

Сеногноева Н.А.

# Тесты учебной деятельности в процессе доказательства теорем

Монография



Чебоксары 2017

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Российский государственный  
профессионально-педагогический университет»

**Н.А. СЕНОГНОЕВА**

**Тесты учебной деятельности в процессе  
доказательства теорем**

Монография

Чебоксары 2017

УДК 514  
ББК 22.151  
С31

**Рецензенты:**

**Жданова Светлана Николаевна**, д-р пед. наук, профессор  
ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный  
педагогический университет»,

**Сорокоумова Галина Вениаминовна**, д-р психол. наук, профессор  
ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный  
лингвистический университет им. Н.А. Добролюбова»

**Сеногноева, Н. А.**

**С31 Тесты учебной деятельности в процессе доказательства  
теорем** : монография / Н. А. Сеногноева. – Чебоксары: ЦНС «Ин-  
терактив плюс», 2017. – 240 с.

**ISBN 978-5-9500562-7-7**

В представленной монографии вместо привычных тестов, носящих контролирующий характер, рассматриваются тесты учебной деятельности. С их помощью осуществляется контроль планомерного формирования учебной деятельности. Приводится определение, качественные характеристики, измеряемые параметры и структура тестов учебной деятельности. Рассматриваются также тесты учебной деятельности в процессе доказательства теорем.

Монография адресована всем, кто интересуется вопросами теории педагогического тестирования. Материалы монографии могут быть использованы в работе с бакалаврами направления подготовки «Психолого-педагогическое образование» по дисциплине «Педагогическое тестирование», с магистрантами направления подготовки «Профессиональное обучение (по отраслям)», магистерской программы «Профессионально-педагогические технологии» по дисциплине «Педагогические измерения результатов обучения», а также с педагогами общеобразовательных школ и преподавателями вузов на курсах повышения квалификации.

ISBN 978-5-9500562-7-7  
DOI 10.21661/a-480

© Н.А. Сеногноева, 2017  
© Центр научного сотрудничества  
«Интерактив плюс», 2017

---

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   |          |
|---|----------|
| <b>Оглавление .....</b>   | <b>3</b> |
| <b>Введение .....</b>   | <b>6</b> |
| <b>Раздел 1. Тесты учебной деятельности как разновидность инновационной педагогической технологии. Критерии отбора содержания и структура тестов учебной деятельности .....</b> | <b>8</b> |
| 1.1. Определение педагогической технологии .....  | 8        |
| 1.2. Основные подходы к технологии конструирования педагогических тестов.....   | 15       |
| 1.3. Тестовый контроль планомерного формирования учебной деятельности.....  | 21       |
| 1.3.1. Понятие учебной деятельности.....  | 21       |
| 1.3.2. Предметное содержание деятельности.....  | 24       |
| 1.3.3. Структура (компонентный состав) учебной деятельности..   | 25       |
| 1.3.3.1. Учебная мотивация .....  | 26       |
| 1.3.3.2. Учебные задачи в определенной форме заданий .....  | 26       |
| 1.3.3.3. Реализация учебных задач в учебных действиях .....   | 30       |
| 1.3.3.4. Контроль (самоконтроль), оценка (самооценка) в структуре учебной деятельности .....  | 32       |
| 1.3.4. Теория планомерного формирования учебной деятельности ..32   |          |
| 1.3.4.1. Теория поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина) .....   | 32       |
| 1.3.4.2. Организация контроля при поэтапном формировании умственных действий.....   | 38       |
| 1.3.5. Дальнейшее развитие теории планомерного формирования учебной деятельности, «технологизация» процесса обучения .....  | 41       |
| 1.3.6. Организация тестового контроля планомерного формирования учебной деятельности .....  | 46       |
| 1.4. Качественные характеристики теста учебной деятельности..   | 47       |
| 1.5. Критерии отбора содержания тестов учебной деятельности ..  | 49       |
| 1.5.1. Тест учебной деятельности как модель учебной задачи ....   | 49       |
| 1.5.2. Измеряемые характеристики (параметры) тестов учебной деятельности .....  | 56       |
| 1.5.3. Примеры нахождения измеряемых характеристик (параметров) тестов учебной деятельности .....   | 60       |
| 1.5.3.1. Примеры тестов учебной деятельности .....  | 60       |
| 1.5.3.2. Нахождение измеряемых характеристик (параметров) на примере теста учебной деятельности .....   | 78       |

|  |     |
|--|-----|
| 1.5.3.2.1. Нахождение характеристик действий теста учебной деятельности. ....                                  | 80  |
| 1.5.3.2.2. Нахождение характеристик теста учебной деятельности...  | 81  |
| 1.5.3.3. Значения характеристик для тестов учебной деятельности ..   | 84  |
| 1.5.3.3.1. Значения характеристик для теста учебной деятельности 1 ....  | 84  |
| 1.5.3.3.2. Значения характеристик для теста учебной деятельности 3 ....  | 86  |
| 1.5.3.3.3. Значения характеристик для теста учебной деятельности 4 ....  | 88  |
| <b>Выводы</b> .....  | 91  |
| <b>Раздел 2. Принципы конструирования и эффективность применения тестов учебной деятельности</b> .....         | 94  |
| 2.1. Принципы конструирования тестов учебной деятельности...   | 94  |
| 2.1.1. Опора на теорию поэтапного формирования умственных действий.....  | 94  |
| 2.1.2. Ориентация на смешанный тип ориентировки в задании....  | 97  |
| 2.1.3. Принцип деятельности .....  | 99  |
| 2.1.4. Контроль пути (способа) решения задачи.....   | 101 |
| 2.1.5. Контроль действий учащихся.....   | 102 |
| 2.1.6. Контроль этапа усвоения .....   | 105 |
| 2.1.7. Равномерность теста учебной деятельности.....   | 108 |
| 2.1.8. Контроль уровня свернутости теста учебной деятельности...   | 110 |
| 2.1.9. Структура теста учебной деятельности.....   | 111 |
| 2.1.10. Ширина и степень альтернативности теста учебной деятельности .....                                     | 111 |
| 2.1.11. Деление материала на порции, представляющие собой «конечные единицы» или «основные единицы» .....      | 112 |
| 2.1.12. Реализация самоконтроля в тестах учебной деятельности..  | 114 |
| 2.1.13. Принцип системного квантования.....  | 115 |
| 2.1.14. Принцип концентризма.....  | 117 |
| 2.1.15. Принцип технологичности .....  | 117 |
| 2.2. Измерение эффективности обучения с использованием тестов учебной деятельности .....                       | 119 |
| 2.2.1. Факторы измерения и показатели эффективности тестов учебной деятельности .....                          | 119 |
| 2.2.2. Технология определения факторов измерения и показателей эффективности тестов учебной деятельности ..... | 130 |
| 2.2.3. Интерпретация результатов определения факторов эффективности тестов учебной деятельности.....           | 132 |
| 2.3. Экспериментальная проверка эффективности применения тестов учебной деятельности .....                     | 137 |

---

|  |     |
|--|-----|
| 2.3.1. Ориентировочный эксперимент.....  | 139 |
| 2.3.2. Особенности методики применения тестов учебной деятельности .....                 | 143 |
| 2.3.3. Обучающий эксперимент .....   | 155 |
| <b>Выводы</b> .....  | 159 |
| <b>Раздел 3. Методические аспекты обучения учащихся доказательным рассуждениям</b> ..... | 161 |
| 3.1. Проблемы обучения доказательствам .....   | 161 |
| 3.2. Методика обучения доказательству теорем тестами учебной деятельности .....          | 164 |
| 3.3. Примеры тестов учебной деятельности в процессе доказательства теорем .....          | 169 |
| <b>Выводы</b> .....  | 195 |
| <b>Библиография</b> .....  | 198 |
| <b>Приложения</b> .....  | 212 |

## ВВЕДЕНИЕ

Внедрение тестовых технологий в педагогическую практику принимает в нашей стране все большие масштабы: возрастает роль централизованного тестирования в образовательном пространстве нашей страны; становится возможным получение достоверной информации о достижении базового уровня владения учащимися учебных дисциплин; определение степени усвоения отдельных элементов знаний, выявление общих и индивидуальных пробелов в знаниях и т. д.

Этому посвящено немало исследований (*Аванесов 1998, Ковалева 1996, Майоров 2000, Мальцев 1997, Поляков 1999, Татур 1995, Чельникова 2001* и др.). Но во всех них тестирование рассматривается как форма контроля знаний и умений, приобретенных учащимися в процессе обучения.

Одним из существенных недостатков такого тестирования является невозможность определить, как именно был получен ответ тестируемым. «В силу чего анализ способов решения задач, мыслительных операций, которые использует ученик при решении задач, в большинстве случаев оказываются затруднены или невозможны» (*Майоров 2000: 38*).

В этом контексте влияние результатов тестирования на обучение сопровождается рядом негативных эффектов: переучивание учащихся, увеличение времени на изучение одного и того же материала, снижение мотивации учения и др.

Исходя из этого, мы осуществили исследование, основная идея которого заключается в построении такого тестирования, которое позволяет контролировать не результат, а процесс учебной деятельности. При этом на организацию такого тестирования мы смотрим как на технологию эффективного обучения. Результатам проведенного исследования и посвящена настоящая монография.

В первой части монографии уточняется определение педагогической технологии, рассматривается возможность осуществления тестового контроля планомерного формирования учебной деятельности. Здесь же приводится определение обучающего теста и рассматриваются его качественные характеристики.

Во второй части монографии определяются критерии отбора содержания и структура обучающих тестов. Теоретические разра-

ботки принципов конструирования и применения тестов, сформулированных в этой части работы, опираются на широко известные исследования педагогов и психологов по организации учебной деятельности (*Гальперин 1966, Давыдов 1982, Якиманская 1979, Машибиц 1987, Габай 1989* и др.).

В третьей части рассматриваются методические аспекты обучения учащихся доказательствам теорем тестами учебной деятельности. Здесь же приводятся примеры тестов учебной деятельности, с помощью которых осуществляется обучение доказательствам теорем.

Представленная технология конструирования тестов учебной деятельности позволяет создавать качественные с точки зрения теории тестирования тесты, отвечающие требованиям валидности и надежности.

Заметим, что разработанная педагогическая технология не связана априори с преподаванием какой-либо конкретной дисциплины, она, по-видимому, может успешно применяться в обучении разным учебным предметам.

На основе материалов монографии овладеть технологией конструирования тестов учебной деятельности могут студенты, а также преподаватели школ и вузов. Приведенная методика применения тестов позволяет использовать их в учебном процессе студентам на педагогической практике, учителям школ.

На наш взгляд, применение тестов учебной деятельности будет способствовать повышению мотивации учения, более легкому усвоению нового материала, возможность управления решением задач, формированию у учащихся рефлексии своей деятельности.

Представленные примеры тестов учебной деятельности были подготовлены совместно со студентами. Данные тесты были проверены на соответствие разработанным критериям (параметрам) тестов учебной деятельности и прошли широкую апробацию.



# **РАЗДЕЛ 1. ТЕСТЫ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КАК РАЗНОВИДНОСТЬ ИННОВАЦИОННОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ. КРИТЕРИИ ОТБОРА СОДЕРЖАНИЯ И СТРУКТУРА ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

## **1.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ**

Отсутствие общепринятого определения педагогической технологии обусловило необходимость его уточнения. Первоначальное понимание педагогической технологии было весьма узким и увязывалось с использованием технических средств в обучении. Другое понимание как особого технологического подхода к построению обучения в целом появилось лишь в середине 50-х годов и в настоящее время распространено столь же широко, как и первоначальное понимание педагогической технологии. Наличие двух направлений в исследованиях подчеркивается в следующем определении: педагогическая технология – «это не просто использование технических средств обучения или компьютеров; это выявление принципов и разработка приемов оптимизации образовательного процесса путем анализа факторов, повышающих образовательную эффективность, путем конструирования и применения приемов и материалов, а также посредством оценки применяемых методов» (*International* 1978: 258).

Если обратиться к общему понятию технологии, то в энциклопедическом словаре этот термин трактуется сначала как «совокупность методов обработки, изготовления, изменения состояния, свойств, форм сырья, материала или полуфабриката в процессе производства продукции», а затем рассматривается как наука, в задачи которой входит «выявление физических, химических, механических и других закономерностей с целью определения и использования на практике наиболее эффективных и экономичных производственных процессов» (*СЭС* 1987: 1330).

Конкретизацию этого понятия для педагогики мы находим, например, в словаре, составленном под редакцией А.С. Белкина. Там понятие «образовательно-педагогическая технология» носит

ярко выраженный педагогический характер и определяется как «область педагогического знания, отражающая характеристики глубинных процессов педагогической деятельности, особенности их взаимодействия, управление которыми обеспечивает необходимую эффективность учебно-воспитательного процесса» (*Основы педагогических технологий* 1995: 19).

Некоторые исследователи выделяют несколько иерархических уровней технологизации. Так, в частности, Г.К. Селевко (1996) за основание иерархии берет уровень организации учебного процесса и выделяет:

1) общепедагогический (общедидактический) уровень, который характеризует целостный образовательный процесс в данном регионе, учебном заведении, на определенной ступени обучения. «Здесь педагогическая технология синонимична педагогической системе: в нее включается совокупность целей, содержания, средств и методов обучения, алгоритмов деятельности субъектов и объектов процесса» (Селевко 1996: 3);

2) частнометодический (предметный уровень), на котором педагогическая технология рассматривается в значении «частная методика», т. е. как совокупность методов и средств для реализации определенного содержания обучения и воспитания в рамках одного предмета, класса, учителя;

3) локальный (блочный) уровень, на котором рассматриваются технологии отдельных частей учебно-воспитательного процесса, решение частных дидактических и воспитательных задач (технология отдельных видов деятельности, формирование понятий, воспитание отдельных личностных качеств, технология урока, технология самостоятельной работы и др.).

Само же понятие «педагогическая технология» может быть раскрыто тремя аспектами:

1) научным: педагогическая технология – часть педагогической науки, изучающая и разрабатывающая цели, содержание и методы обучения и проектирующая педагогические процессы;

2) процессуально-описательным: описание (алгоритм) процесса, совокупность целей, содержания, методов и средств для достижения планируемых результатов обучения;

3) процессуально-действенным: осуществление технологического (педагогического) процесса, функционирование всех личностных, инструментальных и методологических педагогических средств.

