

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Калюжный Анатолий Тимофеевич

канд. техн. наук, доцент

Новосибирский государственный аграрный университет

г. Новосибирск, Новосибирская область

ТЕОРИЯ ИНДУКЦИОННОЙ СЕЛЬХОЗНАВИГАЦИИ: МАГНИТНОЕ ПОЛЕ КРУГОВОЙ РАМКИ

***Аннотация:** рассматривается навигационное магнитное поле круговой рамки с током, которое может использоваться для определения взаимного положения трактора-лидера и трактора-дублера при групповой работе автоматизированных сельскохозяйственных машинно-тракторных агрегатов.*

***Ключевые слова:** сельхознавигация, индукция, вектор напряженности магнитного поля, равносигнальная линия.*

Автоматизации полевых сельскохозяйственных работ невозможна без автоматизации процесса управления траекторией движения сельскохозяйственных машинно-тракторных агрегатов (МТА). Что, в свою очередь, невозможно без глубокой разработки теории сельскохозяйственной навигации, как самостоятельного научного направления в наземной навигации о методах и средствах определения места нахождения и параметров движения МТА в процессе выполнения ими полевых работ.

В настоящее время сельскохозяйственная навигация, как процесс управления МТА, ограничивается биологическими методами – автоматизация требует разработки инструментальных методов определения места нахождения и направления движения МТА.

Специфика сельхознавигации заключается в необходимости обеспечения высокой точности траекторного управления – погрешность траектории не должна превышать сотых долей метра. Известные методы определения места нахождения морских, воздушных или наземных объектов либо не обеспечивают

такую точность, либо реализуются дорогостоящими техническими средствами. Поэтому для сельхознавигации требуется поиск других, более простых и менее дорогостоящих решений.

На этапе перехода от ручного управления к автоматическому практическое применение может находить групповой метод работы МТА, когда водитель находится в кабине трактора-лидера и управляет его движением, а один или несколько тракторов-дублеров повторяют траекторию лидера, сохраняя дистанцию и интервал между ними с необходимой точностью.

Определять взаимное положение лидера и дублера можно индукционными методами, для чего необходимо на одном из них расположить источник магнитного поля, а на втором измерять напряженность этого поля. Сравнивая измеренные значения параметров магнитного поля с требуемыми значениями, можно с высокой точностью определять взаимное положение источника магнитного поля и точки наблюдения параметров этого поля, МТА с трактором-лидером и МТА с трактором-дублером.

Ниже приводится анализ магнитного поля, создаваемого током круговой рамки на расстояниях, превышающих диаметр рамки. Параметрами такого поля является модуль и направление вектора напряженности H в точке измерения.

В сферической системе координат магнитное поле рамки описывается уравнениями [1]:

$$H_r = 2M \cos \theta / r^3; H_\theta = M \sin \theta / r^3 ,$$

где:

H_r и H_θ – нормальная (радиальная) и тангенциальная (касательная) составляющие (проекции) вектора напряженности H , рис. 1;

r – расстояние между центром рамки и точкой N наблюдения поля;

θ – зенитный угол, измеряемый между аксиальной осью OZ рамки и направлением на точку N наблюдения поля;

$M = \text{const}$ - магнитный момент рамки.

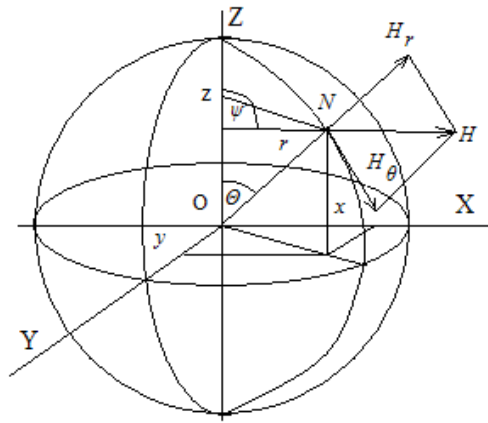


Рис. 1. Магнитное поле рамки в сферической системе координат

В меридиональной плоскости XOZ модуль вектора напряженности H описывается в полярной системе координат уравнением:

$$H = \sqrt{H_r^2 + H_\theta^2} = \frac{M}{r^3} \sqrt{\sin^2 \theta + 4 \cos^2 \theta} = \frac{M}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}. \quad (1)$$

Откуда уравнение равносигнальных линий (РСЛ) $H = \text{const}$:

$$r = \sqrt[3]{\frac{M}{H} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}} = K^6 \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}.$$

«Плоскость рамки лежит в экваториальной плоскости XOY системы координат, для всех точек которой $\theta = 90^\circ = \text{const}$.

