

ПАРАДИГМЫ СОВРЕМЕННОЙ НАУКИ

Кильдибаева Светлана Рустамовна

К ТЕОРИИ МИГРАЦИИ УГЛЕВОДОРОДОВ И ИХ НАКОПЛЕНИЯ В КУПОЛЕ-СЕПАРАТОРЕ

Ключевые слова: купол-сепаратор, Мексиканский залив, разлив нефти, устранение разлива.

В работе рассматривается математическая модель купола-сепаратора, который используется для сбора нефтепродуктов при разливе в шельфе. Определены этапы установки купола, характерная высота, выше которой пузырьки газа начинают покрываться гидратной коркой. Определено время начала каждого этапа, толщины слоев, границы раздела слоев и температура каждого слоя.

Keywords: dome-separator, Gulf of Mexico, oil spill, removal of the spill.

The paper considers a mathematical model of a dome-separator, which is used for collecting oil spill in the shelf. Identify the steps in the installation of the dome, typical height, above which the gas bubbles begin to cover hydrated crust. Determined the start time of each stage, the thickness of the layers, the layer boundary and the temperature of each layer.

Введение

Процесс разработки газовых и нефтяных месторождений в шельфе океанов связан с непрерывным увеличением объемов потребляемых энергоресурсов, а также с огромными запасами океанических залежей нефти и газа. Разработка нефтяных и газовых месторождений в шельфе сопровождается техногенными авариями, вызванными повреждением скважин, что приводит к выбросу в океан нефти и газа.

Исследователями предлагается множество способов устранения последствий утечки углеводородов из скважины, например, при аварии в Мексиканском заливе в 2010 г. было предложено залить скважину бетоном или пробурить

сопутствующие скважины. Также была попытка установки купола непосредственно над местом утечки с целью накопления внутри него нефти и газа и их дальнейшей выкачки, но из-за накопления внутри купола гидратов эта конструкция приобрела положительную плавучесть и ее не смогли зафиксировать непосредственно над местом аварии. Несмотря на это, технология устранения аварии под водой, основанная на использовании конструкции купола, остается привлекательной для инженеров и исследователей.

В данной работе представлена математическая модель процесса установки и работы купола – сепаратора, который опускается с поверхности океана над местом утечки углеводородов из скважины. При достижении дна океана купол устанавливается непосредственно над местом утечки так, что вытекающие нефть и газ скапливаются внутри купола, а затем откачиваются через трубы в танкер, который находится на поверхности океана.

Постановка задачи и основные уравнения

Постановка задачи. Все расчеты в данной статье проводятся для параметров среды, характерной для аварии в апреле 2010 г. в Мексиканском заливе. Известно, что из-за аварии на платформе, в океане произошел разрыв труб и из устья скважины в океан поступала смесь нефти и газа. Глубина, где произошла утечка нефти и газа, составляла 1500 м, температура окружающей воды $T_w=4^{\circ}\text{C}$, давление $P=150 \cdot 10^5$ Па, объемный расход газа (метана) составлял $=0.3 \text{ м}^3/\text{s}$, объемный расход нефти $=0.8 \text{ м}^3/\text{s}$, температура, с которой нефть и газ вытекали из скважины, составляла $T_o=80^{\circ}\text{C}$. Купол-сепаратор состоит из двух частей: нижняя часть – цилиндр, верхняя часть – усеченный конус, он оснащен трубками для откачки нефтепродуктов (рис. 1) и устройствами, которые обеспечивают его установку на дно и его маневренность. При математическом моделировании эти устройства учитываться не будут. Материал купола-сепаратора – полиуретан. Считаем, что нефть и газ естественным образом сепарируются внутри купола.

Процесс установки купола-сепаратора происходит следующим образом. На поверхности океана купол заполняют раствором этилового спирта (далее с ин-

дексом $a=alcohol$) с температурой $T_a=60^{\circ}\text{C}$. Жидкость, которой наполняют купол, выбирают такую, чтобы выполнялось условие $\rho_o < \rho_a < \rho_h$, где ρ_o , ρ_a , ρ_h – плотности нефти, спирта и гидрата. Купол с некоторой постоянной скоростью опускают на дно (см. рис. 2, а), при этом полагается, что он герметичен. На расстоянии h_1^* от дна океана происходит открытие нижнего основания купола, после чего нефть начинает накапливаться внутри купола, вытесняя при этом спирт. Известно, что этиловый спирт хорошо растворяется в воде, для поддержания соответствующей концентрации в конструкции купола можно предусмотреть соответствующее устройство для подачи этилового спирта.

