Тимофеева Ирина Анатольевна

учитель

МБОУ «Красноармейская СОШ»

с. Красноармейское, Чувашская Республика

КОНСПЕКТ УРОКА ПО ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКЕ В 10 КЛАССЕ «ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ГРАФА»

***Аннотация**: в статье рассматривается методическая разработка, которая является конспектом урока по вероятности и статистике в 10 классе по теме «Граф. Решение задач с помощью графа» и содержит как теоретический материал, так и множество задач для отработки практических навыков учащихся. Актуальность заключается в использовании графов для упрощения задач. Автором отмечено, что задачи в виде графа дают возможность наглядно и достаточно просто представить данные.*

***Ключевые слова**: вероятность, статистика, граф, элементы теории графов, решение задач с помощью графов.*

Цель урока: ознакомление с понятием графа, научиться решать задачи по теории вероятностей с помощью графов; и расширение математического кругозора.

Задачи:

– повторить определение графов и его составляющих;

– рассмотреть некоторые виды графов и их свойства;

– рассмотреть основные положения теории графов, а также теоремы, лежащие в основе данной теории с доказательством;

– решить задачи по теории вероятностей с помощью графов;

– определить области применения теории графов и теории вероятностей в окружающей действительности.

Ход урока.

I. Повторение темы «Графы. Элементы теории графов».

1) Определение темы урока: «Графы. Решение задач с помощью графов».

В математике есть специальный инструмент для изображения и изучения связей между объектами. Это граф (слово «граф» происходит от латинского слова graphica «рисование, черчение». Как числа используются для счёта любых объектов, вне зависимости от их природы, так и граф изображает любые связи, вне зависимости от их природы.

Графом называется конечное множество точек, некоторые из которых соединены линиями. Точки называются вершинами графа, а соединяющие линии – рёбрами. (Каждое ребро соединяет ровно две вершины).

Из истории: Теория графов зародилась в ходе решения головоломок двести с лишним лет назад. Основы теории графов как математической науки заложил в 1736 г. Леонард Эйлер, рассматривая задачу о кенигсбергских мостах. Сегодня эта задача стала классической.

2) Повторение основных понятий.

Количество рёбер, выходящих из вершины графа, называется степенью вершины.

Вершина графа, имеющая нечётную степень, называется нечетной, а чётную степень – чётной.

3) Упражнения на определение количества рёбер графа.

В графе 3 вершины, каждая из которых имеет степень 2. Сколько у него ребер? Нарисуйте такой граф. (Ответ 3.)

В графе 4 вершины, каждая из которых имеет степень 3. Сколько у него ребер? Нарисуйте такой граф. (Ответ 6.)

В графе 5 вершин, каждая из которых имеет степень 4. Сколько у него ребер? Нарисуйте такой граф. (Ответ 10.)

4) Примеры задач из курса математики, решаемых с помощью графа.

Пример 1: Аркадий, Борис, Владимир, Григорий и Дмитрий при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по одному разу). Сколько всего рукопожатий было сделано? (Ответ 10.)

Пример 2: У Васи в альбоме нарисован прямоугольник, разделённый на три равные части. Он должен закрасить каждую из этих частей в один из трёх цветов: красный, жёлтый, зелёный. Нельзя закрашивать разные части одинаковым цветом. Сколько вариантов рисунка может получиться? (Ответ 6.)

II. Решение задач на определение вероятности с помощью графов.

– Мы видели, что графы применяют для моделирования родословного дерева, дорожных сетей, молекул. Решим еще несколько задач на определение вероятности, в которых для моделирования применяются графы.

Правило вычисления вероятности по вероятностному графу:

– Предположим, что для эксперимента удалось построить дерево вероятностей и понять, каковы условные вероятности переходов между состояниями. Тогда вероятности сложных событий можно найти *умножением условных вероятностей* вдоль соответствующих цепочек рёбер. Именно эту возможность предоставляет полученная формула умножения вероятностей.