Поэтому РСЛ образуют концентрические окружности $x^2 + y^2 = r^2$, центром которых является центр рамки».

На рис. 2 показаны РСЛ модуля вектора напряженности в меридиональной плоскости XOZ, для точек которой $0 \leq \theta \leq 360^\circ$. Здесь ψ – угол между вектором напряженности H и осью OZ рамки.

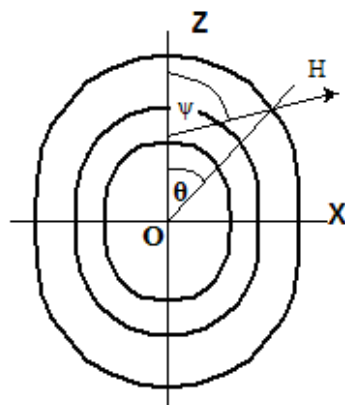


Рис.2. Форма равносигнальных линий модуля вектора напряженности

Относительные значения полярных и прямоугольных координат точек РСЛ модуля напряженности приведены в строках 2, 3, 4 таблицы 1. В строке 5 приведены расстояния от точек РСЛ до точки на оси OZ с координатами $x = 0$, $z = 26$. Здесь за 100 единиц (процентов) принято расстояние от центра рамки до точки пересечения РСЛ с экваториальной плоскостью XOY; 1 о.е. = 1% от расстояния между центром рамки и точкой пересечения РСЛ с плоскостью рамки.

Таблица 1

Полярные и прямоугольные координаты точек РСЛ модуля вектора напряженности в меридиональной плоскости

θ° ,	0,0	15	30	45	60	72,6	75	84	90
r, о.е.	126	125	121,7	116,5	109,8	104,0	103	100,5	100
x, о.е.	0,0	32,4	61	82,4	95,1	99,275	99,58	99,995	100
z, о.е.	126	121	105,4	82,4	54,89	31,11	26,7	10,45	0,0
R, %	100	100,37	100,1	99,85	99,39	99,41	99,58	—	—

Анализ данных таблицы показывает, что РСЛ модуля напряженности образуют кривые типа овала, которые можно интерпретировать состоящими из двух полуокружностей, концы которых соединены прямыми отрезками. Центры полуокружностей лежат на оси OZ ($x_{ц} = 0$), на расстоянии, равном $0,52R$ ($z_{ц} = \pm 26\%$) друг от друга. Это подтверждают данные строки 5 табл. 1, где приведена длина отрезка, соединяющего центр полуокружности (точки с координатами $x = 0$; $z = \pm 26$) с точками равносигнальной линии модуля напряженности (координаты $\pm x$;

$\pm z$). Как видно, разница между наибольшим (100,37) и наименьшим (99,39) отрезками менее 1%, т.е. равносигнальная линия близка к дуге окружности. Обе полуокружности соединены практически прямыми отрезками (непрямолинейность на длине $26 \cdot 2 = 52$ отн. ед. составляет $100 - 99,58 = 0,42\%$, или $\pm 0,21\%$).

Угол ψ между осью OZ рамки и вектором напряженности H определяется уравнением:

$$\psi = \theta + \arctg \frac{H_\theta}{H_r} = \theta + \arctg(0,5 \operatorname{tg} \theta). \quad (2)$$

Изменение зенитного угла θ на величину $d\theta$ изменяет угол ψ на $d\psi$, причем их отношение:

$$\frac{d\psi}{d\theta} = 1 + \frac{2}{3 \cos^2 \theta + 1}.$$

Вблизи оси OZ рамки $\theta \approx 0$, поэтому здесь $d\psi \approx 1,5 d\theta$. Вблизи плоскости рамки $\theta \approx 90$, поэтому здесь $d\psi \approx 3 d\theta$, т.е. изменению зенитного угла θ на 1 градус соответствует изменение пространственного угла ψ на три градуса. Изменению угла θ точки наблюдения поля на 90° от 0 до 90° соответствует изменение угла ψ между направлением вектора напряженности и осью OZ рамки на 180° .

