

## ИНФОРМАТИКА

*Автор:*

**Казаковцев Владимир Львович**

ученик 9 «Б» класса

МАОУ Лицей №9 «Лидер»

г. Красноярск, Красноярский край

*Научный руководитель:*

**Казаковцев Лев Александрович**

канд. техн. наук, доцент

Сибирский государственный аэрокосмический университет

им. ак. М.Ф. Решетнева

г. Красноярск, Красноярский край

### **О МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ БОЛЬШИХ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ**

*Аннотация:* в настоящей работе рассмотрены алгоритмы, основанные на принципах бионики, применяемые для решения сложных задач, а также проведены эксперименты для сравнения производительности этих алгоритмов.

*Ключевые слова:* бионика, метод, генетический алгоритм, вероятность, «задача о рюкзаке».

Бионика – это наука о применении в технических устройствах и системах принципов организации, свойств, функций и структур живой природы. Различают биологическую бионику (изучает процессы, происходящие в биологических системах), теоретическую бионику (строит математические модели этих процессов) и техническую бионику, применяющую модели теоретической бионики для решения инженерных задач. Мы рассмотрим теоретическую и техническую бионику подробнее, а именно попробуем с помощью этих самых математических моделей решить так называемую «задачу о рюкзаке». В этой задаче нужно набить рюкзак объектами разной цены и веса так, чтобы цена рюкзака была как можно выше, а вес не превышал заданного максимума.

*1. Обзор «бионических» методов.* В данном разделе описаны основные алгоритмы, применимые к задаче о рюкзаке.

*1.1. Случайный поиск.* Условные «вещи» кладутся в наш условный «рюкзак» со случайной для каждой итерации вероятностью, а потом выбирается лучший «рюкзак». Метод хорош тем, что может предложить много различных вариантов, но если установить минимум желаемой цены, то результат будет выдан через непредсказуемый промежуток времени, т. к. вещи кладутся в «рюкзак» случайнym образом. Метод основан на идеях Л.А. Растрогина [4].

*1.2. Генетический алгоритм.* Данный алгоритм используется для решения задач оптимизации и моделирования путём случайного подбора, комбинирования и вариации искомых параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию. Является разновидностью эволюционных вычислений, с помощью которых решаются оптимизационные задачи с использованием методов естественной эволюции[2,6]. Схема алгоритма приведена на рис. 1 (б).

В классическом ГА: а) Начальная «популяция» формируется случайно; б) Размер «популяции» не изменяется в течение работы всего алгоритма; в) Каждая «особь» генерируется как случайная  $L$  - битная строка (закодированная особь), где  $L$  – длина строки (количество битов в строке); г) Длина кодировки (длина  $L$  – битной строки) всех «особей» одинакова[5,3]. Отличительной особенностью генетического алгоритма является акцент на использование оператора «скрещивания», роль которой аналогична роли скрещивания в живой природе.

Существуют вариации ГА, свободные от ограничения длины  $L$ -битной строки. В нашем случае битами определяется выбор или не выбор «вещи», а «родителями» варианты наполнения рюкзаки. Преимущество этого метода в том, что с его помощью можно найти очень много подходящих решений.

*1.3. Метод изменяющихся вероятностей.* Схема данного алгоритма приведена на рис. 1 (а).

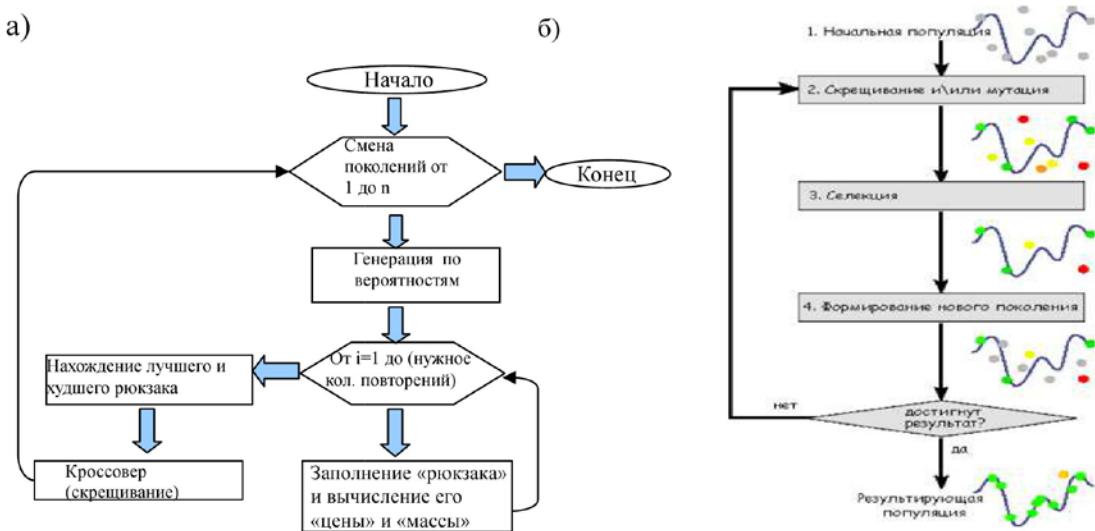


Рис 1. Схема алгоритма изменяющихся вероятностей (а) и классического ГА (б)