Что касается выделения предметной области, где имеет место педагогическая технология, то и здесь мы наблюдаем различные подходы. Так, З.З. *Кирикова* (2000) выделяет, по крайней мере, два таких подхода. Они обозначены следующим образом:

– педагогическая (дидактическая, образовательная) технология является процессуальным единством содержания, форм и методов обучения и воспитания (образования), обеспечивающим гарантированное достижение запланированных результатов (первый подход). В данном случае технология выступает как модель педагогического процесса. К таковым мы отнесем технологии, разработанные В.П. *Беспалько* (1989), В.С. *Безруковой* (1992), В.Ф. *Башариным* (1993), Г. *Груздевым* и В. *Груздевой* (1996), М.А. *Чошановым* (1996);

– педагогическая (дидактическая, образовательная) технология есть совокупность педагогических действий по созданию и реализации эффективного, гарантирующего результат педагогического (дидактического, образовательного) процесса (второй подход). Здесь технология понимается как модель деятельности педагога (М.В. *Кларин* (1994), В.М. *Монахов* (1990), В.В. *Гузев* (1998), Д.Ш. *Матрос* и др. (1999).

В соответствии с выделенной предметной областью возникают различные характеристики педагогической технологии. Рассмотрим эти характеристики более подробно.

Так, В.П. *Беспалько* (1989) считает, что педагогическая технология – это проект определенной педагогической системы, реализуемый на практике. Педагогическая система понимается автором как совокупность взаимосвязанных средств, методов и процессов, необходимых для организованного, целенаправленного и преднамеренного педагогического влияния на формирование личности с заданными качествами. Речь идет о том, как реализуется собственно педагогический процесс.

Проект реализации учебного процесса В.П. *Беспалько* предлагает осуществлять в несколько этапов, являющиеся слагаемыми любой педагогической технологии. Перечислим их.

Первый этап такой разработки – анализ будущей деятельности учащегося: дальнейшее обучение или профессиональная деятельность после школы. Эта деятельность представлена перечнем задач, с которыми обязательно школьник столкнется в своей будущей жизни.

Второй этап разработки педагогической технологии – определение содержания обучения на каждой ступени обучения: совокупности учебных предметов в каждом классе, содержания каждого учебного предмета с учетом требований социобразности, диагностической направленности, избыточности, посильности, научности, систематичности и др. Результат второго этапа – разработка учебного плана.

Третий этап – проверка степени нагрузки учащихся и расчет необходимого времени на обучение при заданном способе построения дидактического процесса, результат – коэффициент перегрузки и время на обучение.

Четвертый этап – выбор организационных форм обучения и воспитания, наиболее благоприятных для реализации намеченного дидактического процесса. Результат – описание (словесное или графическое) организационных форм обучения и спецификация всех необходимых для этого средств (пособия, ТСО, мебель, материалы и т. п.).

Пятый этап – подготовка материалов (текстов ситуаций) для осуществления мотивационного компонента дидактического процесса по отдельным темам и конкретным занятиям и включение их в ранее сформулированное содержание учебных предметов. Результат этапа – тексты мотивационных ситуаций.

Шестой этап – разработка системы учебных упражнений на основе представлений об алгоритме функционирования и включение их в содержательный контекст учебных пособий. Результат – система упражнений, нацеленных на усвоение предметов с заданными показателями качества.

Седьмой этап – разработка материалов (тестов) для объективного контроля за качеством усвоения учащимися знаний и действий, соответственно целям обучения и критериям оценки степени усвоения. Результат – тестовый сборник, содержащий тесты по уровням усвоения.

Восьмой этап – разработка структуры и содержания учебных занятий, нацеленных на эффективное решение образовательных и

воспитательных задач, планирование уроков и домашней учебной работы школьников. Результат – планы учебных занятий с содержанием и методикой домашней работы учащихся.

Девятый этап – апробация проекта на практике и проверка завершенности учебно-воспитательного процесса. Коррекция проекта.

Технология по В.П. Беспалько является не просто педагогической технологией, но еще не менее известна как технология контролирующего тестирования. Данная модель технологии становится основой для многих других технологий обучения. В.П. Беспалько (1989) в состав педагогической технологии соответственно структуре педагогической системы включает диагностические цели и содержание обучения, дидактические процессы и организационные формы обучения, определенным образом взаимосвязанные и необходимые для создания организованного, целенаправленного и преднамеренного педагогического влияния на формирование личности с заданными качествами. Необходимо отметить, что в приведенном определении В.П. Беспалько акцентируется внимание на то, что технология оказывает «педагогическое влияние на формирование личности» (1989: 6). Этим констатируется инструментальный характер технологии, а также наличие объекта (личность учащегося), на который воздействует педагогический инструмент.

Данную методику следует рассматривать лишь как научные основы и принципы. Научной педагогике и методике предстоит еще много потрудиться, чтобы эти научные основы и принципы воплотились в реальные технологии.

В связи с этим мы отметим следующее: во-первых, описанная технология касается учебного процесса в целом; во-вторых, седьмой этап может быть представлен не обязательно с помощью тестов. В качестве измерителей могут быть использованы и другие средства.

Итак, слагаемыми педагогической технологии являются взаимосвязанные содержательные разработки по всем перечисленным выше элементам проектируемой педагогической системы.

Второй подход к пониманию педагогической технологии связан с технологическим подходом к педагогической деятельности. Мы свое внимание останавливаем на том, что технология исходит из того, что «цели обучения формируются через учебные результаты,

выраженные в действиях учащихся» (Кларин 1994: 28). Тогда построение самого учебного процесса будет включать:

- постановку целей и их максимальное уточнение, формулировку учебных целей с ориентацией на достижение результатов (этому этапу работы педагога придается первоочередное значение);
- подготовку учебных материалов и организацию всего хода обучения в соответствии с учебными целями;
- оценку текущих результатов, коррекцию обучения, направленную на достижение поставленных целей;
- заключительную оценку результатов.

В соответствии с данным подходом специфика педагогической технологии состоит в том, что в ней учебный процесс должен гарантировать достижение поставленных целей. Основой последовательной ориентации обучения на цели является оперативная обратная связь, которая пронизывает весь учебный процесс.

Идея осуществления планирования результатов обучения «на языках таксономий диагностично и операционально поставленных педагогических целей» (Гузеев 1999: 4) положена в основу определения образовательной технологии, данного В.В. Гузеевым (1998). Под образовательной технологией в узком смысле он понимает систему, состоящую из:

- некоторого диагностического и операционального представления планируемых результатов обучения;
- средств диагностики текущего состояния и тенденций ближайшего развития обучаемых;
- набора моделей обучения;
- критериев набора или построения оптимальной модели для данных конкретных условий.

В качестве основных средств диагностики автор рассматривает текущие устные опросы или письменные контрольные работы с фиксацией и обработкой результатов и устные или письменные зачеты по окончанию изучения темы.

Под моделью обучения В.В. Гузеев понимает систему, состоящую «из дидактической основы и педагогической техники, используемых в данном учебном периоде. Дидактическая основа модели обучения состоит из метода обучения и организационной формы, в

которой он реализован, а педагогическая техника объединяет средства и приемы, непосредственно используемые в учебном процессе» (1999: 3).

Рассмотрим еще один вариант технологии, иллюстрирующий второй подход (Матрос 1999). Данная технология интересна для нас еще и тем, что непосредственно связана с технологией тестирования. Автор опирается на представления педагогической технологии как технологии внедрения в педагогику системного способа мышления, который можно иначе назвать «систематизацией образования» или «систематизацией классного обучения». Согласно этой технологии, выбирается одна из содержательных линий федерального стандарта образования. На каждом уровне (возможности и необходимости) выделяется структурная единица и соотносится с некоторой категорией учебных целей по таксономии Б. Блума. Затем каждая структурная единица из соответствующей категории учебных разбивается на некоторое множество видов конкретных действий, которые, во-первых, целостно описывают эту структурную единицу и, во-вторых, максимально диагностичны. И, в заключение, для каждого конкретного действия определяются необходимые тестовые задания в соответствии с правилами их составления. Данная технология проверена на практике на солидном массиве общеобразовательных школ России, как гарантирующая достижение стандарта образования на каждом уровне.

Такой подход, по мнению Д.Ш. Матроса, способствует гуманизации системы образования, так как требования к учащимся позволяют не заниматься с ними «через силу» по тем предметам, которые не связаны с их потенциальными возможностями. В то же время заданный уровень гарантирует необходимый уровень по всем образовательным областям. С другой стороны, этот подход открывает перед школой возможность «наращивать» требования по тем или иным предметам, оставаясь в рамках стандарта. Таким образом, для каждого ученика, в принципе, появляется возможность максимально использовать свои потенциальные возможности в каких-то областях, не перегружая себя в других.

Рассмотрим взгляды исследователей на рассматриваемый, второй подход к определению педагогической технологии. С одной стороны, если брать во внимание только структурные моменты технологии, то «...выражение технологии только через деятель-

ностные операции (действия) является недостаточным для понимания ее сущности» (*Кирикова 2000: 19*). С другой, если построение учебного процесса ориентировано на достижение поставленных целей, то, по мнению Д.Ш. *Матроса*: «цели обучения всегда подразумевают сдвиги во внутреннем состоянии учащегося, в его интеллектуальном развитии, ценностных ориентациях» (1999: 19).

Базируясь на рассмотренные педагогические технологии, характерные для второго подхода, и взяв за основу идею «педагогического влияния на формирование личности» (*Беспалько 1989: 6*) представителей первого подхода, выделим основные признаки педагогической технологии:

- 1) технология представляет собой алгоритмизированный и структурированный процесс, направленный на достижение однозначно поставленной цели обучения;
- 2) технология предполагает наличие субъектов (людей, устройств, оборудования, машин и инструментов);
- 3) наличие средств диагностики;
- 4) данный процесс – наиболее эффективный по сравнению с такими же подобными процессами, хотя бы по некоторым параметрам;
- 5) воспроизводимость педагогических результатов;
- 6) направленность технологии на достижение эффективности продукта;
- 7) качество продукта может быть охарактеризовано параметрами эффективности.

## **1.2. ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К ТЕХНОЛОГИИ КОНСТРУИРОВАНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ТЕСТОВ**

В истории отечественного педагогического тестирования можно выделить два основных подхода к конструированию тестов. В основе первого подхода лежит применение теста в педагогике исследуя педагогические категории – знания, умения, навыки и др., в основе второго – психологические категории – действия, понимание, усвоение и др.

1. Представителями первого подхода, при котором тесты направлены на проверку знаний, умений и навыков, являются П.П. *Блонский* (1926), В.П. *Беспалько* (1970), М.С. *Бернштейн*



(1968), Т.А. *Ильина* (1967), С.И. *Воскерчян* (1963), К.А. *Краснянская* (1965), И.А. *Рапопорт*, Р. *Сельг*, И. *Соттер* (1987), В.С. *Аванесов* (1998), А.Н. *Майоров* (2000).

2. Среди представителей второго подхода, при котором происходит исследование психологических категорий, таких, как действия, понимание, усвоение и др., можно назвать К.М. *Гуревича* (1981), Е.Б. *Федорова* (1991), Д.Ш. *Матроса* (1999), П.П. *Дьячука* (2002).

В нашей стране наибольшее распространение получил первый подход. Он существует начиная с 20-х гг. прошлого столетия (за исключением перерывов 30–50-х гг. и 70–80-х гг., вызванных идеологическими причинами).

Данная классификация приведена на основе тех практических задач, которые решают авторы непосредственно с помощью тестов. Хотя почти все авторы высказывают мысль о том, что тесты могут применяться для исследования психологических категорий, таких, как действия, понимание, усвоение и др. Это можно наблюдать, в частности, из определений теста. Рассмотрим несколько примеров.

И.А. *Рапопорт*, Р. *Сельг*, И. *Соттер* определяют тест как совокупность «вопросов и заданий, предъявляемых испытуемому с целью квалитетического выявления социальных, психических и психофизиологических характеристик его личности» (1987: 4), что предполагает «однозначность, недвусмысленность, непосредственную фиксацию результатов испытания, сравнение которых с заранее подготовленными эталонами ответов позволяет легко и точно установить правильность или ошибочность действий испытуемых» (1987: 4). Это определение по содержанию явно психологическое, хотя и рассматривают его авторы, решая педагогические, в частности дидактические проблемы.

Интересным с точки зрения отмеченного выше признака является определение теста, сформулированное С.И. *Воскерчян* в работе «Об использовании метода тестов при учете успеваемости школьников»: «Тест – это кратковременное технически просто обставленное испытание, проводимое в равных для всех испытуемых условиях и имеющее вид такого задания, решение которого поддается количественному учету и служит показателем степени развития к данному моменту известной степени развития известной функции у данного испытуемого... тест выявляет не только

знания, умения и навыки работы, но и понимание закономерностей, лежащих в основе изучаемых процессов и явлений» (*Воскерчян* 1963: 31). Здесь наблюдается сочетание психологических и педагогических характеристик.

Определение, сформулированное В.П. *Беспалько*: «В обучающей программе для осуществления внешней обратной связи, которая позволяет судить о том, как понимает и усваивает учебный материал учащийся, используются специальные контрольные кадры, называемые тестами» (1970: 151). Используются данные тесты в учебном процессе.

Из приведенных определений можно наблюдать, что круг психофизиологических характеристик, для измерения которых служат тесты, с течением времени продолжает увеличиваться, и связано это в основном с применением тестов в педагогике.

Как уже отмечалось, в основе первого подхода при конструировании тестов лежит решение педагогических, в частности дидактических проблем. Именно это решение доведено в некоторых рассматриваемых работах до технологического уровня. Рассмотрим некоторые примеры.

#### *Технология В.С. Аванесова*

«Хотя интерес к тестам в последнее время вырос, ситуация с ними в России не улучшилась», считает В.С. *Аванесов* (1998: 7).

Технология В.С. Аванесова, наш взгляд, соответствует приведенным в пункте 1.1 основным признакам педагогической технологии. Покажем это.

1. Технология представляет собой алгоритмизированный и структурированный процесс, направленный на достижение однозначно поставленной цели обучения. Подтверждением этому является то, что «тест, как система, обладает составом, целостностью и структурой» (1998: 183).

2. Субъектами конструирования тестов являются их создатели – учителя, методисты – и сами тесты.

3. Средствами диагностики выступают сами тесты: В.С. *Аванесов* пишет, что «традиционный тест представляет собой метод диагностики испытуемых, в котором они отвечают на одни задания, в одинаковое время, в одинаковых условиях и с одинаковой оценкой» (1998: 181).