Проекция вектора напряженности в меридиональной плоскости на направление, которое образует с осью OZ произвольный угол γ , описывается уравнением:

$$H_\gamma = H \cos(\psi - \gamma) = \frac{\dot{I}}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \cdot \cos[\theta + \arctg(0,5 \operatorname{tg} \theta) - \gamma]. \quad (3)$$

Численное решение этого уравнения при $\gamma = \text{const}$ и $H_\gamma = \text{const}$ в относительных единицах приведено в табл. 2, а форма показана на рис.3.

Таблица 2

Полярные и прямоугольные координаты точек РСЛ проекций вектора на направления, образующие с осью OZ рамки угол γ

$\gamma=0$	θ°	0,0	30	45	50	54°40′	55	60	75	90
	r	126	107,72	79,36	62	0,0	23,54	63	92,8	100

	x	0,0	54	56	47,5	0,0	19,3	54,6	89,6	100
	z	126	93,3	56	38,86	0,0	13,5	31,5	24	0,0

Продолжение таблицы 2

$\gamma=45^\circ$	θ	0,0	15	30	45	60	70	74,32	75	80	90
	r	112,25	121,7	121,7	112,25	90,53	60,6	0,0	33,6	65,44	89,1
	x	0,0	31,5	60,8	79,4	78,4	57	0,0	32,5	64,4	89,1
	z	112,25	117,5	105,3	79,4	45,2	20,7	0,0	8,7	11,36	0,0

Продолжение таблицы 2

$\gamma=90^\circ$	θ	0,0	5	10	20	40	60	70	80	85	90
	r	0,0	63,85	79,1	98,8	113,9	109,1	98,8	80,06	63,85	0,0
	x	0,0	5,56	13,74	33,8	73,2	94,2	92,8	78,84	63,6	0,0
	z	0,0	63,6	77,94	92,83	87,24	54,56	33,8	13,9	5,56	0,0

Окончание таблицы 2

$\gamma=135^\circ$	θ	0	15	29,32	30	35	45	60	75	85	90
	r	112,25	90,5	0,0	32,6	65,5	89,1	103,1	103,1	95,65	89,1
	x	0,0	23,4	0,0	16,3	37,55	63,0	89,3	99,6	95,3	89,1
	z	112,25	87,4	0,0	28,2	53,6	63	51,55	26,7	83,4	0,0

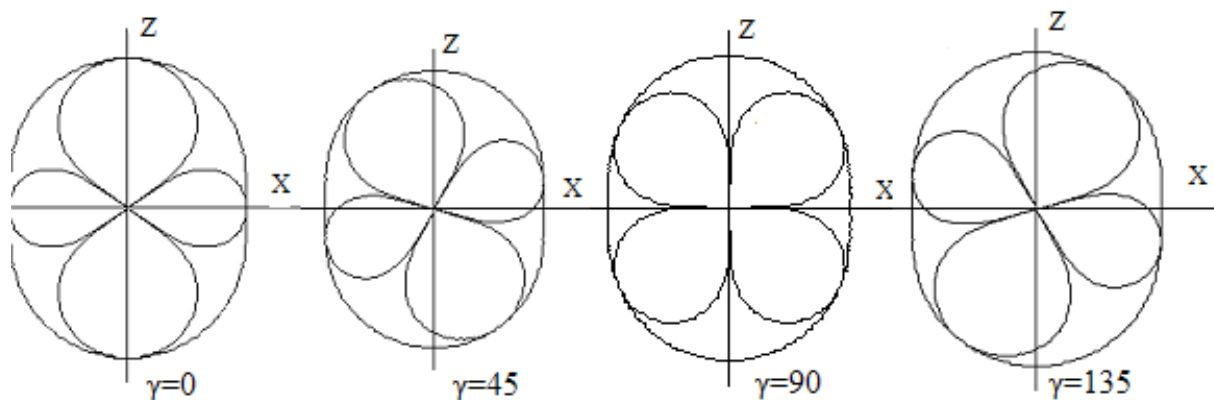


Рис.3. Равносигнальные линии модуля проекций вектора напряженности на направления, образующие угол γ с осью OZ рамки

Как видно, равносигнальные линии проекции вектора напряженности на заданное направление образуют в меридиональной плоскости четырехлепестковые лемнискаты, вписанные в овал равносигнальной линии модуля вектора напряженности.