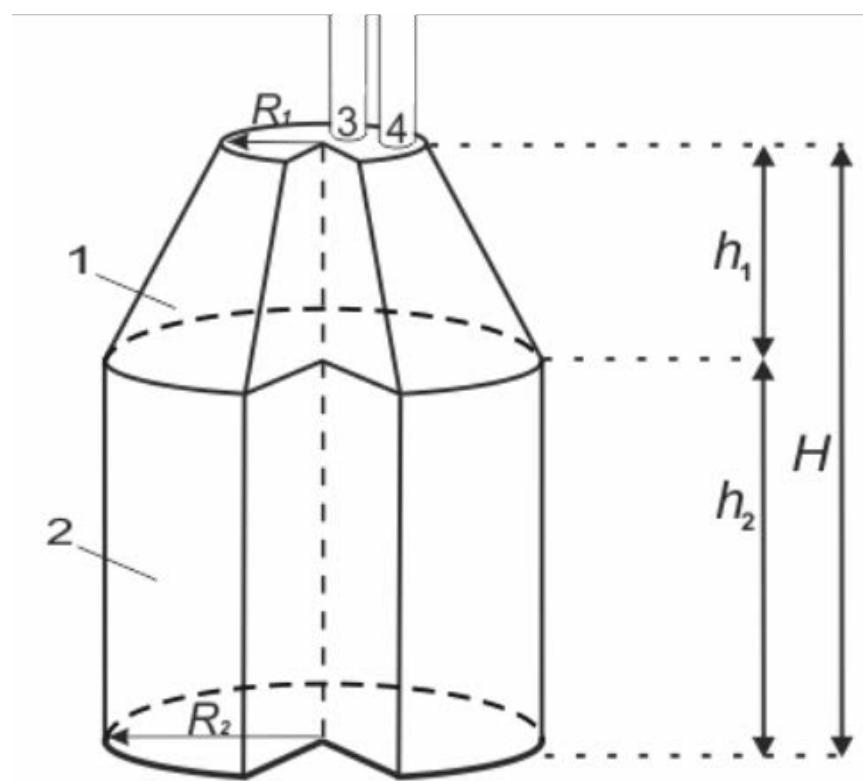


Рис. 1. Схема купола. 1: коническая часть купола, 2: цилиндрическая часть купола, 3: трубка для откачки газа, 4: трубка для откачки нефти, $R_1=4$ м – радиус верхнего основания, $R_2=12$ м – радиус нижнего основания, $h_1=3$ м – высота верхней части купола, $h_2=9$ м – высота цилиндрической части купола, H – общая высота купола

Будем полагать, что весь объем нефти, вытекающей из скважины, «попадает» в купол, т.е. радиус струи при $z=h_1^*$ меньше или равен радиусу R_2 , кроме

того, полагается, что границу «вода-спирт» капли нефти проходят беспрепятственно. Также будем полагать, что распределение температуры в струе может быть таким, что выше некоторой высоты h_2^* (см. рис. 2, б), пузырьки газа будут превращаться в частицы гидрата. Изменение температуры в струе рассматривается в работе [1]. Плотность частиц гидрата больше плотности спирта, вследствие чего в случае, когда нижнее основание купола выше h_2^* , в купол из струи через спирт будут проникать только капли нефти, а пузырьки газа, покрываясь гидратной коркой, будут омывать нижнее основание купола вместе с «вовлечённой» в струю водой. Когда нижнее основание купола опустится ниже высоты h_2^* , внутри купола начинает накапливаться газ, рис. 2, с). Далее купол-сепаратор опускается до поверхности дна, к нему подсоединяются трубы для откачки нефти и газа и он начинает функционировать. Требуется определить координаты границ нефти и газа, толщины и среднюю температуру слоев газа, нефти и спирта: накопленных и сепарированных внутри купола.

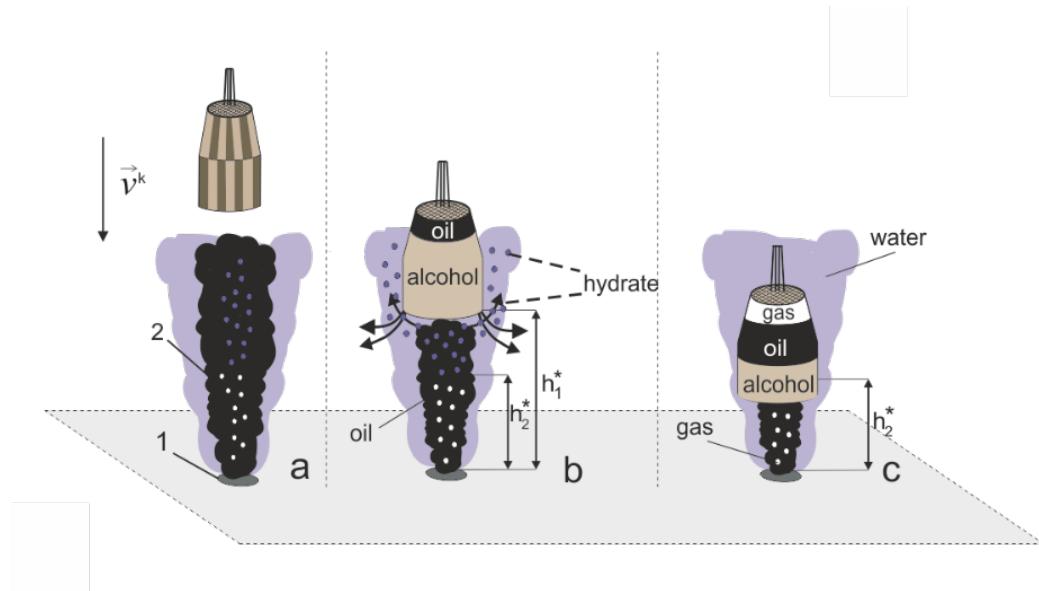


Рис. 2. Процесс установки купола-сепаратора: 1 – устье скважины, 2 – струя углеводородов с водой, v_k – скорость опускания купола, h_1^* – высота, на которой открывается нижнее основание купола, h_2^* – характерная высота, выше которой газовые пузырьки покрываются гидратной коркой, светлыми кружочками обозначим пузырьки газа, темными – частицы гидрата, черным цветом обозначим капли нефти

Динамика движения капель нефти через слой спирта. На первом этапе полагаем, что купол, заполненный спиртом на поверхности океана, спускается на дно и фиксируется так, что его нижнее основание находится на расстоянии $h_1^*=10$ м от дна. Струя нефти, газа и воды «вовлекаемая» в струю омывает нижнее основание купола, при этом вся нефть в виде капель проникает в купол, заполненный спиртом, а пузырьки газа превращаются в гидратные частицы и не проходят в спирт, при этом вместе с потоком воды, «вовлекаемой» струей, омывают нижнее основание купола.