4. Данный процесс – наиболее эффективный по сравнению с подобными процессами, хотя бы по некоторым параметрам: «Тестовую форму контроля знаний нередко ошибочно отождествляют с экзаменами и вопросами, но экзамены приемлемы до тех пор, пока они не становятся предметом научного анализа. Проведение экзаменов – трудоемкая процедура со значительными затратами средств и труда преподавателей и уже по одному этому они не пригодны для массовой оценки знаний. Другие формы традиционного контроля – устные опросы, зачеты, письменные контрольные, курсовые проекты и т. п. отнимают тоже много времени...» (Аванесов 1998: 5).

5. Воспроизводимость означает описание технологии конструирования тестов на основе многолетнего опыта обучения автора «преподавателей вузов, техникумов, училищ и учителей школ по самым различным учебным дисциплинам основам теории и методики тестирования» (1998: 7).

6. Эффективность продукта, т. е. теста автор определяет так: «эффективным можно назвать тест, который лучше, чем другие тесты, измеряет знания студентов интересующего уровня подготовленности, с меньшим числом заданий, качественнее, быстрее, дешевле» (1998: 205).

7. Параметрами эффективности являются валидность и надежность теста: «Определение качества педагогического и любого другого теста в западной науке традиционно сводится к определению меры надежности и вопросов валидности результатов» (1998: 199).

### *Технология А.Н. Майорова*

1. Технология представляет собой алгоритмизированный и структурированный процесс, направленный на достижение однозначно поставленной цели обучения – автор подробно рассматривает этапы разработки тестов школьных достижений, особенности разработки тестов в зависимости от целей их создания. По мнению А.Н. Майорова, состав теста и его целевое назначение отражено в определении: «Тест – инструмент, состоящий из квалитметрически выверенной системы тестовых заданий, стандартизированной процедуры проведения и заранее спроектированной технологии обработки и анализа результатов, предназначенный для измерения качеств и свойств личности, изменение которых возможно в процессе систематического обучения» (2000: 33).

2. Субъектами данного процесса являются разработчики и профессиональные пользователи тестов и создаваемые ими тесты.

3. О диагностических свойствах создаваемых тестов свидетельствует направленность их показателей «на измерение степени, определение уровня усвоения ключевых понятий, тем и разделов учебной программы, умений, навыков и пр., а не на констатацию наличия у учащихся определенной совокупности усвоенных знаний» (Майоров 2000: 35).

4. Данный процесс – наиболее эффективный по сравнению с подобными процессами, хотя бы по некоторым параметрам. И такие параметры А.Н. Майоров выделяет: «тесты оказываются более качественным и объективным способом оценивания», «более емкий инструмент», «более объемный инструмент» (2000: 35), а также широкий, гуманный и эффективный с экономической точки зрения.

5. Воспроизводимость педагогических результатов подтверждается востребованностью разработчиками и профессиональными пользователями тестов, а также преподавателями вузов и студентами.

6. Направленность технологии на достижение эффективности продукта выражается в рассмотренной автором экспертизе и апробации тестовых заданий, а также разработке показателей их качества.

7. А.Н. Майоров выделяет показатели качества тестовых заданий: трудность и дискриминативность – и показатели качества тестов: валидность и надежность, – являющиеся параметрами эффективности тестов.

Итак, мы рассмотрели наиболее востребованные в настоящее время работы по конструированию тестов В.С. Аванесова и А.Н. Майорова и показали их соответствие приведенным в пункте 1.1 основным признакам педагогической технологии.

Подчеркнем еще раз: представителями первого подхода отмечалось, в основном на идейном уровне, что с помощью тестов можно проводить исследования психологических категорий, таких, как действия, понимание, усвоение и др.

До технологического уровня, на наш взгляд, доведена эта идея отмеченными выше представителями второго подхода, а именно Д.Ш. Матросом, П.П. Дьячуком. Рассмотрим технологию Д.Ш. Матроса.

### *Технология Д.Ш. Матроса*

1. В технологии Д.Ш. Матроса «приводятся для использования полные системы тестового контроля знаний по федеральным учебникам» (1999: 5). Это характеризует ее как алгоритмизированный и структурированный процесс.

2. Технология предполагает наличие субъектов – учителей и руководителей и тесты.

3. Согласно этому подходу выбирается одна из содержательных линий федерального стандарта образования, на каждом уровне (возможности и необходимости) выделяется структурная единица, которая соотносится с некоторой категорией учебных целей по таксономии Б. Блума, затем каждая структурная единица из соответствующей категории учебных разбивается на некоторое множество видов конкретных действий, которые, во-первых, целостно описывают эту структурную единицу, а во-вторых, максимально диагностичны, и в заключение для каждого конкретного действия определяются необходимые тестовые задания в соответствии с правилами их составления.

4. Данный процесс – наиболее эффективный по сравнению с такими же подобными процессами: «Такой подход, по нашему мнению, с одной стороны, способствует гуманизации системы образования, так как требования к учащимся позволяют не заниматься с ними «через силу» по тем предметам, которые не связаны с их потенциальными возможностями. В то же время заданный уровень гарантирует необходимый уровень по всем образовательным областям. С другой стороны, этот подход открывает перед школой возможность «наращивать» требования по тем или иным предметам, оставаясь в рамках стандарта» (Матрос 1999: 37).

5. Данная технология воспроизводима – она проверена на практике на солидном массиве общеобразовательных школ России.

6. «Полученная система заданий контролирует качество усвоения стандарта» (Матрос 1999: 45) означает направленность технологии на достижение эффективности продукта.

7. Параметры эффективности: «имеются специальные статистические формы, позволяющие оценить надежность и внести соответствующие коррективы в систему заданий» (Матрос 1999: 45).

В отличие от вышерассмотренных авторов Д.Ш. Матрос выстраивает свой подход на основе технологического подхода, рассмотрению которого отводит значимую роль.

Технологию, разработанную П.П. Дьячуком (2002), мы будем рассматривать в следующем пункте, который посвящен контролю планомерного усвоения умственных действий.

Можно сделать вывод о том, что идеи применять тест в педагогике исследуя не только педагогические категории – знания, умения, навыки и др., но и психологические – действия, понимание, усвоение и др. – были, но многие из них, к сожалению, остались не реализованными. Несмотря на то что в более чем вековой практике педагогических измерений накопилось огромное количество разнообразных тестов и тестовых технологий, нельзя сказать, что тестирование является высокоразвитой научной областью практической педагогики. У многих серьезных исследователей сложилось отрицательное отношение к тестированию, в частности потому, что они не видели тестов, адекватно отражающих процесс, который они измеряют. С точки зрения психологии и педагогики интересно определить возможные функциональные направления тестирования, отличные от целей контроля. Например, было бы полезно выявить реальные возможности тестирования в определении хода мыслительных действий учащихся.

### **1.3. ТЕСТОВЫЙ КОНТРОЛЬ ПЛАНОМЕРНОГО ФОРМИРОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Выше мы выделили два основных подхода к конструированию тестов. Напомним, что в основе первого подхода лежит применение теста в педагогике, опирающееся на педагогические категории – знания, умения, навыки и др., в основе второго – психологические категории – действия, понимание, усвоение и др. В этом пункте рассмотрим реализацию второго подхода, основанную на тестовом контроле планомерного формирования учебной деятельности.

#### **1.3.1. ПОНЯТИЕ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Основы общей теории учения были заложены Я.А. Коменским, И.Г. Песталлоци, А. Дистервегом, И. Гербартом, К.Д. Ушинским. Крупнейшими представителями отечественной педагогической психологии середины XX столетия Д.Б. Эльконин, В.В. Давыдов, И. Лингарт сформировалась собственно психологическая теория учебной деятельности, являющаяся научным приоритетом России. Понятие учебной деятельности разрабатывалось в

отечественной психологии в работах Д.Б. Эльконина, В.В. Давыдова, П.Я. Гальперина, Н.Ф. Талызиной, И.С. Якиманской, А.К. Марковой. Разумеется, имеются некоторые различия, иногда весьма существенные, в трактовке понятия «учебная деятельность». Как ведущий вид деятельности – учебная – выделяется Д.Б. Эльконин (1961) и характеризуется основной для младшего школьного возраста. В работах В.В. Давыдова (1982, 1986) понятие учебной деятельности наполняется деятельностным содержанием и смыслом и распространяется на другие возрасты. В трактовке В.В. Давыдова учебная деятельность – это деятельность субъекта по овладению обобщенными способами учебных действий и саморазвитию в процессе решения учебных задач, специально поставленных преподавателем, на основе внешнего контроля и оценки, переходящих в самоконтроль и самооценку.

Несмотря на различия в трактовках деятельности, можно выделить общие характеристики. Так, согласно Д.Б. Эльконину, «учебная деятельность – это деятельность, имеющая своим содержанием овладение обобщенными способами действий в серии научных понятий ... такая деятельность должна побуждаться адекватными мотивами. Ими могут быть... мотивы приобретения обобщенных способов действий, или, проще говоря, мотивы собственного роста, собственного совершенствования. Если удастся сформировать такие мотивы у учащихся, то этим самым поддерживаются, наполняясь новым содержанием, те общие мотивы деятельности, которые связаны с позицией школьника, с осуществлением общественно значимой и общественно оцениваемой деятельности» (1998: 245).

В основе теории Эльконина – Давыдова лежит теория формирования учебной деятельности и ее субъекта в процессе усвоения теоретических знаний посредством выполнения анализа, планирования и рефлексии. Здесь речь идет не об усвоении человеком (учащимся) знаний и умений вообще, а именно об усвоении, происходящем в форме специфической учебной деятельности. Таким образом, учебная деятельность рассматривается как специфический вид деятельности.

И.С. Якиманская (1979) характеризует учебную деятельность как систему действий (умственных и практических), осуществление которых обеспечивает освоение знаний, овладение умениями и навыками, применение их к решению различных задач. Как и

Д.Б. Эльконин, И.С. Якиманская говорит о специфичной направленности учебной деятельности, в процессе которой происходит овладение знаниями, умениями и навыками. В отличие от трудовой, учебная деятельность «не обеспечивает производства материальных и духовных ценностей, но она обеспечивает усвоение человеком общественно-исторического опыта в виде знаний, обобщенных способов действия, без чего невозможно ни воспроизводство, ни приумножение ценностей» (Якиманская 1979: 43).

Кроме того, по мнению И.С. Якиманской, учебная деятельность может и должна носить характер исследовательской (поисковой) деятельности. «Подлинное усвоение знаний, – пишет она, – сохраняет все черты собственно поисковой, исследовательской деятельности, где, наряду с воспроизведением знаний, накопленных ранее, огромную роль играет интуиция, сообразительность, смекалка, умение быстро «схватывать» основное содержание усваиваемого, рассматривать его под разным углом зрения, как бы видеть его в новом ракурсе, с иной точки зрения, использовать одно и то же знание в разных ситуациях, разных системах понятий, переосмысливая их. Все это сближает учебную и исследовательскую деятельность, в основе которых лежат одни и те же законы мышления» (1979: 25). В ходе учебной деятельности ученик открывает для себя то, что ему не было ранее известно, но это неизвестное стало уже основой, фундаментом науки. Усваивая знания, школьник проходит в целом те же этапы, что проходило человечество, открывая эти знания. Однако такое познание нового в учебном процессе осуществляется целенаправленно и управляемо в специально организованных условиях, что позволяет избежать прохождения бесконечной цепи поисков, ошибок и находок, которой характеризуется научное познание.

Общим в названных трактовках является то, что учебная деятельность направлена на самого обучающегося как ее субъект – на совершенствование, развитие, формирование его как личности благодаря осознанному, целенаправленному присвоению им социокультурного опыта в различных видах и формах общественно полезной, познавательной, творческой деятельности.



### 1.3.2. ПРЕДМЕТНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В психологии преимущественно используется идущее еще от Гегеля определение деятельности, фиксирующее ее составляющие – цель, средства, результат. Движение от цели через средства к результату разворачивается как процесс деятельности, в том числе и учебной. Выделим цель, средства и результат учебной деятельности.

Целью деятельности является то, на что она направлена: в данном случае на усвоение знаний, овладение обобщенными способами действий, отработку приемов и способов действий, их программ и алгоритмов, в процессе чего развивается сам обучающийся.

Средства учебной деятельности можно рассматривать в трех типах. Во-первых, это лежащие в основе учебной деятельности интеллектуальные действия (в терминах С.Л. Рубинштейна – мыслительные операции): анализ, синтез, обобщение, классификация и др. Во-вторых, это знаковые, языковые, вербальные средства, предназначенные для фиксации интеллектуальных действий. С их помощью усваивается знание, рефлексивируется и воспроизводится индивидуальный опыт. В-третьих, это фондовые знания. Посредством включения в них новых знаний структурируется индивидуальный опыт, тезаурус обучающегося. Действительно, в учебной деятельности ученик и учитель пользуются общим фондом информации. Для того чтобы ученик смог использовать информацию, которой обладает учитель, надо научить его задавать вопросы. В то же время учитель должен обращаться к жизненному опыту ученика, т. е. постоянно его изучать и включать соответствующую информацию в свой фонд знаний. В процессе обучения совместный фонд знаний ученика и учителя развивается и пополняется из других источников и баз академических знаний.

О соединении всех этих средств полнее всего сказано в общей теории учения С.Л. *Рубинштейна* (1989), согласно которой решение или попытка разрешить проблему предполагает обычно привлечение тех или иных положений из уже имеющихся знаний в качестве методов или средств ее разрешения. По С.Л. *Рубинштейну* (1989) содержание и смысл учебной деятельности соотносятся с особым ответственным отношением субъектов к предмету обучения на всем его протяжении.

Со средствами учебной деятельности тесно связаны ее способы. Они могут быть многообразными, включающими репродуктивные, проблемно-творческие, исследовательско-познавательные действия (*Давыдов 1982*). Можно сказать, что способ учебной деятельности – это ответ на вопрос, как учиться, каким способом получать знания. Наиболее полное и развернутое описание способов представлено теорией поэтапного формирования умственных действий (*Гальперин, Талызина 1965*).

Одним из главных результатов учебной деятельности являются структурированные и актуализируемые знания, лежащие в основе умения решать задачи в разных областях науки и практики, но учебная деятельность не сводится только к теоретическим знаниям, она призвана в равной мере обеспечивать формирование у школьников практических умений и навыков. Сразу отметим, что усвоение теоретических знаний невозможно без широкой опоры на практические действия – без этого знания не могут быть ни усвоены, ни правильно использованы.