Эта разновидность генетических алгоритмов была введена А.Н. Антамошкиным ещё до появления самого понятия генетический алгоритм [1, 6]. В отличие от классического ГА, «родителями» являются только 2 «особи», когда в других разновидностях ГА «родителями» являются большинство «особей», которые более-менее «приспособлены». На каждой итерации предыдущее поколение полностью заменяется новым.

*2. Методы, применённые к задаче о рюкзаке.* В этой главе представлены описание проведенных экспериментов и результаты.

*2.1. Гипотеза.* Исследовав несколько разделов теоретической бионики, можно сделать несколько предположений о достоинствах и недостатках генетических алгоритмов. Можно предположить, что генетические алгоритмы дают множество разнообразных решений, ведь биологическая эволюция нужна именно для поддержания разнообразия, и некоторые решения с большой вероятностью будут хорошиими. Но существуют и особи, неспособные существовать в определённых условиях, аналогично и в ГА «популяция» улучшается за счет отбора.

*2.2. Постановка задачи.* Главной задачей являлось сравнение алгоритмов решения сложных задач на примере «Задачи о рюкзаке». Для осуществления эксперимента были написаны компьютерные программы для каждого алгоритма.

Был проведен сравнительный анализ алгоритмов путем сравнения значений максимальных, минимальных и средних цен и масс получившихся «рюкзаков». Общие результаты эксперимента представлены в таблице 1.

*Дано:* массив цен –  $p$ , массив весов –  $m$ ,  $n$  – число элементов массива (номеров вещей), максимальный допустимый вес –  $v_{max}$

*2.3. Метод случайного поиска.* Принцип работы программы, осуществляющей этот алгоритм, достаточно прост, если сравнивать его с остальными программами, применёнными в этой работе.

Алгоритм работает по такому принципу:

1. Случайным образом заполнить массив  $z$  нулями и единицами, где единица означает, что объект выбран, а ноль – что не выбран, присвоить  $c_{max}=0$ .

2. Подсчитать общий вес и стоимость рюкзака, записать в переменные  $v_i$  и  $c_i$ .

$$v_i = \sum_{j=1}^n m_j z_j \quad (1)$$

$$c_i = \sum_{j=1}^n p_j z_j \quad (2)$$

3. Если  $v$  не превышает по весу  $v_{max}$ , а  $c > c_{max}$  всех предыдущих, то записать состав рюкзака и его стоимость как лучшие в переменные  $bestr$ ,  $c_{max} = c$ .

4. После повторения №1-3 заданное пользователем к-во раз, вывести значения массы и веса лучшего рюкзака.

*2.4. Метод изменяющихся вероятностей.*

Принцип работы программы:

1. Задать изначальную вероятность для каждого элемента, записать ее в массив  $A_p$  (в нашем случае 33%),  $c_{best}=0$ ,  $v_{best}=0$ ,  $o_{best}=0$ .

2. Перезаполнить массивы рюкзаков (в нашем случае их 10) в соответствии с текущей вероятностью в массивы  $z_i$ .

3. Посчитать массу и цену каждого рюкзака согласно (1), (2), сравнить с лучшими ( $c_{best}$ ,  $v_{best}$ ).

4. Посчитать для каждого «рюкзака» перевес

$$v_{over} = v_i - v_{max} \quad (3)$$

Если перевес  $< 0$ , то считать что он равен 0.

5. Вычислить оценочную характеристику каждого рюкзака (стоимость, за минусом условной стоимости перевеса), записать в переменную  $o_i$ .

$$o_i = c_i - k * v_{over\_i} \quad (4),$$

где  $k$  – «стоимость» перевеса

6. Сравнить оценку каждого «рюкзака» с лучшей оценкой ( $o_{best}$ ), если  $o_i$  лучше  $o_{best}$ , присвоить  $o_{best}$  значение  $o_i$ .

7. Выбрать из 10 имеющихся «рюкзаков» один  $i^*$ -й «рюкзак», с наилучшей оценкой  $o_{i^*}$ .

8. Пересчитать вероятности ( $A_p$ ), в зависимости от оценочной характеристики ( $o_{i^*}$ ): уменьшить вероятности для объектов, которые не выбраны в  $i^*$ -том «рюкзаке», и увеличить для выбранных в нем вещей.