Запишем уравнения сохранения масс для нефти и спирта в куполе. Будем полагать, что нефть, вытекающая из скважины, полностью накапливается в куполе, а спирт «вытесняется» нефтью:

$$\frac{dM_o}{dt} = m_o^+, \quad \frac{dM_a}{dt} = -m_{out}, \quad m_{out} = V_0^o \cdot \rho_a,$$

где

$m_o^+ = V_0^o \rho_o$ – массовый расход нефти, m_{out} – массовый расход «вытесняемого» спирта.

Скорость всплытия капли нефти определяем из уравнения импульсов в близинерционном приближении:

$$\left(\frac{4}{3} \pi a_o^3 \rho_a - m_o^{\text{dr}} \right) g - f = 0, \quad (2)$$

где

$m_o^{\text{dr}} = \frac{4}{3} \pi a_o^3 \rho_o$ - масса капли нефти, g - ускорение свободного падения,

$f = \xi \pi a_o^2 \rho_a w_{oa}^2 / 2$ - сила гидродинамического сопротивления.

Скорость капель нефти запишем в виде:

$$\mathbf{W}_0 = \mathbf{W}_{0a} + \mathbf{W}_a$$

где \mathbf{W}_0 – скорость капель нефти, \mathbf{W}_a – скорость купола, \mathbf{W}_{0a} – относительная скорость капель нефти в куполе. При условии, что купол зафиксирован и непо-

движен имеем: $W_0 = W_{0a}$. Для определения коэффициента гидравлического сопротивления ξ и числа Рейнольдса Re_{dr} используем следующие выражения [3]:

$$\xi = \frac{12}{Re_{dr}} \left(1 + 0,0811 (Re_{dr})^{0.879} \right), \quad Re_{dr} = \frac{2a_o \rho_a w_{oa}}{\mu_a}, \quad (3)$$

При следующих параметрах системы: $\rho_o = 650 \text{ кг}/\text{м}^3$, $\rho_a = 790 \text{ кг}/\text{м}^3$, $g = 9.8 \text{ м}/\text{с}^2$, $a_o = 5 \times 10^{-3} \text{ м}$, $\mu_o = 0.7 \times 10^{-3} \text{ Н с}/\text{м}^2$, скорость всплытия капель нефти составляет $w_{oa} = 0.23 \text{ м}/\text{с}$.

Уравнение сохранения энергии для капли нефти, которая попадает в купол из струи, имеет вид:

$$\frac{dQ_o^{dr}}{dt} = \alpha \cdot S^{dr} (T_a - T_o^{dr}), \quad Q_o^{dr} = m_o^{dr} c_o T_o^{dr}, \quad (4)$$

где $\alpha = \frac{Nu_{dr} \cdot \lambda_a}{2a_o}$, $S^{dr} = 4\pi a_o^2$, $Nu_{dr} = 2 + 0.6 \cdot (Re_{dr})^{0.5} \cdot Pr_{dr}^{0.33}$, $Pr_{dr} = \frac{\nu_a}{\kappa_a}$

Здесь T_o^{dr} – температура капель нефти, Nu_{dr} – число Нуссельта, Pr_{dr} – число Прандтля, S^{dr} – площадь поверхности капли нефти, a_o – радиус капли нефти, κ_a – коэффициент температуропроводности, λ_a – коэффициент теплопроводности и ν_a – кинематическая вязкость спирта. За начальную температуру капли T_o^{dr} примем значения температуры струи соответствующей $z=h_1^*$, т.е. $T_o^{dr} = T_j(h_1^*)$ (jet–струя).

Уравнение сохранения энергии для слоя спирта имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_a}{dt} = & -m_{out} c_a T_a - N_o^a \cdot \alpha_o \cdot S_o^{dr} (T_a - T_o^{dr}) - S_{dw} \cdot q_{dw} - \\ & - \int_{h_1^*}^{h_1^* + H} 2\pi R(z) \sqrt{1 + R(z)^2} \cdot q_s^a dz - \pi R_1^2 \cdot q_s^a, \quad Q_a = M_a c_a T_a, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$N_o^a = \frac{V_0^o \cdot t}{V^{dr}}, \quad q_s^a = \frac{\lambda_p}{\delta} (T_a - T_w), \quad V^{dr} = \frac{4}{3} \pi a_o^3$$

В уравнении (5) N_o^a – количество капель нефти в куполе; q_{aw} – поток тепла от спирта в воду через нижнее основание купола; q_s^a – поток из слоя спирта через боковые стенки и верхнее основание купола; S_{aw} – площадь границы раздела

слоев нефти и спирта; λ_p , δ – коэффициент теплопроводности полиуретана и толщина стенки купола; $R(z)$ – радиус купола для соответствующей координаты z .