Продуктом учебной деятельности также «является внутреннее новообразование психики и деятельности в мотивационном, ценностном и смысловом планах» (*Якиманская 1979: 22*). Продукт учебной деятельности входит основной, органичной частью в индивидуальный опыт, и от его структурной организации, системности, глубины, прочности во многом зависит дальнейшая профессиональная деятельность и общение субъекта.

Результатом учебной деятельности является поведение субъекта – это либо испытываемая им потребность (интерес, позитивные эмоции) продолжать эту деятельность, либо проявления нежелания учиться, отрицательного отношения к школе, уклонение от посещения занятий и т. д.

### **1.3.3. СТРУКТУРА (КОМПОНЕНТНЫЙ СОСТАВ) УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Для организации эффективного управления процессом учебной деятельности необходимо знать ее структуру. Рассмотрим внешнюю структуру учебной деятельности. Внешняя структура учебной деятельности состоит из следующих основных компонентов: 1) мотив и мотивация; 2) учебные задачи в определенной форме зада-

ний; 3) реализация учебных задач в учебных действиях; 4) контроль (переходящий в самоконтроль) и оценка (переходящая в самооценку).

### **1.3.3.1. УЧЕБНАЯ МОТИВАЦИЯ**

Главной характеристикой мотивационной сферы является мотив. Мотив – это направленность школьников на овладение новыми способами действий. Для того чтобы реализовать учебный мотив, необходимо научить учащихся видеть как отдаленные результаты своей учебной деятельности, так и промежуточные цели своих действий. При этом важно формировать у ученика направленность на процесс, на способы своих действий. Вместе с тем в учебной деятельности учащегося всегда присутствует ориентация и на результаты учебных действий: мотивом его действий нередко служит успешный результат, положительно оцениваемый взрослым. С этим связана динамика так называемого уровня притязаний ребенка, этот уровень, как правило, поднимается в ситуации успешной учебной деятельности. Желательно, чтобы учитель с помощью оценок и отметок переводил школьников с ориентации только на результат своих действий к ориентации на способы действий, проверял бы не только правильность результата решения, но и особенности способа решения, с помощью которого получен результат. Тогда самоконтроль и самооценка школьника, связанный с ними уровень притязаний будут объединяться в сознании школьника с успешностью не только результата, но и способа учебной работы.

### **1.3.3.2. УЧЕБНЫЕ ЗАДАЧИ В ОПРЕДЕЛЕННОЙ ФОРМЕ ЗАДАНИЙ**

В учебной деятельности решение задачи – это не цель, а средство достижения целей, поэтому роль постановки учебной задачи в усвоении знаний состоит в том, что учащиеся усваивают общие способы работы с материалом, распространяют его на решение тех задач, где этот способ применим. При этом в задаче, рассматриваемой как сложная система информации о каком-либо явлении, объекте, процессе, четко определена лишь часть сведений, а остальная неизвестна. Она может быть найдена только на основе решения задачи или сведений, сформулированных таким образом, что между

отдельными понятиями, положениями имеются несогласованность, противоречие, требующие поиска новых знаний, доказательства, преобразования, согласования и т. д.

С позиции управления учебной деятельности важно определить существенные особенности учебной задачи и психологические требования к ней.

Первой существенной особенностью учебной задачи является направленность на субъект, ибо решение задачи предполагает изменение не в самой ее структуре, а в субъекте решающем. Изменения в задаче важны не сами по себе, а как средство изменения субъекта. Иначе говоря, учебная задача является средством достижения учебных целей. С этой точки зрения существенными представляются не они сами, а усвоение обучающимися определенного способа действия.

Вторая особенность учебной задачи состоит в том, что она является неоднозначной или неопределенной. Обучающиеся могут вкладывать в задачу несколько иной смысл, чем обучающий. Это явление, названное *Е.И. Машицем* «доопределением задачи» (1988: 88), происходит в силу разных причин: из-за неумения разбираться в требовании задачи, смешения различных отношений, что может зависеть от мотивации субъекта.

Третья особенность учебной задачи состоит в том, что для достижения какой-либо цели требуется решение не одной, а нескольких задач, а решение одной задачи может вносить вклад в достижение различных целей учения. Следовательно, для достижения какой-либо учебной цели требуется некоторый набор или последовательность задач, где каждая занимает отведенное ей место.

Основные психологические требования к учебной задаче обусловлены своеобразием ее места в учебной деятельности, своеобразием соответствия учебной задачи и учебных целей. Соотношение между задачей и целью целесообразно рассматривать в системе «набор задач – множество целей», так как в учебной деятельности одна и та же цель требует решения ряда задач, а одна и та же задача служит для достижения нескольких целей. Итак, выделим ряд требований к постановке учебной задачи.

1. Конструироваться должна не одна отдельная задача, а набор задач. Задача, рассматриваемая в качестве системы, существует как таковая в сложной системе задач, и о полезности ее стоит говорить относительно ее положения в этой системе. В зависимости от этого

одна и та же задача может оказаться как полезной, так и бесполезной.

2. При конструировании системы задач надо стремиться, чтобы она обеспечивала достижения не только ближайших учебных целей, но и отдаленных. Отмечается, что, к сожалению, в школьной практике основное внимание уделяется достижению ближайших целей. При проектировании учебной задачи обучающийся должен четко представлять иерархию учебных целей, как ближайших, так и отдаленных. Достижение последних идет последовательно, целенаправленно, путем обобщения уже освоенных средств обучения.

3. Учебные задачи должны обеспечить усвоение системы средств, необходимой и достаточной для усвоения учебной деятельности. На практике, как правило, используются некоторые элементы средств, что обеспечивает решение лишь одного класса задач и недостаточно для решения другого класса задач.

4. Учебная задача должна конструироваться так, чтобы соответствующие средства деятельности, усвоение которых идет в процессе решения задач, выступали как прямой продукт обучения. То, что входит в прямой продукт действий учащихся, лучше усваивается ими. В большинстве учебных задач, по оценке Е.И. Машбица, в качестве прямого продукта выступает исполнительная часть, а ориентировка и контрольная часть – как побочные. Реализация четвертого требования означает направленность задач на осознание учащимися своих действий, т. е. рефлексия. Такого рода направленность помогает учащимся обобщать свои действия по дальнейшему решению учебной задачи.

При рассмотрении способа решения задачи вводится понятие субъекта решения или решателя. Соответственно способом решения задачи называется «всякая процедура, которая при осуществлении ее решателем может обеспечить решение данной задачи» (Балл 1990: 37). Другими словами, способ решения соотносится с субъектными характеристиками человека-решателя, которые определяют не только выбор и последовательность операций, но и общую стратегию решения. Решение задачи различными способами представляет большие возможности для совершенствования учебной деятельности и развития самого субъекта. При решении задачи одним способом цель учащегося – найти правильный ответ, решая задачу несколькими способами, он стоит перед выбором наиболее краткого, рационального решения. А это, в свою очередь, требует

от учащихся актуализации многих теоретических знаний, известных способов, приемов и создания новых для данной ситуации. При этом у учащегося накапливается определенный опыт применения знаний, что способствует развитию приемов логического поиска и, в свою очередь, развивает его исследовательские способности. В понятие способа решения задачи включен также сам процесс решения (Балл 1990). При его описании учитываются не только операции решателя самого по себе, но также временные и энергетические затраты на их осуществление. Поэтому программу решения учебной задачи можно представить как цепь взаимосвязанных вероятностных суждений. Умение выстраивать такую цепь является не только одним из ведущих учебных умений, но и основой научной деятельности. В процессе поиска решения ученик может, а нередко вынужден, опробовать разные стратегии и разные способы действия. Заключительный этап решения – выбор одной из стратегий, реализуемой определенными способами действия. Модель решения учебной задачи наряду с собственно ориентировочной включает и другие части способа действий, прежде всего контрольную и исполнительную. При этом полноценное функционирование учебной деятельности предполагает сформированность всех частей способа действия.

При рассмотрении учебных действий можно выделить в качестве выбираемых учеником следующие части способа действий:

- выбор общего пути решения;
- выполнение операций, которые целесообразно использовать в данном случае;
- составление стратегий и планов решения учебной задачи;
- составление и решение дополнительных (частных) задач;
- определение недостающей информации;
- поиск сведений о недостающей информации;
- поиск недостающей информации;
- поиск сведений о правильности избранного пути;
- разбиение основной задачи на частные;
- выбор адекватного способа действия;
- выбор наиболее эффективной программы действий;
- нахождение предпосылок успешности учебной деятельности (ученик должен уяснить, что он знает и умеет и как это соотносится с новой задачей).

То есть обучение решению задач происходит через реализацию учебных действий. При этом ученик должен представлять компонентный состав учебной деятельности, способы выполнения действий и их последовательность.

### **1.3.3.3. РЕАЛИЗАЦИЯ УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ В УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЯХ**

Согласно *А.Н. Леонтьеву*, «Действие – это такой процесс, мотив которого не совпадает с его предметом (т. е. с тем, на что оно направлено), а лежит в той деятельности, в которую данное действие включено. <...> Предмет действия есть не что иное, как его сознаваемая непосредственная цель» (1981: 520). Как подчеркивается в теории деятельности *А.Н. Леонтьева*, существует своеобразное отношение между деятельностью и действием. Мотив деятельности может, сдвигаясь, переходить на предмет (цель) действия. В результате этого действие превращается в деятельность.

Если действия школьника оцениваются учителем и он начинает их выполнять, поскольку ему интересны сами по себе нахождение решения и получение результата, то эти действия «переходят» в деятельность, в данном случае – деятельность учения.

С помощью набора разных действий деятельность может осуществляться различными путями. При рассмотрении учебной деятельности анализировать будем только входящие в нее самые разнообразные учебные действия.

Существенным для анализа учебных действий является момент их перехода на уровень операций. Согласно *А.Н. Леонтьеву*, операции – это способы действия, отвечающие определенным условиям, в которых дана его цель. Сознательное целенаправленное действие в обучении, многократно повторяясь, включаясь в другие более сложные действия, постепенно перестает быть объектом сознательного контроля обучающегося, становясь способом выполнения этого более сложного действия. Наряду с «сознательными» операциями в деятельности существуют операции, которые ранее не осознавались как целенаправленные действия. Они возникли в результате «прилаживания» к определенным условиям жизнедеятельности. Ребенок не осознает эти действия, в силу чего они не могут быть определены как таковые. Следовательно, они есть самостановящиеся, интуитивно в результате подражания формирующиеся операции, внутренние интеллектуальные действия ребенка.

Внутренние интеллектуальные действия могут либо быть результатом предметных сознательных внешних действий, возникающих в развитии и обучении, либо представлять операциональную сторону психических процессов: мышления, памяти, восприятия. Согласно *С.Л. Рубинштейну*, «система операций, которая определяет строение мыслительной деятельности и обуславливает ее протекание, сама складывается, преобразуется, закрепляется в процессе этой деятельности» и далее «...к разрешению стоящей перед ним задачи мышление идет посредством многообразных операций, составляющих различные взаимосвязанные и друг в друга переходящие стороны мыслительного процесса» (1989: 377).

Так, мыслительные действия (или логические) включают прежде всего такие операции, как сравнение, анализ, синтез, абстрагирование, обобщение, классификация и др. При этом, как отмечает *С.Л. Рубинштейн*, «...все эти операции являются различными сторонами основной операции мышления – «опосредования», т. е. раскрытия все более существенных объективных связей и отношений» (1989: 377). *С.Л. Рубинштейн* подчеркивает, что мыслительный процесс «совершается как система сознательно регулируемых интеллектуальных операций. Мышление соотносит, сопоставляет каждую мысль, возникшую в процессе мышления с задачей, на разрешение которой направлен мыслительный процесс, и ее условиями. Совершающаяся таким образом проверка, критика, контроль характеризуют мышление как сознательный процесс» (1989: 370). То же самое отмечает *В.В. Давыдов*: «сознательность учения предполагает, с одной стороны, выполнения детьми соответствующих действий с учебным материалом (а не просто его наблюдение и прослушивание), с другой – превращения усваиваемого материала в прямую цель этих действий, достижение которой в определенных условиях выступает как решение учебной задачи. Следовательно, сознательное учение выступает как активный мыслительный процесс, направленный на решение детьми соответствующих задач» (1982: 11).

Анализ входящих в учебную деятельность действий и операций позволяет представить ее как многообъектное пространство управления их освоением, где каждый из объектов выступает для обучающегося в качестве самостоятельного предмета овладения и контроля.



#### **1.3.3.4. КОНТРОЛЬ (САМОКОНТРОЛЬ), ОЦЕНКА (САМООЦЕНКА) В СТРУКТУРЕ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Осознанное выполнение учебного задания на всех его этапах, своевременное исправление ошибок обеспечивается пооперационным контролем. Ученик должен не только выделить возникшее в процессе решения задачи затруднение, но и осознать, к какому этапу решения задачи оно относится, что именно затрудняет. Очень важно для составления обучающих тестов, что пооперационный контроль может относиться не только к уже выполненным действиям, но и к планируемым. Это, в свою очередь, обеспечивает возможность анализировать работу над учебным заданием до фактического его выполнения, предвосхищать результаты. Владея такой формой контроля, студенты и школьники, получив учебное задание, не спешат сразу к его осуществлению. Они вначале планируют ход его выполнения, сопоставляют и оценивают известные им способы решения, сознательно отбирают наиболее рациональные в данных условиях, продумывают возможные последствия их применения и лишь после этого приступают к выполнению задания. Если возникает необходимость, они могут вернуться к любому этапу выполнения задания, проверить состав выполненных действий, осознать ошибочные и их исправить. Овладение планирующим контролем свидетельствует о том, что учебная деятельность в достаточной степени стала самопроизвольной и саморегулирующейся. Учащийся, овладев такой деятельностью, оказывается способным предвидеть возникновение возможных ошибок и затруднений, своевременно намечать меры по их предупреждению.

#### **1.3.4. ТЕОРИЯ ПЛАНОМЕРНОГО ФОРМИРОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

##### **1.3.4.1. ТЕОРИЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ УМСТВЕННЫХ ДЕЙСТВИЙ (П.Я. ГАЛЬПЕРИН, Н.Ф. ТАЛЫЗИНА)**

Наивысшего уровня развития учебная деятельность «достигает при планомерном формировании, построенном на принципах теории учебной деятельности» (*Педагогический энциклопедический словарь* 2002: 301).

