеси: $0,2 \cdot 200 + 0,4 \cdot 300 = 40 + 120 = 160$ г. Процентное содержание кислоты в смеси рассчитаем по формуле

$$\alpha = \frac{m}{M} : \alpha = \frac{m}{M} = \frac{160}{500} \cdot 100 = 32\%$$

Ответ: 160 г, 32%.

б) Пусть из второй склянки взяли x г раствора кислоты. Заполним таблицу по условию задачи.

	α	m(г)	M(г)
1-й раствор	20%, или 0,2	0,2·300	300
2-й раствор	40%, или 0,4	0,4x	X
Смесь	32%, или 0,32	60 + 0,4x	300 + x

Составим и решим уравнение: $60 + 0,4x = 0,32(300 + x)$, $0,08x = 36$. откуда $x = 450$. *Ответ:* 450 г.

в) Пусть из первой склянки берут x г раствора. Заполним таблицу по условию задачи.

	a	M(г)	m(г)
1-й раствор	20%, или 0,2	X	0,2x
2-й раствор	40%, или 0,4	1,5x	0,4*1,5x
Смесь	32%, или 0,32	X+1,5X	0,32 · 2,5x

Рассчитаем содержание кислоты в смеси по формуле

$$\alpha = \frac{m}{M} : \alpha = \frac{m}{M} = \frac{0,32 \cdot 2,5x}{2,5x} \cdot 100 = 32\%$$

Ответ: верно.

4. (С 6-го класса.) Было 12 кг пресной воды. В нее добавили несколько килограммов сахара и получили 4%-й раствор. Сколько килограммов сахара было добавлено в воду?

Решение. Пусть добавили x кг сахара. Заполним таблицу по условию задачи.

	α	M(кг)	m(кг)
Вола	0%, или 0	12	
Сахар	100%, или 1	X	X
Раствор	4%, или 0,04	12 + x	X

Так как масса добавленного сахара и есть масса сахара в растворе, то составим и решим уравнение:

$$(12 + x)0,04 = x, 0,96x = 0,48, \text{ откуда } x = 0,5.$$

Ответ: 0,5 кг.

5. (С 8-го класса.) Сплав из золота и серебра весом 13 кг 410 г при полном погружении в воду стал весить 12 кг 510 г.

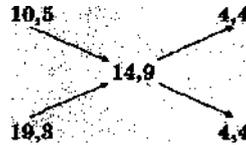
Определите массы золота и серебра в сплаве, если плотность золота $19,3 \text{ г/см}^3$, а серебра $10,5 \text{ г/см}^3$.

Решение. По закону Архимеда, сплав при погружении в воду теряет в весе столько, сколько весит вытесненная им вода, то есть $13,41 - 12,51 = 0,9 \text{ кг}$.

Плотность воды равна 1 г/см^3 , поэтому объем сплава равен 900 см^3 , а его плотность равна

$$\frac{13 \cdot 410}{900} = 14,92 / \text{см}^3$$

Составим схему по правилу «креста», где в левой колонке и в центре стоят массы 1 см^3 серебра, золота и сплава:



Рассматривая правую колонку, видим, что сплав содержит одинаковое число частей серебра и золота. Значит, массы золота и серебра в сплаве равны.

Ответ: 6 кг 705 г каждого.

6. Из 20 т руды выплавляют 10 т металла, содержащего 8% примесей. Определите процент примесей в руде.

Решение.

1) масса примесей в 10 т металла: $10 \cdot 0,08 = 0,8 \text{ т}$;

2) масса металла в 10 т металла с примесью: $10 - 0,8 = 9,2 \text{ т}$;

3) процентное содержание металла в руде: $\frac{9,2}{20} 100 = 46\%$;

4) процентное содержание примесей в руде: $100 - 46 = 54\%$.

Ответ: 54% примесей.

Список литературы

1. Различные способы решения задач [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.xn--80aaag2cjau2i.xn--p1ai/images/dokumenty/200/076.pdf> (дата обращения: 11.02.2025).