Для определения теплового потока q_{aw} используем [4], тогда:

$$q_{aw} = \frac{\lambda_w}{\delta_{aw}} \text{Nu}_{aw} (T_a - T_w)$$

где λ_w – коэффициент теплопроводности воды, $\delta_{aw}=2R_2$, Nu_{aw} – число Нуссельта, определяющееся следующим образом:

$$\text{Nu}_{aw} = \begin{cases} 2 < \bar{h} \leq 6, \text{Nu}_{aw} = 0.935 \frac{\text{Re}_{aw}^{0.5}}{\bar{h}^{0.11}} \left(1 + 0.00197 \bar{h}^{1.75} \text{Re}_{aw}^{0.24}\right) \text{Pr}_{aw}^{0.24} \\ 6 < \bar{h} \leq 16, \text{Nu}_{aw} = 3.06 \frac{\text{Re}_{aw}^{0.5}}{\bar{h}^{0.77}} \left(1 + 0.0157 \bar{h}^{0.66} \text{Re}_{aw}^{0.24}\right) \text{Pr}_{aw}^{0.4} \end{cases}$$

где $\text{Re}_{aw} = \frac{wD}{\nu}$; $\bar{h} = \frac{h}{D}$, h – расстояние от устья скважины до нижнего основания купола, Pr_{aw} – число Прандтля, ν – динамическая вязкость воды.

Накопление слоя нефти. Второй этап связан с достижением капель нефти верхнего основания купола, которые начинают накапливаться в виде слоя нефти у верхнего основания. Решая уравнение (2), с учетом (3) найдем скорость всплытия капли нефти. Определив скорость всплытия капель нефти, определим время начала накопления слоя нефти в куполе $t_1=H/w_o$. Заметим, что первая группа капель поднимается на высоту H (к верхнему основанию купола), а следующие капли, с учетом накопившегося слоя нефти, будут подниматься на высоту $H-h_o$, где h_o – толщина слоя нефти. Уравнение сохранения массы нефти в слое записывается в виде:

$$\frac{dM_o^1}{dt} = \rho_o \cdot V_o^o, M_o^1 = \int_{z_{od}}^{H+h_o^*} \rho_o \pi R^2(z) dz \quad (6)$$

где M_o^1 – масса слоя нефти, z_{od} – координата границы между слоями нефти и спирта.

Из (6) координата раздела слоев нефти и спирта определится следующим образом:

$$\frac{dz_{oa}}{dt} = -\frac{V_0^o}{\pi R^2(z_{oa})},$$

где $R(z_{oa})$ – радиус купола, соответствующего координате z_{oa} .

Запишем уравнение сохранения энергии для слоя нефти, который накапливается у верхнего основания купола

$$\frac{dQ_o}{dt} = m_o c_o T_o^+ + S_{oa} \cdot q_{oa} - \int_{z_{oa}}^{H+h_1^*} 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^{\prime 2}} \cdot q_s^o dz - \pi R_1^2 \cdot q_s^o, \quad Q_o = M_o^1 c_o T_o \quad (7)$$

Здесь T_o^+ – температура «поступающей» нефти, она равна температуре капель нефти на высоте z_{oa} , т.е. $T_o^+ = T_o^{\text{dr}}(z_{oa})$. Тепловой поток q_{oa} определим согласно [5]:

$$q_{oa} = \alpha_{oa} (T_a - T_o) e^{H_{oa}^2 \lambda_o \tau_o} \left(1 - \operatorname{erf}(H_{oa} \sqrt{\lambda_o \tau_o}) \right), \quad (8)$$

здесь λ_o – коэффициент теплопроводности для нефти, $H_{oa} = h_o/2 + h_a/2$ – сумма полутолщин слоев нефти и спирта, τ_o – характерное время, отсчитываемое от начала накопления слоя нефти, $\alpha_{oa} = \lambda_o / H_{oa}$ – коэффициент теплообмена.

В уравнении сохранения энергии для слоя спирта (5) добавляется слагаемое, учитывающее теплообмен между слоями нефти и спирта, тогда это уравнение запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_a}{dt} = & -m_{\text{out}} c_a T_a - N_o^a \cdot \alpha_o \cdot S_o^{\text{dr}} (T_a - T_o^{\text{dr}}) - S_{oa} \cdot q_{oa} - S_{aw} \cdot q_{aw} \\ & - \int_{h_1^*}^{z_{oa}} 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^{\prime 2}} \cdot q_s^a dz, \quad Q_a = M_a c_a T_a \end{aligned} \quad (9)$$

На третьем этапе будем полагать, что купол начинает опускаться с постоянной скоростью v_0 . Будем считать, что этот этап начинается с момента t_2 . Тогда для скорости капли нефти с учетом движения купола можно записать:

$$W_0 = W_{0a} + v_0 \quad (10)$$

Уравнение для нахождения координаты разделов слоев нефти и спирта имеет вид:

$$\frac{dz_{oa}}{dt} = - \left(\frac{V_0^o}{\pi R^2(z_{oa})} + v_0 \right) \quad (11)$$

Уравнение сохранения энергии для слоев нефти и спирта имеют вид (7) и (9).

Динамика движения пузырьков газа через слои спирта и нефти. Четвертый этап заполнения купола связан с достижением нижнего основания купола высоты h_2^* от дна океана, при этой высоте будем полагать, что пузырьки газа не превращаются в гидрат, и проникают внутрь купола. Этап начинается с момента времени t_3 .

Движение купола в этом положении останавливается. Будем полагать, что весь объем газа из струи проникает в купол, который соответственно равен объему газа, вытекающего из скважины.

На данном этапе к уравнениям сохранения масс для нефти и спирта добавится уравнение сохранения масс для газа, а спирт из купола «вытесняется» как нефтью, так и газом:

$$\frac{dM_o}{dt} = m_o^+, \quad \frac{dM_g}{dt} = m_g^+, \quad \frac{dM_a}{dt} = -m_{out}, \quad m_{out} = \rho_a (V_0^o + V_0^g) \quad (12)$$

здесь m_g^+ – массовый расход поступающего в купол газа.

