

Уколова Лариса Степановна

учитель

МОУ «Кривецкая СОШ»

с. Сейм, Курская область

ПРОИЗВОДНАЯ. НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЁМЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ

***Аннотация:** в статье рассматриваются методические и практические подходы к изучению темы «Производная» в школьном курсе математики. Производная является одним из фундаментальных понятий в математическом анализе, играющим ключевую роль в решении множества задач, связанных с описанием и анализом процессов изменения. Эффективное освоение этой темы требует не только понимания формального определения и правил дифференцирования, но и развития интуитивного представления о геометрическом и физическом смысле производной. В работе предлагаются различные приёмы, направленные на углубление понимания учащимися сущности производной, а также на развитие навыков её применения для решения прикладных задач. Особое внимание уделяется визуализации, использованию аналогий, поэтапному формированию навыков и разнообразным формам контроля.*

***Ключевые слова:** визуализация, методические приемы, обучение математике, школьный курс, решение задач, производная, дифференцирование, практические приемы, геометрический смысл, физический смысл.*

Краткое введение

Производная – важный инструмент для изучения изменения функций и поиска экстремумов. Для школьников 10 класса достаточно дать краткую идею: производная в точке характеризует скорость изменения функции и связана с угловым коэффициентом касательной к графику. Формулы и правила дифференцирования изучаются в процессе практики и используются как рабочие приёмы.

Цели уроков и ожидаемые результаты:

1. Понять смысл производной как меры изменения величины.

2. Научиться распознавать структуру сложной функции и применять соответствующие приёмы дифференцирования.

3. Освоить логарифмическое дифференцирование и правило цепочки при работе со сложными композициями.

4. Уметь применять производную для исследования монотонности и поиска экстремумов.

Основные методические принципы преподавания.

1. Фокус на понимании структуры функции:

– научите учащихся выделять внешнюю и внутреннюю функцию: это ключ к правилу цепочки;

– предложите алгоритм: упростить выражение → распознать форму (произведение, частное, степень с переменным показателем, композиция) → применить соответствующую стратегию.

2. Минимум формулировок – максимум практики:

– кратко напомнить необходимые формулы по ходу урока, а основное время посвятить решению задач разной сложности;

– используйте короткие «карточки правил» как шпаргалки на начальной стадии, постепенно отказываясь от них.

3. Шаблоны действий и запоминание приёмов:

– формируйте у учеников набор стандартных приёмов: вынесение общего множителя, разложение на множители, логарифмическое дифференцирование, замена переменной;

– практикуйте распознавание «шаблонов»: произведение функций, частное, композиция с тригонометрическими или экспоненциальными функциями.

4. Логарифмическое дифференцирование как основной инструмент для сложных степеней:

– показывайте прием на примерах: сначала взять, затем дифференцировать. Это снижает количество алгебраических ошибок.

5. Разнообразие задач для развития гибкости мышления:

– чередуйте задачи на вычисление, исследование и прикладные задачи.

Каждое занятие содержит:

- 1) 2–3 стандартных вычислительных задания;
- 2) 1–2 задачи на композиции и логарифмическое дифференцирование;
- 3) 1 задача на исследование или прикладную модель.

6. Работа с ошибками и рефлексия:

– регулярно разбирать типичные ошибки: забыли умножить на внутреннюю производную, неверная подстановка, пропущенные скобки;

– попросите учащихся объяснять шаги устно: это выявляет поверхностное применение правил и помогает устранить пробелы.

7. Пошаговые инструкции для «трудных» задач:

– давайте вспомогательные подсказки в виде последовательности шагов:

- 1) упростить выражение, если возможно;
- 2) определить вид функции (внешняя/внутренняя);
- 3) если степень переменная, использовать логарифмирование;
- 4) применить правило цепочки, произведения или частного;
- 5) упростить итоговое выражение и проверить на специальных точках.

8. Активные методы на уроке:

– парная работа: один объясняет, другой проверяет вычисления и ищет ошибки;

– короткие «челленджи»: кто быстрее распознает структуру выражения и предложит стратегию;

– командные соревнования на оформление решения с правильной логикой и объяснениями.

9. Визуализация и динамические инструменты:

– используйте GeoGebra или графические калькуляторы для иллюстрации касательных, изменения знака производной и поведения функции;

– демонстрируйте численные приближения производной через конечные разности и сверяйте с аналитическим результатом.

10. Интеграция с другими предметами и прикладная мотивация:

- физика: скорость и ускорение, момент времени максимальной скорости;
- экономика: оптимизация прибыли (максимумы, минимумы);
- биология: скорость роста популяции;
- предлагайте мини-проекты, в которых учащиеся строят модель, берут производную и делают выводы на основе графиков и вычислений.

Практические приёмы оценивания и контроля.

1. Формирующий контроль: короткие проверки по 5–10 минут на распознавание структуры функций и выбор стратегии.
2. Тесты смешанного типа: вычислительные задания в комбинации с задачами-пояснениями (почему выбран тот или иной приём).
3. Оценивание процесса: учитывайте алгоритмичность, упрощение перед дифференцированием и объяснение каждого важного шага.
4. Домашние задания: обязательная часть – несколько задач на отработку новых приёмов; рекомендательная – более сложные вариации и исследовательские задания.

Примеры упражнений с методическими подсказками

$$1. y = (3x^2 + 2x) \sin x$$

Подсказка: распознать как произведение. Сначала назвать производные множителей, затем применить правило произведения.

$$2. y = \ln (\sin x^2 + 1)$$

Подсказка: внешняя функция \ln , внутренняя $\sin x^2 + 1$. Напомнить: дифференцирование \ln дает деление на аргумент, затем умножение на производную внутренней функции.

$$3. y = (x^2 + 1)^{\sin x}$$

Подсказка: использовать логарифмирование: взять \ln , дифференцировать и вернуться к y .

$$4. \text{ Исследовать } f(x) = x^3 - 3x + 1 \text{ на монотонность}$$

Подсказка: вычислить производную, найти нули и разобрать знаки на промежутках, затем интерпретировать.

Для каждого упражнения полезно предлагать вариант «усложнить» – например, добавить параметр или заменить простую функцию на композицию с тригонометрией.

План уроков (примерный, 2–3 занятия).

Занятие 1. Краткое напоминание смысла производной, простые правила, упражнения на произведение и частное.

Занятие 2. Правило цепочки, композиции, логарифмическое дифференцирование, практические упражнения.

Занятие 3. Исследование функций (монотонность, экстремумы), прикладные задачи и работа с графическими инструментами.

Рекомендации по дифференцированному обучению

1. Для слабых учеников: пошаговые карточки, небольшие наборы упражнений одного типа, устные объяснения.

2. Для сильных учеников: задачи исследовательского характера, нестандартные композиции, задания на доказательство некоторых утверждений через определение.

3. Для всех: обязательная проверка одной-двух задач в классе с разбором альтернативных подходов.

Заключение.

В преподавании темы «Производная» для 10 класса важно сместить акцент с заучивания большого количества формул на развитие навыка распознавания структуры функции и выбора стратегии дифференцирования. Основной упор – на практику, разбор типичных ошибок, алгоритмы решения и применение на реальных примерах. Такой подход формирует устойчивые умения и готовит учащихся к более сложным темам математического анализа.