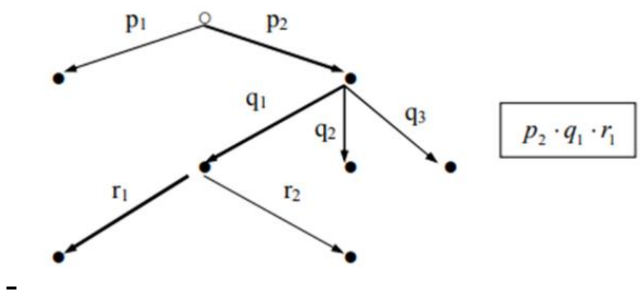


Рис. 1

– Если же нас интересует вероятность события, которому благоприятствуют несколько исходов, то вероятности соответствующих конечных вершин складываются (жирные маршруты).

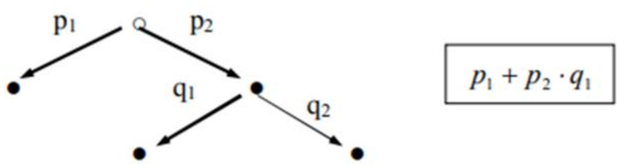


Рис. 2

Формула полной вероятности:

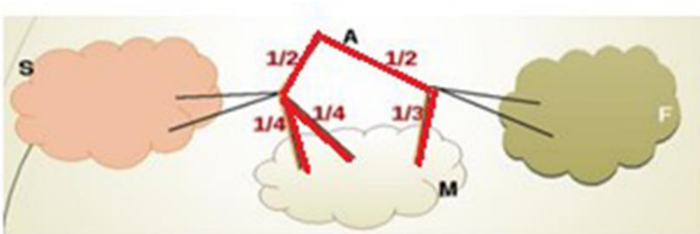
$$P(A)=P(A\,|\,B_1)\cdot P(B_1)+P(A\,|\,B_2)\cdot P(B_2)+\ldots+P(A\,|\,B_n)\cdot P(B_n).$$

где

$P(A\,|\,B)=\dfrac{P(B\,|\,A)\cdot P(A)}{P(B)}$. Эта формула называется **формулой Байеса**.

Задача 1.

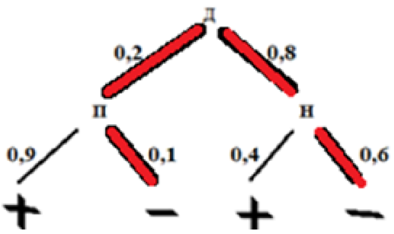
Павел Иванович совершает прогулку из точки А по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Часть маршрутов приводит к поселку S, другие в поле F или в болото M. Найдите вероятность того, что Павел Иванович забредет в болото?



$$P(M)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}\approx 0,42$$

Задача 2.

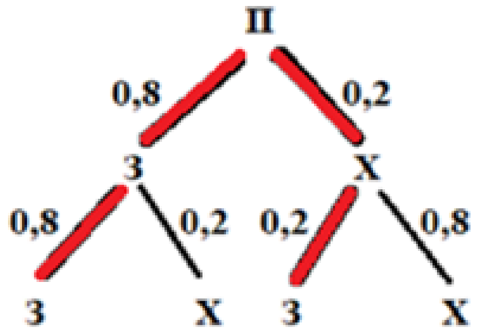
Ковбой Джон попал в муху на стене с вероятностью 0,9, если стрелял их пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежат 10 револьверов, из них только 2 пристрелянных. Ковбой видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.



Воспользуемся формулой правила 2, получим
*P(A) = 0,2*0,1+0,8*0,6 = 0,02+0,48 = 0,5*

Задача 3.

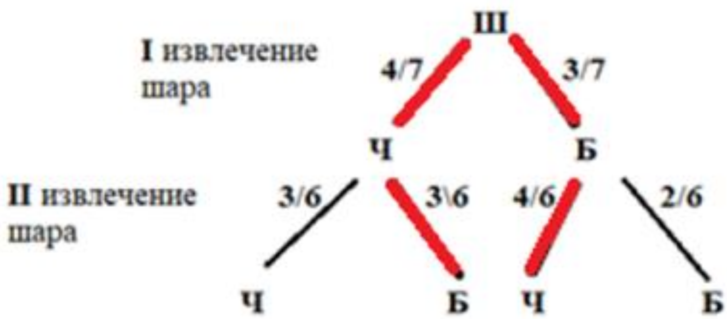
В волшебной стране бывает 2 типа погоды: хорошая и замечательная, причем погода держится неизменно весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такая же, как и сегодня. Сегодня 1 марта, и погода в волшебной стране замечательная. Найдите вероятность того, что 3 марта погода в волшебной стране также будет замечательной.