Действие как простейшее образование, сохраняющее все особенности человеческой деятельности, было подвергнуто П.Я. Гальпериным и его учениками и последователями всестороннему изучению.

В отличие от позитивистической позиции бихевиоризма, для которого действие есть индивидуальная реакция на сочетание стимулов, П.Я. Гальперин рассматривает действие, как объективный процесс, содержание которого всегда предварительно задано. Оно задано или прямо, в виде образца, или косвенно, через проблемную ситуацию, задачу.

В действии субъекта различают две основные части: ориентировочную и исполнительную. Первая намечает пути и способы действия, вторая реализует эти пути и способы. Особо следует остановиться на ориентировочной части, названной П.Я. Гальпериным ориентировочной основой действия (ООД). На протяжении всех последующих лет исследований этот элемент всегда был на первом плане. Исследование содержания ООД показало, что, во-первых, она включает в себя знания (полные или неполные) об объективных условиях успешного выполнения действий, связанных с данной предметной областью, во-вторых, в состав ООД входят сведения (также полные или неполные) о самом действии: о цели, составе и последовательности выполнения входящих в него операций и т. д.

Изучение особенностей ООД нашло отражение в учении о типах деятельности (*Гальперин, Талызина 1979*). Согласно этому учению, существует три основных типа ориентировки ученика в задании.

**I тип ООД.** Обучаемому показывают процесс выполнения действия и его конечный результат. Необходимые для выполнения работы ориентиры и методику ему приходится находить самому путем проб и ошибок. Такой тип ориентировки характерен для неорганизованного, стихийного обучения. Действие, формируемое на такой ориентировочной основе, также складывается по принципу проб и ошибок, эмпирически приспособляясь к правильности лишь конечного результата. Действие содержит лишние операции, не имеет обобщенности и неустойчиво к измененным условиям. Окончательная структура действия устанавливается при этом медленно, осмысливается далеко не всегда и полностью, велик разброс индивидуальных показателей.

**II тип ООД.** Учащемуся предлагают полную систему ориентиров и указаний и систему условий для правильного выполнения действия. Схема ориентировочной основы действия обычно задается в готовом виде. Объем материала, доступный для усвоения, может варьировать от отдельно взятого умственного действия или понятия до системы единиц учебной деятельности, покрывающей целые разделы учебного материала. Обучение идет в принципе без ошибок и значительно быстрее, чем при первом типе. Условия правильного выполнения действия, намеченные учителем, являются ориентиром для ученика при повторном выполнении действия. Осуществляется анализ материала в части его соответствия выполняемому действию. Это гарантирует стабильный результат действия, заданный диапазон его обобщенности, его высокий уровень осознанности и других свойств действия, однако знания, формируемые на этой ориентировочной основе, являются эмпирическими.

**III тип ООД.** Учащийся не получает готовые ориентиры, а обучается самостоятельному их нахождению. Он осваивает оптимальную методику и последовательность действий не одной отдельно взятой операции, а целого класса операций. Существенно сокращается время обучения, число проб (упражнений). Учащийся может надежно выполнять любые операции целого класса, легко осваивать и даже самостоятельно разрабатывать методику (технология) выполнения других операций подобного рода.

Согласно гипотезе П.Я. Гальперина, умственные действия – итог преобразования внешнего материального действия во внутреннее, результат переноса внешнего действия в план восприятия, представлений и понятий. В процессе переноса, который осуществляется поэтапно, происходят изменения действия по различным характеристикам, названным П.Я. Гальпериним параметрами. К ним относятся: уровень (для данного параметра используется еще название – «форма» (*Педагогический энциклопедический словарь* 2002), которым мы будем пользоваться в дальнейшем) – материальный, громко-речевой, умственный; степень обобщенности; полнота операций (с разворачиванием действия и его сокращения); степень освоения (*Гальперин, Талызина* 1979). По каждому параметру действие характеризуется каким-либо одним показателем, сочетание показателей по всем параметрам дает представление о состоянии действия в целом. П. Я. Гальперин неоднократно подчеркивал, что для формирования полноценного действия необходима строгая

последовательность сочетания различных показателей этих характеристик. Главная линия изменений составляет движение по уровням: от материального к громко-речевому, а от него – к умственному. Соблюдая эту последовательность, учитель имеет возможность не только констатировать несформированность полноценного действия, но и объяснять причины недостаточной успеваемости ученика. Нарушение этой последовательности приводит к тому, что действие оказывается неполноценным.

Изменения могут также происходить по полноте операций – развертывания действия и сокращения действия. Развертывание означает, что любое новое действие должно выполняться в полном составе и с осознанием всех входящих в него операций. Если знакомство с действием начинается сразу с его сокращенного вида, то действие становится непонятным и после усвоения становится «формальным». Сокращение действия заключается в том, что сокращаемое содержание не исключается, а сознательно переводится на другой уровень функционирования.

Обобщение является средством выделения существенных условий действия из несущественных. Оно дополняет развертывание действия и вместе с ним определяет меру его разумности.

Освоение действия выражает образование новых условных связей. Оно имеет разные степени, более высокие из них проявляются автоматизацией. Без достаточного усвоения более ранней формы действия нельзя переходить к более высокой, но и чрезмерное освоение действия в этой его форме становится препятствием для перехода к дальнейшему.

Сочетания этих параметров определяют другие свойства действия, которые являются производными величинами. К ним относятся разумность и сознательность.

Разумность действия показывает, насколько оно адекватно условиям, в которых выполняется, т. е. насколько существенны условия, на которые ориентируется выполняющий их субъект. Это означает, что разумность действия определяется содержанием его ориентировочной основы (ООД).

Осознанность выполнения действия заключается в умении обосновать, аргументировать правильность выполнения действия, зависит от качества его усвоения во внешне-речевой форме.

Таким образом, краткий анализ свойств, которыми характеризуется действие, дает возможность понять, что усвоить действия, как

и знания, можно по-разному. Действие может быть усвоено в материализованной форме, выполняться медленно, быть необобщенным, а потому и ограниченным в применении. Однако то же самое действие может быть доведено до умственной формы, обобщено полностью в пределах тех границ, где оно объективно применимо, и выполняться быстро. В этом случае имеет место более высокое качество усвоения.

Совсем необязательно, чтобы все формируемые действия достигали высших границ показателей по каждой из характеристик. Как указывает *Н.Ф. Талызина* (1983), здесь все зависит от целей обучения. В одних случаях важно выполнять действие быстро, а степень его обобщенности не имеет большого значения. В других случаях, наоборот, быстрота выполнения не так важна, но важно его использовать в вариативных условиях.

Каждое из рассмотренных свойств достигает требуемых показателей не сразу, а только после того, как пройдет ряд этапов. Эти этапы и образуют внутреннюю логику процесса усвоения в целом, т. е. этапы процесса усвоения. Считается, что действие при движении по всем показателям проходит шесть этапов:

1. Формирование мотивационной основы действия.
2. Становление первичной схемы ориентировочной основы действия.
3. Формирование действий в материализованной (материальной) форме.
4. Этап внешне речевых действий.
5. Этап выполнения во «внешней речи про себя».
6. Этап умственных действий (*Гальперин, Талызина 1979*).

На первом этапе формируется мотивационная основа действия, закладывается отношение субъекта к целям и задачам предстоящего действия, а также к содержанию материала, намеченного для усвоения. На втором этапе происходит становление первичной схемы ориентировочной основы действия, т. е. системы ориентиров и указаний, учет которых необходим для выполнения осваиваемого действия с требуемым качеством и в заданном диапазоне. Здесь формируется первичное умение, образующееся на основе действия в идеальной форме и минимально детализировано. Затем оно используется в качестве предмета деятельности учения на этапе материального (материализованного действия). Третий

этап – формирование действия в материальной (материализованной) форме. На этом этапе субъект осуществляет ориентировку и исполнение осваиваемого действия с опорой на внешне представленные компоненты схемы ориентировочной основы действия. Здесь действие выполняется не только в другой форме, но и обогащается новыми деталями содержания; субъект впервые получает значимый «деловой» продукт. Сформированное умение выполнять более сложное действие в материальной форме служит адекватным предметом для следующего, внешнеречевого этапа усвоения и т. д. На протяжении трех последних этапов объем операционного состава действия существенно не меняется. На четвертом этапе – «громкой социализированной речи» – опора на внешне представленные средства постепенно замещается опорой на представленные во внешней речи значения этих средств и действий с их помощью. Необходимость вещественного пользования схемой ориентировочной основы действия отпадает; ее содержание полностью и психологически полноценно отражается в речи, которая и начинает выступать в качестве основной опоры для становящегося действия. На пятом этапе – формирования действия во «внешней речи про себя» – происходит постепенное исключение внешней, звуковой стороны речи; становящееся действие остается внешним лишь в незначительном количестве ключевых ориентировочных и исполнительских моментов, по которым осуществляется контроль (как внешний, так и внутренний, самоконтроль). Основное же содержание переносится во внутренний, умственный план. На последнем, шестом этапе в сознании остается только конечный результат – предметное содержание действия. Действие, прошедшее вышеперечисленные преобразования, приобретает вид непосредственного одномоментного усмотрения решения проблемной ситуации.

Таким образом, умственное действие, которое так непохоже на породившее его внешнее, материальное, есть продукт поэтапного преобразования последнего. Поэтапное формирование идеальных, в частности умственных действий связывает психическую деятельность с внешней, предметной, материальной деятельностью. Оно является ключом не только к пониманию психических явлений, но и к практическому овладению ими (*Талызина 1984*).

Поскольку эти этапы характеризуются совокупностью показателей по всем четырем параметрам, то, естественно, встает вопрос об указании конкретных значений каждого из них на описанных

этапах. Но из четырех характеристик только для одной – формы – выделены основные качественные ступени, для других трех они остаются пока неизвестными. Поскольку изменение действия по форме является ведущим, поэтому переход его из одной формы в другую и служит показателем перехода на следующий этап.

Что касается других характеристик, то следует отметить несколько моментов. Во-первых, в каждой новой форме действие вначале должно быть полностью развернутым: преобразование по форме должны пройти все слагающие его элементы. Во-вторых, ни на одном этапе, кроме последнего, освоение действия не должно доводиться до автоматизации. Это означает, что основные характеристики действия в процессе его формирования влияют друг на друга: автоматизация действия в одной из начальных форм препятствуют переходу его в генетически более поздние формы. Форма (материальная) ограничивает пределы его обобщения.

### **1.3.4.2. ОРГАНИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ ПРИ ПОЭТАПНОМ ФОРМИРОВАНИИ УМСТВЕННЫХ ДЕЙСТВИЙ**

Напомним, что рассматриваемая теория поэтапного формирования умственных действий предполагает анализ процесса учения в единицах действий, что полностью соответствует пониманию психики как деятельности.

При поэтапном формировании умственных действий особую проблему составляет организация контроля. Рассмотрение *П.Я. Гальпериным* (1976) внимания как внутреннего контроля означает, что внешний контроль постепенно должен заменяться контролем внутренним, превращаясь на заключительном этапе в акт внимания.

Организация контроля, в первую очередь предполагает учет требований. Требования таковы:

1. На первых этапах процесса усвоения контроль должен быть пооперационным.
2. В начале материального (материализованного) и внешнеречевого этапов контроль должен быть систематическим – за каждым выполняемым заданием.

3. В конце материального (материализованного) и внешнеречевого этапа, а также на умственном этапе контроль должен быть эпизодическим – по требованию обучаемого.

4. Способ осуществления контроля (кто контролирует) принципиального значения для качества усвоения не имеет. В то же время новизна способа контроля, например, при работе учеников парами, где осуществляется взаимный контроль, способствует созданию положительной учебной мотивации.

Контроль должен вестись как за отдельными операциями, так и за действием в целом. Пооперационный контроль дает возможность получить информацию об адекватности, правильности и скорости выполнения действия, о его форме. При контроле лишь за правильностью конечного продукта действия такие сведения не могут быть получены, так как содержание выполняемого действия и его форма не связаны с правильностью выполнения задания взаимоднозначной связью. В силу этого при ошибочности конечного результата затруднен выбор корректирующего воздействия: ошибка может произойти по различным причинам (выполнено или не то действие по содержанию, или не в полном составе входящих в него операций, или не в той форме и т. д.).

Однако пооперационный и систематический контроль должен иметь место лишь в начале материального (материализованного) и в начале внешнеречевого этапов. На других стадиях процесса усвоения обратная связь, несущая сведения к обучаемому (внутренняя обратная связь), должна осуществляться с учетом объективной успешности выполнения запрограммированной деятельности и с учетом потребности обучаемых в контроле.

Контроль за содержанием действия, его формой может осуществляться по ходу выполнения обучающих заданий. Установление меры обобщения, автоматизированности требуют введения специальных диагностических заданий, о которых речь шла выше. В силу этого соответствующий контроль осуществляется не систематически: обычно при переходе с этапа на этап, иногда внутри этапа и, разумеется, в обязательном порядке в конце обучения.

Направление вносимых коррекций определяется характером сведений, получаемых с помощью обратной связи, и внутренней логикой процесса усвоения.

Коррекция процесса усвоения должна осуществляться с учетом не только характера отклонения, но и причин, вызвавших его. К их



числу относятся недостаточный исходный уровень познавательной деятельности учащихся; несоответствие действия одному или нескольким параметрам на предыдущем этапе усвоения; случайные причины (отвлечение внимания, ошибочное прочтение текста и т. п.).

Согласно данной теории, регуляция (коррекция) процесса усвоения может проводиться и в тех случаях, когда никаких отклонений от заданного направления процесса усвоения нет. Количество задач, необходимых для усвоения запрограммированного действия с намеченной системой характеристик, устанавливается эмпирическим путем – в процессе предварительной проверки. В связи с этим могут быть случаи, когда для отдельных учеников число задач, предлагаемых им для усвоения, велико. В этих случаях ученик должен быть переведен на следующий этап раньше, чем предполагалось. Возможность досрочного перевода определяется качеством выполнения заданий, а также путем предложения обучаемому выполнить задание в форме, соответствующей этапу. Если обучаемый с этим легко справляется, его досрочно переводят на следующий этап.