Уравнение (3) можно представить в виде:

$$H_\gamma = H \cos(\psi - \gamma) = H(\cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma). \quad (4)$$

Уравнение (2) приводится к виду:

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{3xz}{2z^2 - x^2} = \arcsin \frac{3xz}{\sqrt{(2z^2 - x^2)^2 + (3xz)^2}} = \arccos \frac{2z^2 - x^2}{\sqrt{(2z^2 - x^2)^2 + (3xz)^2}},$$

поэтому уравнение (4) после преобразования принимает вид:

$$\dot{I}_\gamma = H \frac{(2z^2 - x^2) \cos \gamma + 3xz \sin \gamma}{\sqrt{(2z^2 - x^2)^2 + (3xz)^2}}. \quad (5)$$

Проекция вектора напряженности на заданное направление равна нулю, если равен нулю числитель (5):

$$2z^2 \cos \gamma + 3xz \sin \gamma - x^2 \cos \gamma = 0.$$

Откуда уравнение линии нулевой проекции вектора напряженности на направление γ :

$$z = \frac{-3 \sin \gamma \pm \sqrt{8 + \sin^2 \gamma}}{4 \cos \gamma} x,$$

или:

$$x = \frac{4 \cos \gamma}{-3 \sin \gamma \pm \sqrt{8 + \sin^2 \gamma}} z.$$

Так как $\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{\delta^2 + z^2}},$

то, учитывая (3), уравнение (5) можно записать:

$$\dot{I}_\gamma = \dot{I} \frac{\sqrt{4z^2 + x^2}}{(z^2 + x^2)^2} \cdot \frac{(2z^2 - x^2) \cos \gamma + 3xz \sin \gamma}{\sqrt{(2z^2 - x^2)^2 + (3xz)^2}}, \quad (6)$$

что позволяет определять величину и знак проекции вектора напряженности на направление γ в произвольной точке с координатами (x, z) .

Для определения формы магнитных силовых линий в меридиональной плоскости следует учесть, что:

$$\operatorname{tg} \psi = dx/dz, (7)$$

а также, что:

$$\psi = \theta + \operatorname{arctg}(0,5\operatorname{tg}\theta) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\operatorname{tg}\theta + 0,5\operatorname{tg}\theta}{1 - 0,5\operatorname{tg}^2\theta} = \operatorname{arg} \operatorname{tg} \frac{3\operatorname{tg}\theta}{2 - \operatorname{tg}^2\theta}. \quad (8)$$

Так как $x = r \sin\theta$ и $z = r \cos\theta$, то уравнение (7) приводится к виду:

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{3xz}{2z^2 - x^2}.$$

Подставив это значение в (8), получим уравнение магнитных силовых линий в дифференциальной форме:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{3xz}{2z^2 - x^2}.$$

Его решение записывается в виде:

$$x^2 c = \sqrt{(x^2 + z^2)^3}, \quad (9)$$

где постоянная интегрирования «с» определяется известными координатами точки, через которую проходит данная силовая линия. Так, если $z = 0$, то $c = x$, т.е. постоянная интегрирования «с» численно равна расстоянию между центром рамки и точкой пересечения плоскости рамки силовой линией.

Выражение (9) после преобразования принимает вид:

$$z = \sqrt{(x^2 c)^{2/3} - x^2}$$

В таблице 3 приведены координаты точек силовой линии при $c = 100\%$.

Таблица 3

Относительные координаты точек магнитных силовых линий

x, %	0,0	5	10	20	40	50	54,4	60	65	75	85	95	100
z, %	0,0	13	19	28	37	38	38,49	38	37	35	29	17	0,0

Данные таблицы показывают, что силовые линии овальной формы. Приняв большую ось овала за 100%, малая ось составит $38,49 \cdot 2 \approx 77\%$ и расположена на расстоянии 54,4% от оси OZ рамки.

Вектор напряженности в любой точке направлен по касательной к магнитной силовой линии, проходящей через эту точку. Поэтому в точке максимального удаления силовой линии от плоскости рамки вектор напряженности параллелен плоскости рамки, а в плоскости рамки – перпендикулярен к ней.

Список литературы

1. А.Ф. Котюк. Анализ схем аэроразведки методом индукции. Из-во СО АН СССР – 1961. 113с.