Всплытие пузырька газа происходит сначала в слое спирта, а затем в слое нефти. Скорость всплытия для пузырька газа в слое спирта определяется аналогично скорости всплытия капель нефти (2):

$$\left(\frac{4}{3} \pi a_g^3 \rho_a - m_g^b \right) g - f = 0, \quad (13)$$

где a_g и m_g^b – радиус и масса пузырька газа, $f = \xi \pi a_g^2 \rho_a (w_g^a)^2 / 2$ – сила гидродинамического сопротивления.

Скорость пузырьков газа в слое спирта:

$$W_g^a = W_{ga} + W_a$$

где W_{ga} – скорость пузырьков газа, W_a – скорость спирта. При условии, что купол зафиксирован и неподвижен $W_g^a = W_{ga}$. Для определения коэффициента гидравлического сопротивления ξ и числа Рейнольдса Re_{ga} для пузырька газа используем следующие выражения:

$$\xi = \frac{12}{Re_{ga}} \left(1 + 0,0811 \left(Re_{ga} \right)^{0.879} \right), \quad Re_{ga} = \frac{2a_g \rho_a w_g^a}{\mu_a}, \quad (14)$$

Решая уравнение (16), с учетом (17) найдем скорость всплытия пузырька газа.

При параметрах системы: $\rho_g = 193 \text{ кг/м}^3$, $a_g = 5 \times 10^{-3} \text{ м}$, скорость всплытия пузырьков газа в слое спирта составляет $w_g^a = 0.38 \text{ м/с}$.

Запишем уравнение сохранения энергии для пузырька газа, попадающего в купол из струи, движущегося в слое спирта:

$$\frac{dQ_g^a}{dt} = \alpha_g^a S_g^b (T_a - T_g^a), \quad Q_g^a = c_g m_g^b T_g^a, \quad (15)$$

где

$$\alpha_g^a = \frac{Nu_g^a \lambda_a}{2a_g}, \quad S_g^b = 4\pi a_g^2, \quad Nu_g^a = 2 + 0.6 \left(Re_g^a \right)^{0.5} \left(Pr_g^a \right)^{0.33}, \quad \left(Pr_g^a \right) = \frac{\nu_a}{\kappa_a}$$

S_g^b – площадь поверхности пузырька газа.

После того, как пузырек газа проходит слой спирта, пузырек попадет в слой нефти, скорость всплытия для пузырька газа в слое нефти определяем аналогично скорости пузырька в слое спирта (9):

$$\left(\frac{4}{3} \pi a_g^3 \rho_o \left(w_g^a \right)^2 / 2 \right) g - f = 0, \quad (16)$$

где $f = \xi \pi a_g^2 \rho_o \left(w_g^a \right)^2 / 2$ – сила гидродинамического сопротивления

Скорость пузырьков газа в слое нефти:

$$W_g^o = W_{go} + W_o$$

где W_{go} – относительная скорость пузырьков газа, W_o – скорость слоя нефти.

При условии, что купол зафиксирован и неподвижен $W_g^o = W_{go}$. Для определения коэффициента гидравлического сопротивления ξ и числа Рейнольдса Re используем следующее выражение:

$$\xi = \frac{12}{Re_{go}} \left(1 + 0,0811 \left(Re_{go} \right)^{0.879} \right), \quad Re_{go} = \frac{2a_g \rho_o w_g^o}{\mu_o},$$

здесь μ_o – динамическая вязкость нефти. Решая уравнение (16) устанавливаем, что скорость всплытия пузырьков газа в слое нефти составляет $w_g^o = 0.23$ м/с.

Запишем уравнение сохранения энергии для пузырька газа, попадающего в купол из струи, движущегося в слое нефти:

$$\frac{dQ_g^o}{dt} = \alpha_g^o S_g^o (T_a - T_g^o), \quad Q_g^o = m_g^o c_g T_g^o, \quad (17)$$

где

$$\alpha_g^o = \frac{Nu_g^o \lambda_o}{2a_g}, \quad Nu_g^o = 2 + 0.6 \left(Re_g^o \right)^{0.5} \left(Pr_g^o \right)^{0.33}, \quad \left(Pr_g^o \right) = \frac{\nu_o}{\kappa_o} .$$

Здесь λ_o – коэффициент теплопроводности нефти, ν_o кинематическая вязкость нефти, κ_o – коэффициент температуропроводности нефти.

К уравнению сохранения энергии для слоя спирта (9) добавится слагаемое, характеризующее тепло, «затрачиваемое» на нагрев пузырьков газа:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_a}{dt} &= -m_{out} c_a T_a - N_g^a \cdot \alpha_g^o \cdot S_g^{dr} (T_a - T_g^a) - N_o^a \cdot \alpha_g \cdot S_o^{dr} (T_a - T_o^{dr}) - q_{aw} \cdot S_{aw} \\ &\quad - \int_{h_2^*}^{z_{od}} 2\pi R(z) \sqrt{1 + R(z)^2} q_s^a dz, \quad Q_a = M_a c_a T_a \end{aligned} \quad (18)$$

Количество пузырьков газа, находящихся в слое спирта N_g^a , определяется как отношение объема газа в слое спирта V_g^a к объему пузырька газа V^b : $N_g^a = \frac{V_g^a}{V^b}$

Представляя V_g^a через объемный расход поступающего в купол газа, получим:

$$N_g^a = \frac{V_0^g \cdot h_a}{V^b w_g^a} \quad (19)$$

В уравнении для слоя нефти добавится слагаемое, характеризующее тепло, поступающее от пузырьков газа:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_o}{dt} &= m_o c_o T_o + N_g^o \alpha_g^o S_g^b (T_o - T_g^o) + S_{oa} q_{oa} - \int_{z_{oa}}^{H+h_2^*} 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^2} q_s^o dz, \\ Q_o &= M_o c_o T_o \end{aligned} \quad (20)$$

Количество пузырьков газа, находящихся в слое нефти, определяем аналогично (24):

$$N_g^o = \frac{V_0^g \cdot h_o}{V^b w_g^o}.$$

Общее время всплытия пузырька газа по куполу высотой H составляет $t^b = 12$ с.