Если речь идет об усвоении целого учебного предмета, то анализируется вся система задач, ради которых организуется усвоение данного предмета. Изучаются возможности объединения их в систему. Если это удастся, то происходит коренная перестройка учебного предмета – построение его по третьему типу ориентировки. При формировании отдельных видов деятельности доведение их свойств до заданных показателей производится не сразу, а постепенно. Допустим, действие в конце обучения должно быть доведено до умственного уровня. Но анализ системы действий в целом показывает, что данное действие входит в качестве составной части в другое действие. В этом случае усвоение первого действия может быть доведено лишь до материальной формы. В этой форме оно может быть включено в состав нового действия, в процессе выполнения которого и будет преобразовано уже в умственное.

### 1.3.5. ДАЛЬНЕЙШЕЕ РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ПЛАНОМЕРНОГО ФОРМИРОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, «ТЕХНОЛОГИЗАЦИЯ» ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ

Теория поэтапного формирования умственных действий нашла свое отражение в работах ряда авторов, которые решали проблему «технологизации» процесса обучения. Остановимся на рассмотрении работ, в которых проводится анализ операционного состава учебной деятельности (Ильясов, Галатенко 1994, Габай 1989).

Напомним, что по В.В. Давыдову «учебная деятельность – один из основных видов деятельности человека, направленный на усвоение теоретических знаний и способов деятельности в процессе решения учебных задач» (*Педагогический энциклопедический словарь* 2002). И.И. Ильясов, сохраняя за термином «учебная деятельность» значение, вкладываемое В.В. Давыдовым, вводит дополнительно более общий термин – деятельность учения, понимая под нею «целенаправленное усвоение индивидом социально-выработанного опыта, любых практических и научных (эмпирических и научных) знаний и деятельностей в условиях организованного обучения» (Ильясов, Мальская 1982: 136). Рассматривая проектирование процесса обучения, И.И. Ильясов выделяет три аспекта: личностный, процессуально-психологический, педагогический. В процессуально-психологическом блоке он анализирует структуру «учения». Более обобщенное понятие учебной деятельности рассматривает Т.В. Габай, а именно как составную деятельность, включающую две подсистемы: деятельность учения и деятельность обучения. При этом деятельность учения – «чистый» акт познания, реализуемый учащимся через усвоение наличного опыта, а деятельность обучения направлена на обеспечение условий успешного осуществления деятельности учения. Процесс учебной деятельности Т.В. Габай рассматривает через характеристику процедуры ее познавательной составляющей – деятельности учения. Структурными моментами такой деятельности являются субъект, предмет и продукт, процедура, средства и внешние условия. Характеристику процесса деятельности учения автор приводит в части, описывающей процедуру процесса учения как структурной единицы деятельности учения. Именно ей посвящено значительное ко-

личество различных исследований – как психологических, так и педагогических. Учитывая различие формулировок – учение и деятельность учения, – мы остановимся на рассмотрении процесса деятельности учения.

Содержание преобразований, производимых в деятельности учения, включает в себя две стадии – возникновение в учащемся некоторого нового качества, а затем его совершенствование. Первая стадия предполагает выполнение учащимся актов, обеспечивающих возможность актуализации им процесса предметно-специфического действия с обязательной фиксацией его следа, иными словами, первичного умения. Вторая стадия содержит ряд последовательных трансформаций этого умения, имеющих целью получение запланированных для него характеристик.

Вариантом данного членения является разделение процесса учения на стадии, описанные И.И. Ильясовым. Это описание опирается на понятия этапов усвоения и параметров усваиваемого действия, введенные теорией планомерного формирования умственных действий. Такими стадиями являются: «уяснение ориентировочной основы и отработка формируемого действия... Отработка усваиваемого действия включает такие операции и действия учения, как осуществление интериоризации, автоматизации и пр.» (Ильясов, Мальская 1979: 116–117). Заметим также, что И.И. Ильясов учитывает основные характеристики полноценного выполнения учебно-познавательного действия: системность, обобщенность, предметность, выделенные В.В. Рубцовым (1987).

Характеристика рассматриваемых стадий в работе Т.В. Габай приводится и, собственно говоря ограничивается указанием продукта каждой из них: «...в процессе учения учащийся должен, прежде всего, воспроизвести заданное предметно-специфическое действие, будь оно во внутренней, идеальной форме или во внешней, материальной. Процесс этого действия предшествует следовым процессам, обеспечивающим закрепление соответствующего умения. Последнее есть продукт данного цикла учения, а предшествующее ему предметно-специфическое действие – своего рода “предпродукт”» (1989: 100–101).

В свою очередь, процедуру деятельности учения Т.В. Габай раскрывает путем выделения главных частей действия – ориентировочной и исполнительской, при этом автор развертывает формулировку, данную И.И. Ильясовым: «Использование ориентировочной

основы деятельности учения в реальном процессе ее осуществления составляет ориентировочную часть данной деятельности, сам же реальный процесс учения представляет собой исполнительную часть деятельности учения» (Ильясов, Мальская 1979: 117).

Рассмотрим теперь первую из составных частей процесса деятельности учения – стадию уяснения.

На стадии уяснения продуктом ориентировочной части акта учения является готовность как к выполнению ориентировочной части предметно-специфического действия – с тем, чтобы дальше перейти к его адекватному исполнению, так и, возможно, к определенным шагам в направлении фиксации следа этого действия.

Исполнительная часть акта учения – это тот участок процесса деятельности учения, продуктом которого являются заданные новообразования в учащемся. Напомним, что для первой стадии учения это первичное умение. Содержательные параметры знаний и умений, характеризующие это умение, таковы: правильность, полнота, глубина, абстрактность и конкретность, обобщенность и дифференцированность, системность и гибкость. Появление первичного умения обусловлено актами своего рода уподобления усваиваемому образу, или его моделирования. Умение, являющееся продуктом первой стадии учения, обычно не только неполное, «приблизительное», оно еще и недостаточно прочное. Закрепление следа предметно-специфического действия до желаемой степени составляет одну из задач второй стадии – «отработки». Тем не менее, даже при невозможности для учащегося воспроизвести действие по окончании первой стадии учения, след действия оказывается в какой-то мере фиксированным – на это указывает большая успешность последующих актов восприятия схемы его ориентировочной основы. Правда, не исключено, что «закрепление» означает не столько усвоение приобретаемого умения, сколько освоение базового по отношению к нему умения выполнять требуемое действие на основе внешне представленных алгоритмов.

Процесс уяснения И.И. Ильясов делит на стадии восприятия, осмысления и фиксации. Охарактеризуем эти стадии.

1. Восприятие. Обучаемый в процессе чтения (в других вариантах – прослушивания, наблюдения) должен представить себе то, о чем он читает. Он должен декодировать (расшифровать) каждое слово в читаемом предложении и представить смысл предложения

в целом. В процессе восприятия новых знаний естественно различать две фазы (по аналогии с ориентировкой человека в новой ситуации): восприятие нерасчлененного целого (первое впечатление, знакомство, общее представление); восприятие частей (детальное разглядывание). В результате восприятия знаний обучаемый получает первоначальное представление о них, пока еще фрагментарное, не совсем полное, точное. Причина здесь не в том, что обучаемый прочитал текст недобросовестно; это всегда можно проверить и исправить обнаруженные ошибки. Причина такой фрагментарности – в самой природе знаний и их понимания.

2. Осмысление. Для достижения требуемого качества знаний должно быть выполнено специальное действие, называемое осмыслением. Это есть второе и центральное действие процесса уяснения. Суть осмысления знаний состоит в том, чтобы разделить содержание на логические части и заново соединить в стройном, упорядоченном виде, т. е. систематизировать. Осмысление, как и восприятие, сначала направлено на общую ориентировку в содержании, а затем на конкретную. Результат осмысления вводной части текста не обязательно фиксировать, но можно составить предварительный конспект к основной части текста. Осмысление основной части содержания состоит из четырех основных операций:

- составление плана текста – это конкретная логическая операция, в результате которой текст разделяется на тематические части и упорядочивается по объективным основаниям, что не всегда совпадает с последовательностью изложения из-за нелогичности автора текста или особенностей его стиля; обучаемый должен быть уверен в своей версии и способен защитить ее;

- составление тезисов содержания – они могут быть краткими и более развернутыми, что зависит от уровня понимания обучаемого: чем слабее его подготовка, тем подробнее должны быть тезисы, причем тезисы пишутся произвольным стилем («своими словами»), цитаты могут служить лишь дополнением;

- классификация видов получаемых знаний на эмпирические, теоретические, практические, а далее более детально: отдельные понятия и их определения, степень их обобщенности, классификации, структуры и систематизации разного рода, закономерности и законы и др.;

– выделение главного и суммирование. Главное в науке – это причина явления (внешняя сила или глубокое теоретическое объяснение, т. е. закономерность или закон), на практике – принцип действия или общее правило. Суммирование – это представление знаний в компактной, легко обозримой форме, т. е. в виде резюме, таблицы или схемы.

3. Фиксация. Каждой операции действия осмысления соответствует операция фиксации. Предвосхищение оформляется вопросами по тексту или черновым наброском предварительного представления о теме. План имеет форму графа или комплекса пунктов и подпунктов. Тезисы – предложения и формулы, а иллюстрациями к ним служат цитаты, рисунки, схемы. Рефлексия выражается в виде комментариев на полях. Главное выделяется подчеркиванием, а сводка данных заносится в таблицу, схематизируется или резюмируется.

Рассмотрим теперь вторую стадию учения – стадию отработки.

В рассматриваемых работах ориентировочная часть второй стадии выражена лишь в ее продукте, т. е. готовности «к осуществлению преобразования предметно-специфического умения в заданном направлении» и «выполнить предметно-специфическое действие по схеме ориентировочной основы, видоизмененной соответственно поставленной цели» (Габай 1989), определяющей различие между уяснением и отработкой: «*Отработка* в действиях порождения знаний происходит *в ходе уяснения* содержания учебного материала и параллельно с ним, произвольно» (Ильясов, Галатенко 1994: 121).

Исследование исполнительной части процедуры отработки Т.В. Габай проводит по полной схеме деятельности учения, а И.И. Ильясов рассматривает совершенствование знаний и умений по формальным параметрам (памяти, увеличению роли неосознаваемых механизмов) элементарного анализа и синтеза и произвольного запоминания, а также влияния речи.

Рассмотрим действия, формируемые на стадии отработки.

Первый класс действий отработки обеспечивают изменения, затрагивающие содержание структурных моментов соответствующего предметно-специфического действия, второй – изменения формы их существования, третий класс – прочие характеристики, которые не могут быть сведены к первому или ко второму.

Первому классу действий поставим в соответствие предметную сторону процесса отработки *И.И. Ильасова*, а двум другим – учебную, причем, по словам автора, учебная сторона чаще всего не делится на операции, а процессы интериоризации протекают на уровне неосознаваемых психических процессов (*Ильасов, Галатенко* 1994). Заметим, что Т.В. Габай в своей работе подробно представляет первый класс действий, в то время как И.И. Ильасов уделяет больше внимания учебной составляющей процедуры отработки. При описании технологии создания обучающих тестов важными становятся все три составляющие действий на стадии отработки. Так, в предметной составляющей мы учитываем, во-первых, концентрический характер действий, во-вторых, так называемое своеобразие действий (*Давыдов* 1972), состоящее в том, что эти действия воспроизводят (моделируют) «конечные единицы» в новой, по сравнению с исходной, но обязательно материальной форме. В составляющей, касающейся изменения формы существования действия, важным является то, что процесс отработки знания и умения происходит по следующим ступеням: действие с опорой, речевое действие, умственное действие, навык. В третьем классе действий учения учитываются актуальная сознательность или «осознанность» действия, временные характеристики действия, прочность умения (стабильности и легкости выполнения действия) и др.

### **1.3.6. ОРГАНИЗАЦИЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ ПЛАНОМЕРНОГО ФОРМИРОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

В настоящее время исследователи решают проблему технологии процесса обучения с точки зрения планомерного формирования учебной деятельности на основе создания тестовых технологий.

К таким технологиям относится технология создания динамических тестов-тренажеров (*Дьячук и др.* 2003). Рассмотрим ее.

Данная работа посвящена получению информации о процессе решения определенных классов задач, при этом учитываются основные положения теории поэтапного формирования умственных действий. Суть ее состоит в следующем. Компьютер генерирует серию аналогичных задач, отличающихся друг от друга значениями

параметров. Задачи решаются по заданному алгоритму. Цель работающего с программой – обучиться этому алгоритму. При выполнении первых заданий, когда пользователь не владеет алгоритмом решения, операции или действия он выполняет методом проб и ошибок, в его деятельности много элементов случайности. Деятельность осуществляется в материализованной форме, т. е. математический объект представлен на экране монитора визуально.

Описанные нами теоретические положения нашли свое отражение в данной теории следующим образом:

- реализуется I тип ООД, когда обучаемому показывают процесс выполнения действия и его конечный результат, необходимые для выполнения работы ориентиры и методику ему приходится находить самому путем проб и ошибок;
- осуществляется система пооперационного контроля;
- переход с этапа на этап осуществляется стихийно;
- деятельность осуществляется в материализованной форме;
- отслеживаются «средние характеристики» группы учеников.

К технологиям, также позволяющим получать информацию не о результате, а о процессе учебной деятельности, относится технология тестов учебной деятельности. Перейдем к описанию качественных характеристик тестов учебной деятельности.

#### **1.4. КАЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Теперь рассмотрим, какими качественными характеристиками обладают тестов учебной деятельности для осуществления тестового контроля планомерного формирования учебной деятельности.

Определять качественные характеристики тестов учебной деятельности будем, учитывая требования к педагогической технологии, а также структуру учебной деятельности и средства, через которые эта структура будет реализовываться.

Во-первых, обучающие тесты – это инновационная педагогическая технология.

При создании тестов учебной деятельности будем исходить из понятия «инновация», сформулированного *М.В. Кларин*ым: «По своему смыслу понятие «инновация» относится не только к созда-



нию и распространению новшеств, но и к преобразованиям, изменениям в образе деятельности, стиле мышления, который с этими новшествами связан» (Кларин 1994: 9).

Педагогическая технологичность тестов учебной деятельности означает соответствие признакам педагогической технологии. Перечислим их еще раз:

1) технология представляет собой алгоритмизированный и структурированный процесс, направленный на достижение однозначно поставленной цели обучения;

2) технология предполагает наличие субъектов (людей, устройств, оборудования, машин и инструментов);

3) наличие средств диагностики;

4) данный процесс – наиболее эффективный по сравнению с такими же подобными процессами, хотя бы по некоторым параметрам;

5) воспроизводимость педагогических результатов;

6) направленность технологии на достижение эффективности продукта;

7) качество продукта может быть охарактеризовано параметрами эффективности.

