

## ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «КОМБИНИРОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ» ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 11 КЛАССОВ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ

*Аннотация: в статье рассматривается элективный курс «комбинированные уравнения», который обладает большими возможностями для формирования исследовательских умений учащихся, умений применять нестандартные методы решения задач.*

В последние годы к уровню подготовки выпускников школ предъявляются требования, среди которых указывается готовность проводить исследования, разрешать проблемные ситуации, использовать нестандартные приемы решения задач. Большими возможностями для формирования исследовательских умений учащихся, умений применять нестандартные методы решения задач, обладают комбинированные уравнения. Однако, учащиеся 11 классов затрудняются решать уравнения, которые не относятся к тому или иному виду, испытывают трудности в использовании свойств функций при решении задач.

Одним из путей решения проблемы может быть обучение учащихся комбинированным уравнениям при изучении трансцендентных уравнений на уроках алгебры, либо организация дополнительных занятий в рамках элективного курса. Приведем примерную тематику занятий курса «Комбинированные уравнения» для учащихся 11 класса в таблице 1.

Таблица 1

Тематическое содержание курса

Темы	Занятия, ч.		
	теория	практика	всего
Понятие комбинированного уравнения. Решение комбинированных уравнений с использованием ОДЗ функций	1	2	3
Решение комбинированных уравнений с использованием ограниченности функций	1	3	4
Решение комбинированных уравнений с использованием неотрицательности функций	1	1	2
Решение комбинированных уравнений с использованием монотонности функций	1	3	4
Контрольная работа		1	1
Всего	4	10	14

Обучение учащихся решению комбинированных уравнений более эффективно, если основано на обучении действиям составляющим приемы их решения. За основу возьмем разработанные Л. К. Садыковой [2] частные приемы решения уравнений с использованием области допустимых значений уравнений, ограниченности функций, монотонности функций. К ним мы добавим прием с использованием неотрицательности функций. Действия, соответствующие приемам, формируем с помощью соответствующей совокупности заданий, разработанных автором этой статьи.

Раскроем содержание одного из первых занятий предлагаемого курса.

Уравнением будем называть равенство с одной переменной вида  $f(x)=g(x)$ , где  $f(x)$  и  $g(x)$  – некоторые функции. Выделяют следующие виды уравнений: алгебраические и трансцендентные. К алгебраическим относят : линейные, квадратные, кубические, рациональные степени  $n$ , дробно-рациональные, иррациональные. Трансцендентные – это показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрическим.

Уравнения, которые нельзя отнести к одному из этих видов или уравнения, решаемые нестандартными методами (функционально-графическим), называют комбинированными. Мы будем рассматривать решение уравнений вида  $f(x)=g(x)$ , где  $f(x)$  и  $g(x)$  функции разных видов, т.е. одна алгебраическая, другая – трансцендентная или же различные трансцендентные. Например:  $x^3=\log_2(2x)$ ,  $\sin x=2^x$ . Такие уравнения решаются с использованием свойств входящих в них функций, или графически. К стандартным методам решения уравнений отнесем методы, основанные на: тождественных преобразованиях (раскрытии скобок, освобождении от знаменателя, приведении подобных членов, возведении в натуральную степень обеих ча-

стей и т.д.); разложении на множители; введении вспомогательных неизвестных [1, с. 34].

Предлагаем задание на распознавание комбинированных уравнений.

Задание 1. Определите, какие из приведенных уравнений являются комбинированными?

Выделите те из них, которые решаются стандартными методами:

- 1)  $\sqrt{x-1}-4\sqrt{1-x}=x^2$ ;
- 2)  $15^{x+2} \cdot 9^x - 4 \cdot 25^x = 0$ ;
- 3)  $\cos^5 x + \sin^5 x = 1$ ;
- 4)  $1/(1+x)^2 = \cos^2 x$ ;
- 5)  $\sin^2 \sqrt{2x} = -3x^6$ ;
- 6)  $\lg(x^2) = 0,5^{2x}$ ;
- 7)  $\sin x = \arctg x$ ;
- 8)  $(x^2) = \lg(2+x)$ ;
- 9)  $\operatorname{ctg}^2 x + \cos x = \sin x$ .

Перечисляем основные свойства функций. Формулируем следующее определение: «Областью допустимых значений (ОДЗ) уравнения  $f(x) = g(x)$ , называется пересечение областей определения (существования) функций  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$ ».

Сформулируем основные утверждения, касающиеся использования ОДЗ функции при решении уравнений и неравенств. Подчеркнем, что возможны следующие случаи решения комбинированных уравнений с использованием ОДЗ функций:

1. Если область определения конечное множество, то непосредственно подстановкой определите, удовлетворяют ли эти числа уравнению;
2. Если область определения пустое множество, то сделайте вывод, что уравнение не имеет решений [2, с. 9].

Для формирования умений, соответствующих данному приему используем следующие задания.

Задание 2. Найдите область определения функций:

- 1)  $y = 7x^2 - 4x + 3$ ;
- 2)  $y = (x^3 + 1)/(x^2 + 4)$ ;
- 3)  $y = \sqrt{2x + 18}$ ;
- 4)  $y = 5^{x+2}$ ;
- 5)  $y = \lg(x^2 - 5x + 6)$ ;
- 6)  $y = \cos(x + \pi/2)$ ;
- 7)  $y = \operatorname{tg}(2x - \pi/4)$ .

Задание 3. Найдите область допустимых значений уравнений:

- 1)  $\sqrt{3-x} = \log_5(x-3)$  (ОДЗ уравнения пустое множество);
- 2)  $\arcsin x = \sqrt{x-1}$  (ОДЗ уравнения конечное множество, состоящее из 1);
- 3)  ${}^6\sqrt{9-x^2} + {}^4\sqrt{x^4-81} = 3^x - 3\log_3(18+x^2)$  (ОДЗ этого уравнения конечное множество, состоящее из 3 и -3).

Задание 4. Решите уравнения:

- 1)  $\log_2(2-x) = \sqrt{x-2}$ ;
- 2)  $\arccos(x^2) = \log_5(x^3-8)$ ;
- 3)  $\sqrt{2x-4x^2-1} = \sin^2 x$ .

Задание 5. Решите уравнения:

- 1)  $\sqrt{4-x^2} - \lg(1+\sqrt{x^2-4}) = 3x-x^2-2$
- 2)  $\sqrt{x^2-7x+10} = \lg(\sqrt{7x-x^2-10}+2)$ ;
- 3)  $5\sqrt{-x^2+9x-14} - 2^4\sqrt{x^2-5x-14} - 1 = \sin \pi x/2$ ;
- 4)  ${}^4\sqrt{1-x^2} + {}^6\sqrt{x^4-1} = 2^x + 2\log_{0,5}(1+x^4)$ .

Предложенные задания направлены на формирование умений распознавать комбинированные уравнения, находить область определения различных функций, находить решения уравнения, если область его допустимых значений пустое или конечное множество. Содержание остальных занятий строится таким же образом – учащимся предлагаются задания, способствующие формированию нестандартных приемов решения комбинированных уравнений.

#### Список литературы

1. Мешерякова, С. И. Нестандартные методы решения уравнений и других задач в углубленном курсе математики : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Мешерякова Светлана Ивановна. – Саранск. – 1997. – 182 с.
2. Садыкова, Л. К. Свойства функций при решении нестандартных уравнений и неравенств: методическая разработка по курсам элементарной математики и методики преподавания математики / Л. К. Садыкова, Н. С. Новичкова. – Самара : Изд-во СГПУ, 2005. – 90 с.