ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Татьянкин Виталий Михайлович
ст. преподаватель
ФГБОУ ВПО Югорский государственный университет
г. Ханты-Мансийск, ХМАО-Югра

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Аннотация*: в статье рассматривается прогнозирование временных рядов, которые определяются многофакторными, нелинейными, математическими моделями. Предлагается для этого использовать многослойные нейронные сети, так как это позволит избежать выбора модели, который требуется в классическом подходе к прогнозированию, что повысит эффективность прогнозирования временных рядов.*

Ключевые слова*: многослойные нейронные сети, прогнозирование, временные ряды.*

Введение

Многофакторные математические модели, как и однофакторные, делятся на линейные и нелинейные модели [1,2]. Обозначим искомый нами показатель как Y, а параметры, оказывающие на него влияние x_i, тогда:

$$У = a_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i * a \qquad (1)$$

является линейной многофакторной математической моделью при n>1 и однофакторной при n=1, где a_j – свободный коэффициент, j=0…n.

Нелинейной математической моделью, называют модель, где присутствует нелинейная зависимость, например [63]:

$$У = a_0 \sin x \qquad (2)$$

Любая задача прогнозирования стремится к такому решению, то есть к выбору такой математической модели (оптимальная модель), при которой данные, полученные в ходе прогнозирования, как можно больше соответствуют реальным значениям. Нахождение оптимальной модели является крайне затруднительной задачей и зависит от исследуемого объекта и набора исходных данных [3]. Примитивным решением возникшей задачи является перебор всех доступных математических моделей, но так как, количество этих моделей не ограничено сверху, то данный подход на практике, является не применимым.

В идеале для решения этой задачи должен быть такой алгоритм, который самостоятельно определял бы оптимальную модель на основе входных данных. Такими возможностями обладают искусственные нейронные сети, построенные по принципу организации биологических нейронных сетей [4], что и даёт им возможность к обучению, самоорганизации и адаптации.

Математические предпосылки для использования многослойных нейронных сетей в прогнозирование временных рядов

В 1957 Колмогоров показал, что любую непрерывную функцию n переменных на единичном отрезке [0,1] можно представить в виде суммы конечного числа одномерных функций[4]:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{p=1}^{2n+1} g\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \varphi_p(x_i)\right), \qquad (3)$$

где функции g и φ_p являются одномерными и непрерывными.

Данное утверждение легло в основу построения многослойных нейронных сетей для аппроксимации функций. Из неё следует, что любую непрерывную функцию $f: [0,1]^n \to [0,1]$ можно аппроксимировать при помощи трёхслойной нейронной сети, которая имеет n входных, $2 * n + 1$ скрытых и один выходной нейрон. В 1988 году ряд авторов обобщили приведённые результаты на многослойную нейронную сеть с алгоритмом обратного распространения ошибки: любая непрерывная функция $f: [0,1]^n \to [0,1]$ может быть аппроксимирована трёхслойной сетью с одним скрытым слоем и алгоритмом обратного распространения ошибки с любой степенью точности [4].

Сравнение способов прогнозирования

Сравним на примере результаты прогнозирования с применением многослойной нейронной сети и регрессионного анализа. В таблице 1 представлены случайные величины X_{in} и величина Y_i, которая имеет зависимость от X_{in}. Для качества сравнения выберем нелинейную зависимость Y от X, допустим:

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sin(x_1) + \cos(x_2)^2 - \sqrt{7} * \cos(x_3)^3 * \cos(\sin(x_4)^2 + 2.5) \quad (4)$$

Таблица 1

Данные для прогнозирования нелинейной функции

	X1	X2	X3	X4	Y
1	-0,43	-0,45	0,18	-0,4	-2,09373
2	-0,16	-0,43	0,33	0,72	-1,30386
3	-0,28	-0,01	0,8	0,69	-0,07886
4	0,43	-0,28	0,08	0,12	-1,27968
5	0,31	-0,2	0,3	0,14	-1,04081
6	-0,49	-0,55	0,69	0,07	-0,95756
7	-0,36	-0,4	0,01	0,74	-1,79877
8	-0,3	-0,02	0,27	-0,32	-1,65204
9	0,12	0,07	0,02	0,3	-1,51867
10	0,08	-0,73	0,13	-0,83	-1,4403
11	0,41	-0,16	0,84	0,48	0,606915
12	-0,23	-0,21	0,51	-0,3	-1,02311
13	0,48	-0,35	0,77	0,31	0,369754
14	0,19	-0,52	-0,06	-0,04	-1,68952
15	0,14	-0,41	0,16	-0,53	-1,46781
16	-0,05	-0,18	-0,09	-0,75	-1,33282
17	-0,3	-0,6	0,44	-0,03	-1,5738

Используя регрессионный анализ, применяя данные в таблице 1, получим следующие уравнение:

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1.04x_1 + 0.48x_2 + 1.92x_3 + 0.06x_4 - 1.58 \quad (5).$$

Для обучения многослойной нейронной сети воспользуемся алгоритмом обратного распространения ошибки [4].