Эти признаки нашли свое отражение в принципах конструирования тестов учебной деятельности, которые будут рассмотрены ниже.

Во-вторых, в тестах учебной деятельности нашла свое отражение структура учебной деятельности (см. п. 1.3) и средства, через которые эта структура будет реализовываться.

В-третьих, в тестах учебной деятельности учебная деятельность формируется на основе поэтапного формирования умственных действий.

В-четвертых, в процессе тестирования осуществляется контроль не только конечного результата деятельности обучаемого при решении задач (правильность или неправильность ответа), но и самого процесса решения.

Таким образом, особенностью тестов учебной деятельности является то, что в нем задается та или иная последовательность действий, направленная на решение задач. Тестируемый конструирует нужную последовательность, выбирая из списка предложенных действий. В тесте при этом оценивается не только результат (т. е. ответ к задаче), но и сконструированный путь ее решения. Следуя

принятой терминологии (П.Я. Гальперин и др.), можно сказать, что тесты учебной деятельности контролируют создание учеником ориентировочной основы действий по решению задачи, и в этом главным образом заключается обучающий характер данной формы тестирования. В самом понятии теста учебной деятельности заложена вариативность выбора путей выполнения тестового задания. Указанная вариативность должна быть подчинена целям обучения: выбору учеником наиболее рационального пути выполнения задания на основе знаний, имеющихся у ученика на момент выполнения теста.

## **1.5. КРИТЕРИИ ОТБОРА СОДЕРЖАНИЯ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

### **1.5.1. ТЕСТ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КАК МОДЕЛЬ УЧЕБНОЙ ЗАДАЧИ**

Опосредованное отражение внешнего мира, которое опирается на опыт его практических преобразований, порождает тот вид субъективной деятельности человека, который в философии принято называть мышлением. «Мыслить – значит изобретать, конструировать «в уме» идеализированный (соответствующий цели деятельности, ее идее) проект того реального предмета, который должен явиться результатом предполагаемого трудового процесса. <...> Мыслить – значит, в соответствии с идеальным проектом и идеализированной схемой деятельности преобразовывать, трансформировать исходный образ предмета труда в тот или другой идеализированный предмет» (*Арсеньев и др.* 1967: 29).

При выявлении существенных свойств предметов и явлений действительности возникает собственно рациональное понимание самого предмета деятельности. Этот момент отчетливо выражен в следующем утверждении *В.С. Библера*: «Сказать, что предмет становится предметом деятельности, значит отметить, что он становится предметом понимания, что он рефлексивируется в идеальном предмете, что он (в данной своей рефлексии) стал предметом (моментом) логического движения, приобрел – вполне объективно – в труде статус “предположения”» (1969: 193). Вытекающее из этого различие содержания понимания и приводит к различным формам его выражения – к различию эмпирического и теоретического мышления как двух ступеней познания.

«Теоретическое мышление имеет свое особое содержание, отличное от содержания эмпирического мышления, – это область объективно взаимосвязанных явлений, составляющих целостную систему. Без нее и вне ее эти же явления могут быть предметами лишь эмпирического наблюдения» (Давыдов 1972: 273–274).

Содержанием теоретического мышления служит бытие опосредованное, рефлексированное, существенное. Такое мышление – это идеализация основной стороны предметно-практической деятельности.

Теоретическое мышление оперирует научными понятиями. Понятие выступает здесь как такая форма мыслительной деятельности, посредством которой воспроизводится идеализированный предмет и система его связей, отражающих в своем единстве всеобщность, сущность движения материального объекта. Понятие одновременно выступает и как форма отражения материального объекта, и как средство его мысленного воспроизведения, построения, т. е. как особое мыслительное действие.

Теоретическое мышление, нуждающееся в абстракциях, само себя ими и обеспечивает. Эту его особенность четко выделил Э.В. Ильенков: «Каждая порознь взятая абстракция, выделенная путем анализа, должна сама по себе («в себе и для себя» – *в своих определениях*) быть по существу конкретной. Конкретность целого в ней не должна гаснуть и устраняться. Наоборот, именно эта конкретность в ней и должна находить свое *простое*, свое *всеобщее* выражение» (1991: 292).

Мышление не сводится к знаниям. Одних знаний, для того чтобы решать задачи, недостаточно. Мышление – это оперирование знаниями, анализ и синтез их.

Хотя оба процесса – «сведение» и «восхождение» (синтез) – находятся в единстве, ведущим является восхождение, выражающее природу теоретического мышления. Движение к конкретному, как главная цель, определяет способы мыслительной деятельности, внутри которых «сведение» выступает лишь как подчиненный момент, как средство достижения этой цели.

Способность воображения как способность «“видеть целое раньше его частей” важна как предпосылка и одно из необходимых условий теоретического воспроизведения действительности. Можно сказать, что так понимаемое воображение является одним из проявлений теоретического мышления» (Давыдов 1972: 314).

Теоретическое мышление осуществляется в двух основных формах:

1) на основе анализа фактических данных и их обобщения выделяется содержательная, реальная абстракция, фиксирующая сущность изучаемого конкретного предмета и выражаемая в виде понятия о его «клеточке»;

2) затем путем раскрытия противоречий в этой «клеточке» и определения способа их практического решения следует восхождение от абстрактной сущности и нерасчлененного всеобщего отношения к единству многообразных сторон развивающегося целого, к конкретному.

С точки зрения характеристики общего пути познания эти формы можно представить как два последовательных его этапа (аналитический и синтетический). Вместе с тем внутри каждого из них при решении отдельных познавательных задач эти формы находятся в единстве. Например, при самом восхождении (синтезе) постоянно происходит анализ, выделяющий абстракции, необходимые для дальнейшего движения к конкретному.

Теоретическое понятие и лежащие в его основе содержательные абстракции и обобщение отражают определенное всеобщее отношение системы, поэтому соответствующее им действие не может быть «любым» и «внешним» для такого отношения. Это специфическое для каждого понятия действие позволяет, с одной стороны, выделить и обобщить данное отношение, с другой – использовать его в качестве формообразования. Иными словами, за каждым понятием скрытое особое предметное действие (или система таких действий).

Особое место в исследованиях, посвященных развитию мышления, принадлежит изучению процесса формирования понятий. Он представляет собой высший уровень сформированности речевого мышления, а также и высший уровень функционирования, как речи, так и мышления, если их рассматривать в отдельности. Формирование понятий представляет собой усвоение того содержания, которое заложено в понятии. Развитие понятия состоит в изменении его объема и содержания, в расширении и углублении сферы применения данного понятия.

Образование понятий – результат длительной, сложной и активной умственной, коммуникативной и практической деятельности

людей, процесса их мышления. В процессе мышления понятие выступает и в качестве исходного пункта и как его результат.

Как отмечалось выше, между понятиями существуют многообразные отношения, подчиняющиеся законам логики. Установление отношений между понятиями осуществляется в процессе познания и обучения, производится с помощью определения, обобщения, систематизации, сравнения.

Определением называется результат процесса, с помощью которого раскрывается содержание понятия, выявляются существенные признаки объектов, отображаемых в данном понятии. Определение не является достаточным критерием качества усвоения. Словесное описание понятия может не иметь реального значения, приобретаемого в сознании учащегося.

Обобщение – переход на более высокую ступень абстракции путем выявления общих признаков (свойств, отношений и т. п.) предметов рассматриваемой области; обеспечивает мышлению учащихся определенность и последовательность.

Сравнение – мыслительная операция, которая состоит в сопоставлении познаваемых объектов по некоторому основанию с целью выявления сходства и различия между ними.

Систематизация – мыслительная деятельность, в процессе которой изучаемые объекты организуются в определенную систему на основе выбранного признака.

Этими мыслительными операциями учащиеся овладевают в активном оперировании понятием, в ходе проверки понятия с точки зрения истинности или ложности, сопоставления понятия с реальной действительностью, а также в процессе решения учебных задач. С.Л. Рубинштейн подчеркивает, что мыслительный процесс «совершается как система сознательно регулируемых интеллектуальных операций. Мышление соотносит, сопоставляет каждую мысль, возникшую в процессе мышления, с задачей, на разрешение которой направлен мыслительный процесс, и ее условиями. Совершающаяся таким образом проверка, критика, контроль характеризуют мышление как сознательный процесс» (Рубинштейн 1989: 370). То же самое отмечает В.В. Давыдов «Сознательность учения предполагает, с одной стороны, выполнения детьми соответствующих действий с учебным материалом (а не просто его наблюдение и прослушивание), с другой – превращения усваиваемого матери-

ала в прямую цель этих действий, достижение которой в определенных условиях выступает как решение учебной задачи. Следовательно, сознательное учение выступает как активный мыслительный процесс, направленный на решение детьми соответствующих задач» (1982: 11).

Эти способы и модель учебной задачи можно осуществить, если учитывать теорию учебной задачи.

В.В. Давыдов отмечает, что роль постановки учебной задачи в усвоении знаний состоит в том, что учащиеся усваивают общие способы работы с материалом, распространяют его на решение тех задач, где этот способ применим, причем овладение этим способом и его применением выступают как основная цель учебной деятельности. При этом задача рассматривается как сложная система информации о каком-либо явлении, объекте, процессе. В ней четко определена лишь часть сведений, а остальная неизвестна. Она может быть найдена только на основе решения задачи или сведений, сформулированных таким образом, что между отдельными понятиями, положениями имеются несогласованность, противоречие, требующие поиска новых знаний, доказательства, преобразования, согласования и т. д.

Состав учебной задачи детально рассмотрен в работах Л.М. Фридмана (1983). В составе любой задачи он выделяет следующие части:

- предметную область – класс фиксированных обозначенных объектов;
- отношения, которые связывают эти объекты;
- указание цели решения задачи;
- совокупность действий (операций) для выполнения ее решения.

В требованиях к постановке задачи сделаны попытки отразить законы мыслительной деятельности учащихся (Шадриков 1994):

- направленность на субъекта;
- создание системы задач для достижения какой-либо учебной цели;
- обеспечение достижения учащимися не только ближайших учебных целей, но и отдаленных;
- использование при формулировании задания результата предыдущего задания.

Учебная задача должна быть исследована с учетом особенностей учащихся. Результат такого исследования выражается в определении важнейших способов решения задачи. Как известно (*Шишкин 1983*), знание важнейших способов решения необходимо учителю, в частности, для того, чтобы быть справедливым к тем учащимся, которые решают задачу правильно, но не так, как объяснил учитель. При этом важно всегда отметить наиболее рациональный путь решения.

С понятием способа решения тесно связано понятие процесса решения задачи. Так, Г.А. Балл в понятие способа решения задачи включает сам процесс решения: «Часто процесс решения задачи может быть описан как реализация некоторого способа решения» (*Балл 1990: 39*). При описании процесса решения учитываются операции, представляющие собой «цепь взаимосвязанных вероятностных суждений. Умение выстраивать такую цепь является не только одним из ведущих учебных умений, но и основой научной деятельности» (*Шадриков 1994: 157*). В процессе поиска решения ученик может (а нередко вынужден) опробовать разные стратегии и разные способы действия. Заключительный этап решения – выбор одной из стратегий, реализуемой определенными способами действия.

Учебная задача решается школьниками путём выполнения определённых действий (*Давыдов 1986*):

1. Преобразование условий задачи с целью обнаружения всеобщего отношения изучаемого объекта.
2. Моделирование выделенного отношения в предметной, графической или буквенной форме.
3. Преобразование модели отношения для изучения его свойств в «чистом виде».
4. Построение системы частных задач, решаемых общим способом.
5. Контроль за выполнением предыдущих действий.
6. Оценка усвоения общего способа как результата решения данной учебной задачи.

Каждое из указанных действий состоит из соответствующих операций, наборы которых меняются в зависимости от конкретных условий решения той или иной учебной задачи (действие соотносится с целью задачи, а его операции – с её условиями).

Рассмотрим модель учебной задачи, на основе которой можно сформировать у учащегося действие, направленное на решение данной задачи. Эта модель является моделью обучающих тестов как учебной задачи. Представим ее с помощью следующих теоретических положений:

1. Решение задачи, как правило, складывается из решения множества подзадач, среди которых выделяются два подмножества: первое – это самостоятельные этапы решения исходной задачи, второе – это подзадачи, возникающие в случае, если решающий, испытывая затруднения, разбивает какой-то этап решения на подэтапы, такие задачи являются вспомогательными по отношению к исходной задаче.

2. Всякое решение предполагает поиск решения задачи, прежде всего с привлечением имеющихся у учащегося знаний.

3. Решение задачи начинается с выбора способа решения задачи.

4. Решение задачи происходит через создание ориентировочной основы действия на основе выбранного учащимся способа решения.

5. Решение задачи сформировано, когда завершено создание ориентировочной основы действия.

6. Решение задачи осуществляется как выполнение цепочки взаимосвязанных действий в соответствии с ориентировочной основой действия.

7. Контроль над правильностью решения задачи, рефлексия способа ее решения и оценка рациональности этого способа являются неотъемлемой частью решения задачи.

Данная модель действительно представляет собой обучающие тесты, так как в ней, во-первых, контролируется создание ориентировочной основы действия, во-вторых, выполняется последовательность действий, в-третьих, оценивается как правильность ответа, так и путь решения.

Таким образом, мы охарактеризовали тесты учебной деятельности, представив их в качестве модели учебной задачи. А теперь рассмотрим их измеряемые характеристики.



### **1.5.2. ИЗМЕРЯЕМЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ (ПАРАМЕТРЫ) ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

В данном пункте речь пойдет о так называемых измеряемых характеристиках (т.е. параметрах) тестов учебной деятельности, т. е. о величинах, значения которых остаются постоянными. Эти характеристики являются независимыми от изучаемого материала, школьных программ, от субъектов образовательного процесса и т. д.

При конкретной реализации отмеченной выше схемы поэтапного формирования умственных действий нередко оказывается, что для освоения действия требуется большое количество операций. Поэтому учащийся не может освоить умение в один прием. Но и чрезмерная детализированность может оказаться неэффективной. В качестве примера можно привести популярное в 60-е годы программированное обучение. В нем происходит деление процесса учения по отдельным частям. При этом учащийся утрачивает общую ориентировку в действии, и значительная отдаленность его конечного продукта исключает своевременное первичное подкрепление, являющееся наиболее эффективным; одновременно снижается общая мотивация учения. Концентрическая организация деятельности учения, когда все концентры кроме последнего по сути являются пропедевтическими циклами или подготовительными функциональными компонентами учебной деятельности, устраняет подобные недостатки. Подлежащий усвоению объем учебного материала в каждом из последующих концентров приводится в соответствие с исходным уровнем учащегося (в смысле знаний и умений, зафиксированных в стандарте образования), что обеспечивает доступность целей образования. Уже в первом концентре учащийся достигает поставленной цели, кроме того, закрепляет первичное, пока еще в виде схемы умение. Полученный результат является предметом деятельности учения в следующем концентре. При этом учащийся, по крайней мере, не теряет мотивацию учения.