P(A) = 0,8*0,8+0,2*0,2 = 0,68

Задача 4.

В первой урне находятся 7 белых и 9 черных шаров, во второй – 6 белых и 4 черных шаров. Из первой урны во вторую переложили два шара, а затем из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

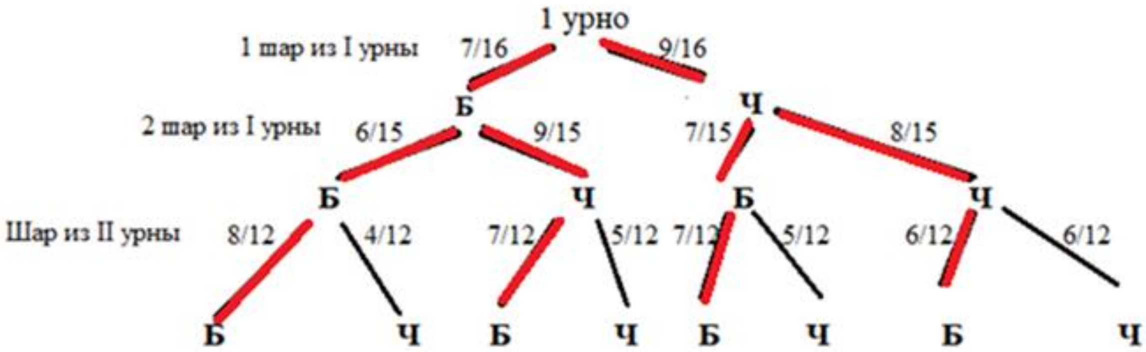


$$P(A)=\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}+\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}=\frac{24}{42}\approx 0{,}57$$

Ответ: 0,57

Задача 5.

В первой урне находятся 7 белых и 9 черных шаров, во второй – 6 белых и 4 черных шаров. Из первой урны во вторую переложили два шара, а затем из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.



$$P(M)=\frac{7}{16}\cdot\frac{6}{15}\cdot\frac{8}{12}+\frac{7}{16}\cdot\frac{9}{15}\cdot\frac{7}{12}+\frac{9}{16}\cdot\frac{7}{15}\cdot\frac{7}{12}+\frac{9}{16}\cdot\frac{8}{15}\cdot\frac{6}{12}=\frac{55}{96}\approx 0,57$$

Ответ: 0,57

III. Практическая работа по решению в парах или в группах.

№1. В коробке 5 красных и 5 синих карандашей. По очереди из коробки извлекают два случайных карандаша. Найдите вероятность того, что сначала появится синий, а затем – красный карандаш. (Ответ 0,278)

№2. В группе 3 мальчика и 5 девочек. Случайным образом выбирают двух человек. Какова вероятность того, что будут выбраны один мальчик и одна девочка? (Ответ 15/28)

№3. В некотором городе 4% выпускников оканчивают специализированные школы, остальные – общеобразовательные. Результаты показали, что 60 баллов и выше на ЕГЭ по математике получили 35% выпускников общеобразовательных школ и 74% выпускников специализированных школ. Найти вероятность события «Случайный выпускник в городе получит на ЕГЭ не менее 60 баллов». (Ответ 0,3656)

№4. Экзаменационный билет состоит из трёх вопросов. Вероятность того, что студент ответит на первый вопрос, равна 0,9; на второй – 0,8; на третий –

0,7. Найдите вероятность того, что студент, выбрав случайный билет, ответит по крайней мере на два вопроса. (Ответ 0,902)

IV. Подведение итогов. Рефлексия.

V. Домашнее задание:

Решить задачу о семи мостах Кёнигсберга: как пройти по всем мостам, не проходя ни по одному из них дважды?

Список литературы

1. Корниенко В.С. К 67 Теория вероятностей: решение задач с помощью графов / В.С. Корниенко // Методическая разработка. – Волгоград: Волгогр. гос. с.-х. акад., 2010. – 12 с.

2. Вероятность в школе: математическая вертикаль [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ptlab.mccme.ru/vertical (дата обращения: 09.01.2025).

3. Сандый С.А. Решение задач по теории вероятностей с помощью графов / С.А. Сандый [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://school-science.ru/12/7/48423 (дата обращения: 09.01.2025).