9. Выполнять действия 2-8 заданное пользователем количество раз (итераций), в нашем случае 1000 итераций.

10. Вывести конечные  $c_{best}$  и  $v_{best}$ .

*2.5. Генетический алгоритм.* Алгоритм, основанный на принципах биологической эволюции. Мы использовали следующую его модификацию.

1. Заполнить случайным образом массивы  $z_i$  нулями и единицами, где ноль означает что вещь не положена, а единица – что положена, присвоить  $c_{best}=0$ ,  $v_{best}=0$ ,  $o_{best}=0$ .

2. Посчитать массу и цену каждого «рюкзака», согласно формулам (1) и (2).

3. Посчитать перевес и оценку ( $m_{over\_i}$  и  $o_i$ ), согласно формулам (3) и (4).

4. Сравнить оценку каждой особи – «рюкзака» с лучшей оценкой ( $o_{best}$ ), если  $o_i$  лучше  $o_{best}$ , присвоить  $o_{best} = o_i$ ,  $c_{best} = c_i$ ,  $v_{best} = v_i$  а лучший рюкзак записать в массив *bestzeroone*.

5. Найти худшую «особь» ( $f$ ).

6. Выбрать случайным образом двух родительских «особей» для «скрещивания».

7. Произвести скрещивание (crossover). Процедура скрещивания следующая. Если  $j$ -й объект выбран в обоих родительских «рюкзаках», то она выбрана и в дочерних. Если  $j$ -й объект не выбран в обоих родительских «рюкзаках», то он не выбран и в дочерних, если в одном из родительских «рюкзаков» объект выбран, а в другом нет, то поставить ноль или единицу в  $j$ -м элементе случайным образом.

8. Заменить худшую особь  $f$  на дочернюю особь процедуры crossover (аналог естественного отбора).

9. Повторить действия 2-8, но уже для очередного поколения, до достижения заданного количества итераций.

10. Вывести значения массы и веса лучшего рюкзака.

Таблица 1

#### Результаты экспериментов на тестовой задаче

Метод	Вид оценки	Стоимость	Вес	Время работы, мин
Случайный поиск	<i>MIN</i>	50308616	598889	0,19
	<i>MAX</i>	51300805	962344	4,41
	<i>Среднее</i>	50757128,95	838443,05	1,4325
МИВер	<i>MIN</i>	50791477	912728	0,52
	<i>MAX</i>	52352451	999991	1,13
	<i>Среднее</i>	51856314,4	981171,25	1,048
ГА	<i>MIN</i>	50286784	381679	0,071
	<i>MAX</i>	51827700	992280	0,159
	<i>Среднее</i>	50702385,8	651905,7	0,00,97

#### 3. Результаты проведённых экспериментов.

Для проведения эксперимента был сгенерирован тестовый набор данных 100 видов объектов, вес и цена которых колеблются в диапазоне 1...100000 условных единиц. Количество запусков программы для каждого метода – 20 раз. Эксперименты были проведены на компьютере с процессором Celeron, с тактовой частотой 2000МГц и с оперативной памятью 1Гб. Максимальный «вес» «рюкзака» составляет 1000000 усл. ед. Сравнительные результаты алгоритмов для тестовой задачи приведены в таблице 1.

*Заключение.* Генетические алгоритмы хороши тем, что работают быстро и дают лучшие результаты, по сравнению с другими алгоритмами, используемыми в настоящей работе. Таким образом, можно сделать вывод о том, что генетический алгоритм применим к сложным комбинаторным задачам оптимизации выбора.

### ***Список литературы***

1. Антамошkin А.Н. Оптимизация функционалов с булевыми переменными.-Издательство Томского Университета, 1987.
2. Егоров К., Чураков М. Генетические алгоритмы. – [http://www.slidefinder.net/-/\\_-----\\_-----\\_-----\\_3538/03ia-seminar/2375247](http://www.slidefinder.net/-/_-----_-----_-----_3538/03ia-seminar/2375247).
3. Ефимов С.Н., Семенкин Е.С., Тынченко В.В. Многокритериальный многопопуляционный генетический алгоритм для структурно-параметрического синтеза нейросетевых моделей // Системы управления и информационные технологии. – 2009. - № 1.3 (35). – С. 346-351.
4. Растигин Л.А. Этот случайный, случайный, случайный мир...-М.:Молодая Гвардия, 1974.
5. Alp O., Erkut E., Drezner Z. An Efficient Genetic Algorithm for the p-Median Problem, Annals of Operations Research - 2003, Vol.122, issue 1-4, pp. 21-42, doi 10.1023/A:1026130003508
6. Antamoshkin A. N., Kazakovtsev L. A. Random Search Algorithm for the p-Median Problem //Informatica. – 2013. – Т. 37. – С. 267-278.