В результате получили весовые коэффициенты и пороговые значения сети, при которых ошибка МНС составляет меньше заданной:

$$W1 = \begin{bmatrix} 1.0156 & 1.7612 \\ 1.3602 & 0.9072 \\ -1.675 & -0.484 \\ -0.632 & 4.45 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$W2 = [-0.0158\ 0.172] \tag{7}$$

$$T1 = [-1.884\ 3.220] \tag{8}$$

$$T2 = [2.637] \tag{9}$$

Теперь, когда у нас есть две модели (5) и (6-9) описывающее поведение объекта Y, можно сравнить их достоверность. Для этого нам понадобится ещё один набор случайных данных, представленный в таблице 2.

Таблица 2

Данные для сравнения способов прогнозирования

i	X1(i)	X2(i)	X3(i)	X4(i)	Y(i)
1	0,85	0,48	0,37	0,54	1,98189
2	0,63	0,7	0,52	0,74	2,174075
3	0,49	0,09	0,06	0,32	1,34479
4	0,07	0,14	0,86	0,12	2,815753
5	0,81	0,39	0,8	0,61	3,243487
6	0,26	0,49	0,41	0,34	1,50822
7	0,16	0,14	0,54	0,65	2,108804
8	0,87	0,34	0,85	0,11	3,392586
9	0,18	0,47	0,26	0,08	1,086127
10	0,59	0,15	0,74	0,28	2,971816
11	0	0,86	0,69	0,69	1,837189
12	0,16	0,79	0,22	0,77	1,069694
13	0,83	0,72	0,32	0,23	1,543377
14	0,5	0,07	0,6	0,67	2,624973
15	0,81	0,51	0,78	0,66	3,118744
16	0,85	0	0,29	0,39	1,949981
17	0,11	0,48	0,08	0,39	0,806112

Результат сравнения двух моделей, полученных на реальных данных, приведён на рисунке 1.

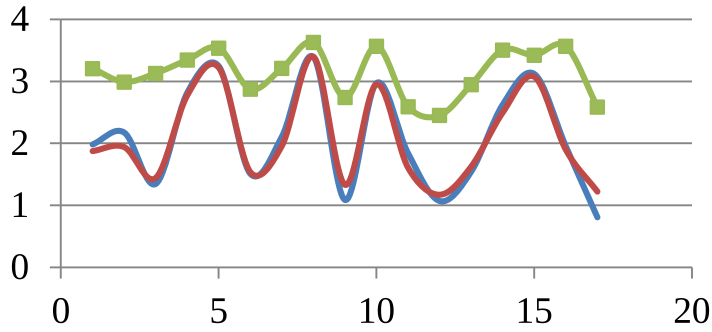

Рис. 1. Апробация способов прогнозирования

Красной линией на слайде показаны реальные данные, полученные с использованием уравнения (4) и данных в таблице 2, синей линией, показаны результаты, полученные с применением МНС, весовые коэффициенты и пороговые значения, описаны выражениями (6–9), зелёной линией представлены результаты с применением модели (5) и данными в таблице 2.

Заключение

Как видно из рисунка 1, применение многослойной нейронной сети позволило, повысить адекватность прогноза. Так, средняя ошибка, полученная с применением МНС, составляет 0.11, а с применением регрессионного анализа 1.04, что на порядок больше.

Список литературы

1. Голубев Н.В. Математическое моделирование систем и процессов: Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2013. – 192 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).

2. Васильев К.К. Математическое моделирование систем связи: учебное пособие / К.К. Васильев, М.Н. Служивый. – 2-изд., перераб. И доп. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 170 с.

3. Емельянов В.В. Теория и практика эволюционного моделирования [Текст] / В. В. Емельянов, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 432 с. - (Проблемы искусственного интеллекта).

4. Головко В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение. Кн. 10: Учеб. пособие для вузов / Общая ред. А.И. Галушкина. – М.: ИПРЖР, 2000.