Накопление слоя газа. На пятом этапе рассматривается процесс накопления слоя газа, который увеличивается за счет вновь прибывающих пузырьков газа. Пятый этап начинается с момента t_4 , когда купол неподвижен и его нижнее основание находится на расстоянии h_2^* от дна океана. Этап начинается с момента достижения первой группы пузырьков газа верхнего основания купола. Отметим, что пузырьки газа при поднятии на высоту H сначала движутся в слое спирта высотой h_d , далее поднимаются по слою нефти высотой h_o . Следующие пузырьки газа, с учетом накопившегося слоя будут подниматься на высоту $H-h_g$, где h_g – толщина слоя газа. Уравнение сохранения массы газа в слое запишется в виде:

$$\frac{dM_g^1}{dt} = \rho_g V_0^g, \quad M_g^1 = \int_{z_{go}}^{H+h_2^*} \rho_g \pi R^2(z) dz \quad (21)$$

где z_{go} – координата границы между слоями газа и нефти, которая определяется следующим образом: $\frac{dz_{go}}{dt} = -\frac{V_0^g}{\pi R^2(z_{go})}$.

Уравнение для слоя спирта запишется в следующем виде:

$$\frac{dQ_a}{dt} = -m_{out} c_a T_a - N_g^a \cdot \alpha_g \cdot S_g^a (T_a - T_g^a) - N_o^a \cdot \alpha_o \cdot S_o^{dr} (T_a - T_o^{dr}) - S_{aw} \cdot q_{aw} \quad (22)$$

$$- \int_{h_2^*}^{z_{oa}} 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^{1/2}} \cdot q_s^a dz, \quad Q_a = M_a c_a T_a$$

К уравнению сохранения энергии для слоя нефти добавится слагаемое, характеризующее тепло от слоя газа к слою нефти:

$$\frac{dQ_o}{dt} = m_o c_o T_o^+ + N_g^o \cdot \alpha_g \cdot S_g^b (T_o - T_g^o) + S_{oa} \cdot q_{oa} + S_{go} \cdot q_{go} \quad (23)$$

$$- \int_{z_{od}}^{z_{go}} 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^{1/2}} \cdot q_s^o dz, \quad Q_o = M_o^1 c_o T_o$$

где q_{go} – тепловой поток от слоя газа к слою нефти, S_{go} – площадь, соответствующая координате раздела слоев «газ-нефть».

Уравнение сохранения энергии для слоя газа примет вид:

$$\frac{dQ_g}{dt} = m_g c_g T_g^+ - S_{go} q_{go} - \int_{z_{go}}^{H+h_2^*} 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^{1/2}} \cdot q_s^g dz - \pi R_l^2 \cdot q_s^g, \quad Q_g = M_g^1 c_g T_g \quad (24)$$

здесь первое слагаемое в правой части соответствует потоку тепла, «поступающему» с нефтью через слой спирта, где T_g^+ – температура «поступающего» газа, она равна температуре пузырьков газа на высоте z_{go} , т.е. $T_g^+ = T_g^o(z_{go})$, второе слагаемое соответствует потоку тепла в слой нефти, третье и четвертое слагаемые – поток тепла от слоя газа через боковые поверхности и верхнее основание купола.

Тепловой поток q_{go} определим аналогично q_{oa} и в расчетах используем выражение:

$$q_{go} = \alpha_{go} (T_o - T_g) e^{H_{go}^2 \lambda_g \tau_g} \left(1 - erf(H_{go} \sqrt{\lambda_g \tau_g}) \right),$$

На шестом этапе рассматривается движение купола вниз до того момента, когда нижнее основание купола достигнет поверхности дна океана. Процесс начинает протекать с момента t_5 , для скоростей капель нефти W_o^a и пузырьков газа W_g^i можем записать:

$$W_o^a = W_{oa} + v_1, \quad W_g^i = W_{gi} + v_1 \quad (25)$$

здесь индекс $i=o, a$ относится к нефти или спирту в зависимости от нахождения пузырька в слое нефти или спирта, таким образом, скорость для пузырька газа W_g^i записана с учетом, что пузырек сначала движется в слое спирта, затем в слое нефти, v_1 – скорость опускания купола, скорость пузырьков газа.

Координату раздела слоев газа и нефти z_{go} и слоев нефти и спирта z_{oa} найдем с учетом объемных расходов газа и нефти:

$$\frac{dz_{go}}{dt} = -\left(\frac{V_0^g}{\pi R^2(z_{go})} + v_1\right), \quad \frac{dz_{oa}}{dt} = -\left(\frac{V_0^o}{\pi R^2(z_{oa})} + v_1\right). \quad (26)$$

Уравнения для слоев газа, нефти и спирта (22)–(24) остаются неизменными, как на предыдущем этапе.

Завершающий этап установки. Седьмой этап – завершающий, начинается с момента t_6 . На данном этапе полагаем, что купол закреплен на дне океана, к нему подключены трубы для откачки нефти и газа. Массовые расходы откачиваемых нефти и газа положим равными вновь поступающим из скважины, «вытеснение» спирта не происходит. Таким образом, толщины слоев спирта, нефти и газа остаются неизменными.

Уравнения сохранения масс примут вид:

$$\frac{dM_o}{dt} = m_o^+ - m_o^-, \quad \frac{dM_g}{dt} = m_g^+ - m_g^-, \quad \frac{dM_a}{dt} = 0, \quad (27)$$

здесь нижние индексы соответствуют газу (g) и нефти (o), m_o^- – массовый расход «откачиваемой» из купола нефти, m_g^- – массовый расход «откачиваемого» из купола газа.

Уравнения для слоев спирта, нефти и газа примут вид:

$$\frac{dQ_a}{dt} = -N_g^a \cdot \alpha_o \cdot S_g^b (T_a - T_g^a) - N_o^a \cdot \alpha_g \cdot S_o^{dr} (T_a - T_o^{dr}) - S_{oa} \cdot q_{oa} - S_{ag} \cdot q_{ag} - \int_0^{z_{oa}} 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^{\prime 2}} \cdot q_s^a dz, \quad Q_a = M_a c_a T_a \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ_o}{dt} = & m_o^+ c_o T_o^+ - m_o^- c_o T_o + N_g^o \cdot \alpha_g \cdot S_g^o (T_o - T_g^o) + S_{oa} \cdot q_{oa} + \\ & + S_{go} \cdot q_{go} - \int_{z_{oa}}^{z_{go}} 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^{\prime 2}} \cdot q_s^o dz, \quad Q_o = M_o c_o T_o \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ_g}{dt} = & m_g^+ c_g (T_g^+ - T_g) - S_{go} \cdot q_{go} - \int_{z_{go}}^H 2\pi R(z) \sqrt{1+R(z)^{\prime 2}} \cdot q_s^g dz - \pi R_l^2 \cdot q_s^g, \\ Q_g = & M_g c_g T_g \end{aligned} \quad (30)$$

здесь в уравнении для слоя спирта (30) добавляется слагаемое учитывающее теплообмен между слоем спирта с грунтом. К уравнениям для слоя нефти (29) и газа (28) добавляется слагаемое, которое учитывает «уход» тепла из-за откачки.

Тепловой поток q_{dg} из слоя спирта в грунт определяется следующим образом:

$$q_{ag} = \frac{\lambda_{ag}}{\delta_{ag}} \text{Nu}_{ag} (T_a - T_{gr})$$

Результаты

Зависимости толщин слоев и координат раздела слоев для всего процесса установки приведены на рис. 3–4.

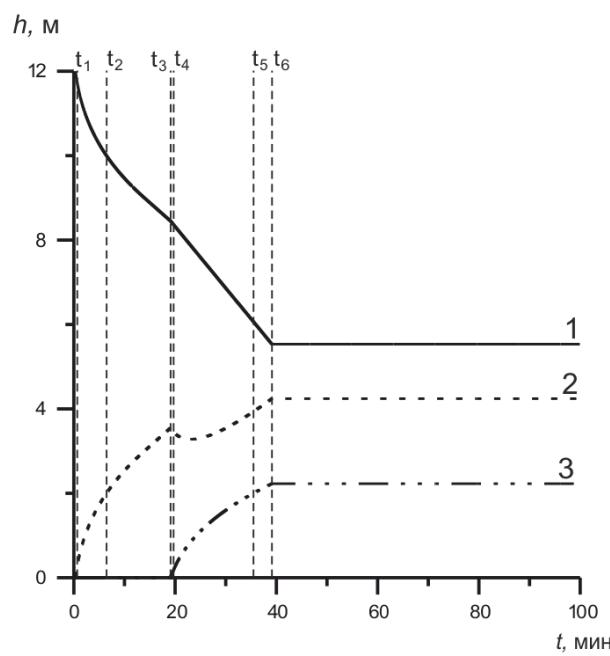


Рис. 3. Зависимость толщины слоя спирта (1), нефти (2) и газа (3) от времени для всего процесса установки

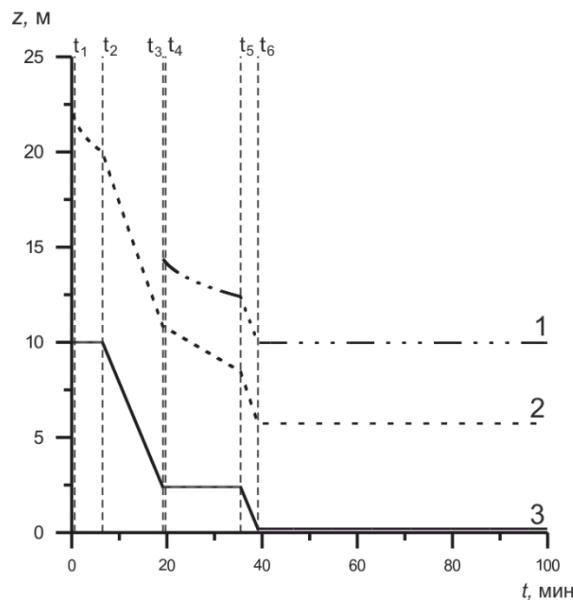


Рис. 4. Зависимость координаты раздела слоев газа и нефти (1), нефти и спирта (2), спирта и воды (3) от времени для всего процесса посадки купола

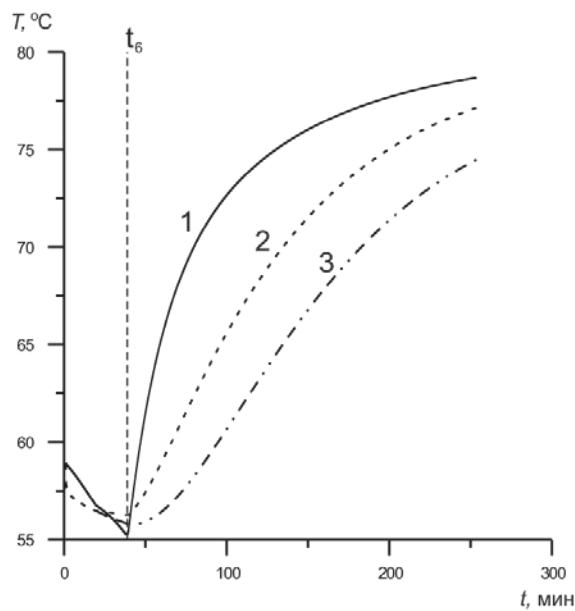


Рис. 5. Зависимость температуры слоя спирта, нефти и газа от времени для всего процесса установки, 1: спирт, 2: нефть, 3:газ.

На этапе 2, который начинается с момента достижения капель нефти верхней кромки купола $t_1=0.31$ мин, купол зафиксирован на высоте $h_1^*=10$ м. Этап продолжается до тех пор, пока не накоплена толщина слоя нефти $h_0=2$ м. Рост толщины слоя нефти обусловлен прибывающим объемом нефти в купол, убывание слоя спирта в куполе обусловлено замещением спирта поступающей нефтью. Граница раздела слоев нефти и спирта z_{oa} убывает за счет увеличения толщины слоя нефти, граница раздела слоев спирта и воды z_{aw} неизменна, вследствие того, что купол зафиксирован и неподвижен.

Этап 3 начинается с момента времени $t_2=6.48$ мин. Купол опускается с постоянной скоростью $v_0=0.01$ м/с. Толщины слоев нефти и спирта изменяются аналогично предыдущему этапу. Границы раздела слоев z_{oa} и z_{aw} убывают: z_{oa} за счет увеличения толщины слоя нефти и движения купола вниз, z_{aw} только за счет движения купола вниз.

Этап 4 начинается с момента $t_3=19.15$ мин – времени начала поступления пузырьков газа в купол.

Этап 5 начинается с момента времени $t_4=19.35$ мин и связан с накоплением слоя газа. Этап продолжается до тех пор, пока не накоплена толщина слоя газа $h_g=2$ м. На данном этапе купол зафиксирован и не опускается, т.е. $w_a=0$. Толщина нефти на данном этапе начинает убывать, что связано с тем, что радиус купола увеличивается быстрее, за счет поступления не только нефти, но и газа. Таким образом, происходит не только увеличение объема нефти, но и её смещение, вследствие чего толщина слоя нефти убывает.

Этап 6 начинается с момента времени $t_5=35.45$ мин. На данном этапе купол опускается до дна с постоянной скоростью $v_1=0.01$ м/с, после чего фиксируется. Границы раздела слоев газа, нефти и спирта убывают, что связано с посадкой купола. Толщины слоев газа и нефти увеличиваются, спирта – убывает, что связано с вымещением спирта как нефтью, так и газом.

Последний, завершающий этап установки 7, начинается с момента времени $t_6=39.13$ мин. На этом этапе к куполу подключаются две трубы для откачки нефти и газа, рассматривается его стационарная работа. Толщины слоев спирта, нефти и газа, границы раздела слоев газа, нефти и спирта неизменны – массовые расходы приходящей и откачиваемой нефти и газа равны.

Зависимость температур слоев спирта, нефти и газа от времени представлена на рис. 5. Температуры слоев спирта, нефти и газа на этапах 1-6 различаются на 2°C . На последнем этапе видно, что с течением времени температуры слоев стремятся к температурам вытекающих из скважины нефти и газа. Температура спирта лежит выше температур нефти и газа, что связано с тем, что пузырьки газа и капли нефти, вытекающие из скважины, сначала попадают в слой дизеля, где отдают все свое тепло на его прогрев.

Заключение

Разработана математическая модель работы купола-сепаратора и описана его работа на каждом из этапов установки. Исследовано поведение струи углеводородов, определены изменение радиуса и температура струи по вертикальной координате. Получены зависимости температур для слоев газа, нефти и спирта

от времени. Также получены графики зависимости толщин каждого слоя и координаты раздела слоев «газ-нефть», «нефть-спирт» и «спирт-вода».

Работа выполнена при поддержке гранта СФ БГУ, договор № В14-6.

Список литературы

1. Гималтдинов И.К., Кильдибаева С.Р., Ахмадеева Р.З. Расчет теплофизических и кинетических параметров затопленной струи // Фундаментальные исследования. № 11 (часть 7) 2013, стр. 1323-1327.
2. Lee J.H.W. and Chu V.H. Turbulent jets and plumes – a Lagrangian approach. Kluwer, 2003.
3. Кутепов А.М., Полянин А.Д., Запрянов З.Д., Вязьмин А.В., Казенин Д.А. Химическая гидродинамика: Справочное пособие. М.: Квантум, 1996.
4. Юдаев Б.Н. Теплопередача. Учебник для втузов. М.: Высш. школа, 1973.
5. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. школа, 1966.
6. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. М.: ЭкоЛит, 2011.

Кильдибаева Светлана Рустамовна – аспирант, Стерлитамакский филиал «Башкирского государственного университета», Россия, Стерлитамак.