Применение идей концентризма в учебной деятельности подробно рассматривается в работах Т.В. Габай, на которые мы и будем опираться, показывая, как принципы концентризма реализуются в построении обучающих тестов и какие проблемы в этом построении они позволяют решить.

Присутствие концентров в обучающих тестах играет следующую роль. Выстраивая усвоение умения согласно теории П.Я. Гальперина, мы, с одной стороны, освобождаем учащегося от выполнения лишних операций, отдельные акты действия начинают выполняться сокращенно, по «формуле». С другой стороны, благодаря концентрической системе, действие обогащается дополнительными полезными операциями, обуславливающими получение более совершенного продукта. Тем самым в обучающих тестах концентры сочетаются с серией этапов формирования умственных действий, на которых достигается последовательная отработка предметно-специфического умения. Представим простейший вариант такого сочетания. Для этого воспользуемся схемой 1, предложенной Т.В. Габай.

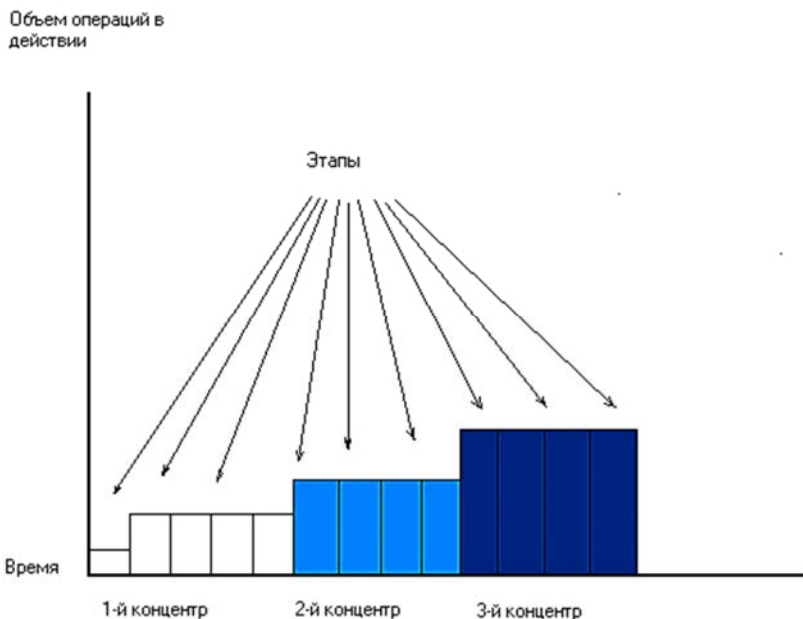


Рис. 1. Схема 1

Здесь на шкале времени расположены следующие один за другим концентры. В каждом из концентров усвоение происходит согласно этапам формирования умственных действий, обозначенных римскими цифрами. Результат предыдущего концентра выступает

предметом деятельности для последующего. И, наконец, количество концентроров находится в зависимости с объемом операций в действии. Такая взаимозависимость в каждом конкретном случае отражает как специфику исходного (текущего) уровня учащегося, так и особенности предназначенного для усвоения материала. Естественно, предложенная выше схема носит обобщенный характер.

Применительно к тестам учебной деятельности можно говорить о большей определенности в решении этого вопроса. А именно, в тестах учебной деятельности количество концентроров зависит от количества путей решения задачи. Количество путей решения каждого задания в обучающем тесте можно определить. Верхняя граница зависит от количества элементов, которое может усвоить учащийся (по данным исследований психологов, оно равно семи), и в нашем случае равна четырем; оптимальное же количество путей решения равно трем.

Схему 1 мы будем использовать при выявлении измеряемых характеристик тестов учебной деятельности.

Сначала укажем необходимые для нашего исследования характеристики действий, а затем на их основе определим характеристики теста.

### 1. Характеристики действий тестов учебной деятельности.

1. Объем операций в действии – объем операций в последнем концентре.

2. Время операции – время, затраченное на выполнение одного действия.

3. Уровень свернутости действия – это число, зависящее от количества этапов формирования умственных действий (теории П.Я. Гальперина). Выразим эту зависимость в таблице 1.

Таблица 1

| Уровень свернутости действия | Количество этапов в концентре |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1                            | 5                             |
| 2                            | 4                             |
| 3                            | 3                             |
| 4                            | 2                             |
| 5                            | 1                             |

4. Шаг действия – это число концентров, имеющих одну и ту же величину объема операций.

5. Уровень свернутости шага действия – это максимальное число из уровней свернутости концентров, относящихся к данному шагу.

6. Уровень сложности выполнения действия – уровень свернутости действия.

## II. Характеристики теста учебной деятельности.

1. Минимальный уровень свернутости теста определяется как наименьшее число из уровней свернутости действия.

2. Максимальный уровень свернутости теста определяется как наибольшее число из уровней свернутости действия.

3. Среднее значение уровня свернутости теста – это число, равное среднему арифметическому уровней свернутости действий.

4. Степень равномерности теста – это разность между максимальным и минимальным уровнями свернутости теста. Тест учебной деятельности называется равномерным, если значение степени равномерности теста не больше единицы. Соответственно, тест учебной деятельности называется неравномерным, если значение степени равномерности теста больше единицы.

5. Длина теста – это число, равное сумме уровней свернутости всех шагов действий теста.

6. Ширина теста – это максимальный шаг действия.

7. Уровень альтернативности теста максимальный – это максимальное значение из отношений числа верных альтернатив действия к их общему числу в этом задании.

8. Уровень альтернативности теста минимальный – это минимальное значение из отношений числа верных альтернатив действия к их общему числу в этом действии.

9. Уровень альтернативности теста средний – это среднее значение из отношений числа верных альтернатив действия к их общему числу в этом действии.

10. Степень разветвленности теста – это количество путей в тесте.

Определим уровень сложности пути теста как сумму свернутости действий для данного пути.

11. Уровень сложности теста максимальный – это максимальное значение из уровней сложности путей теста.

12. Уровень сложности теста минимальный – это минимальное значение из уровней сложности путей теста.

### 1.5.3. ПРИМЕРЫ НАХОЖДЕНИЯ ИЗМЕРЯЕМЫХ ХАРАКТЕРИСТИК (ПАРАМЕТРОВ) ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

#### 1.5.3.1. ПРИМЕРЫ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Прежде чем проиллюстрировать, как найти измеряемые характеристики тестов учебной деятельности, приведем примеры обучающих тестов.

##### *Тест учебной деятельности 1*

Тема: «Применение теоремы Стюарта к решению задач».

Задача. В треугольнике  $ABC$  стороны  $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $AC = b$ . Вычислить длину медианы  $CM$ .

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы будете:

А. Применять теорему косинусов переходите к Д1

Достраивать треугольник  $ABC$  до параллелограмма переходите к Д2

Применять теорему Стюарта переходите к Д3

Применять метод площадей переходите к Д4

Д1. Такой путь возможен, переходите к п. 2.

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 7.

Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 10.

Д4. Подумайте, сможете ли Вы применить метод площадей для решения этой задачи, переходите к п. 1.

2. Теорему косинусов Вы будете применять для:

А. Треугольников  $ABC$  и  $ACM$  переходите к Д5

Б. Треугольников  $ABC$  и  $BMC$  переходите к Д5

В. Треугольника  $MCB$  переходите к Д6

Г. Треугольника  $ACM$  переходите к Д7

Д5. Такой путь возможен, переходите к п. 3.

Д6. Подумайте, достаточно ли у Вас данных, чтобы применить теорему косинусов сразу для этого треугольника, переходите к п. 2.

Д7. Подумайте, достаточно ли у Вас данных, чтобы применить теорему косинусов сразу для этого треугольника, переходите к п. 2.

3. Для треугольника  $ABC$  теорему косинусов Вы запишете:

А.  $AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2 \cdot BC \cdot AB \cdot \cos \angle ABC$  переходите к Д8

Б.  $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$  переходите к Д9

В.  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB$  переходите к Д10

Д8. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 4.

Д9. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 5.

Д10. Подумайте, если Вы найдете квадрат стороны  $AB$ , сможете ли продолжать решение, переходите к п. 3.

4. Для треугольника  $ACM$  теорему косинусов Вы записали так:

А.  $CM^2 = AM^2 + AC^2 - 2 \cdot AC \cdot AM \cdot \cos \angle CAM$  переходите к Д11

Б.  $AM^2 = AC^2 + CM^2 - 2 \cdot AC \cdot CM \cdot \cos \angle ACM$  переходите к Д12

В.  $AC^2 = AM^2 + CM^2 - 2 \cdot CM \cdot AM \cdot \cos \angle AMC$  переходите к Д13

Д11. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 6.

Д12. Подумайте, сможете ли Вы найти  $\cos \angle ACM$ , переходите к п. 4.

Д13. Подумайте, сможете ли Вы найти  $\cos \angle AMC$ , используя ранние рассуждения, переходите к п. 4.

5. Для треугольника  $MCB$  теорему косинусов Вы записали так:

А.  $MB^2 = MC^2 + BC^2 - 2 \cdot MC \cdot BC \cdot \cos \angle MCB$  переходите к Д14

Б.  $MC^2 = MB^2 + BC^2 - 2 \cdot MB \cdot BC \cdot \cos \angle MBC$  переходите к Д15

В.  $BC^2 = MB^2 + MC^2 - 2 \cdot MB \cdot MC \cdot \cos \angle CMB$  переходите к Д16

Д14. Подумайте, сможете ли Вы найти  $\cos \angle MCB$ , используя ранние рассуждения, переходите к п. 5.

Д15. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 6.

Д16. Подумайте, сможете ли Вы найти  $\cos \angle CMB$ , переходите к п. 5.

6. Используя данные задачи, все сделанные записи, найдите длину медианы  $CM$ . Ответ к задаче таков:

А.  $CM = \frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{2}$  переходите к Д17

Б.  $CM = \sqrt{\frac{3c^2}{4} + \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2}}$  переходите к Д18

В.  $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4} - \frac{a^2}{2}}$  переходите к Д19

Г.  $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$  переходите к Д20

Д17. Проверьте, верно ли Вы возвели в квадрат  $\frac{c}{2}$ , переходите к п. 6.

Д18. Проверьте, верно ли Вы сделали преобразования, переходите к п. 6.

Д19. Проверьте, верно ли Вы выразили значение косинуса необходимого угла, переходите к п. 6.

Д20. Ответ верный, запишите ответ в тетрадь. Задача решена.

Подумайте, рационален ли этот способ, попробуйте решить задачу с помощью теоремы Стюарта, переходите к п. 13.

7. Треугольник  $ABC$  достроим до параллелограмма:

А.  $ACA_1B$ , где  $CA_1 \parallel AB$  и  $AC \parallel BA_1$  переходите к Д21

Б.  $AB_1CB$ , где  $AB_1 \parallel BC$  и  $AB \parallel$  переходите к Д21

В.  $ACBC_1$ , удвоим медиану  $CM$ ,  
 $BC \parallel AC_1$ ,  $AC \parallel$  переходите к Д22

Д21. Подумайте, можно ли дальше решать задачу, используя такое построение, переходите к п. 7.

- Д22. Такой путь возможен, сделайте необходимые построения в тетради, переходите к п. 8.
8. Для нахождения медианы  $СМ$  Вы будете использовать:
- А. Свойство параллелограмма: диагонали точкой пересечения делятся пополам переходите к Д23
- Б. Теорему: «Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон» переходите к Д24
- В. Теорему косинусов для треугольников  $ABC$  и  $BC_1$  переходите к Д25
- Д23. Подумайте, сможете ли Вы дальше решать задачу, используя это утверждение, переходите к п. 8.
- Д24. Такой путь возможен, запишите в тетрадь эту теорему для параллелограмма  $ACBC_1$ , переходите к п. 11.
- Д25. Такой путь возможен, переходите к п. 9.
9. Для треугольника  $ABC$  теорему косинусов вы запишите:
- А.  $AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2 \cdot BC \cdot AB \cdot \cos \angle ABC$  переходите к Д26
- Б.  $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$  переходите к Д26
- В.  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB$  переходите к Д27
- Д26. Подумайте, если Вы найдете квадрат стороны  $AB^2$ , сможете ли продолжать решение, переходите к п. 9.
- Д27. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 10.
10. Для треугольника  $BCB_1$  теорему косинусов вы запишите:
- А.  $CC_1^2 = BC_1^2 + BC^2 - 2 \cdot BC \cdot BC_1 \cdot \cos \angle CBC_1$  переходите к Д28
- Б.  $BC^2 = CC_1^2 + BC_1^2 - 2 \cdot CC_1 \cdot BC_1 \cdot \cos \angle CC_1B$  переходите к Д29
- В.  $BC_1^2 = CC_1^2 + BC^2 - 2 \cdot CC_1 \cdot BC \cdot \cos \angle C_1CB$  переходите к Д30
- Д28. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 11.
- Д29. Подумайте, рационален ли этот ход решения, сможете ли Вы найти  $\cos \angle CC_1B$ , переходите к п. 10.
- Д30. Подумайте, рационален ли этот ход решения, сможете ли Вы найти  $\cos \angle C_1CB$ , переходите к п. 10.



11. Сделайте необходимые преобразования и найдите длину медианы  $CM$ , используя данные задачи. Ответ таков:

А.  $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$  переходите к Д31

Б.  $CM = \sqrt{b^2 + a^2 - \frac{c^2}{2}}$  переходите к Д32

В.  $CM = \sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$  переходите к Д33

Г.  $CM = \frac{c}{2}$  переходите к Д34

Д31. Ответ верный, запишите ответ в тетрадь.

Задача решена. Подумайте, рационален ли этот способ, попробуйте решить задачу с помощью теоремы Стюарта, переходите к п. 12.

Д32. Проверьте, верно ли Вы возвели в квадрат  $2CM$ , переходите к п. 11.

Д33. Неверно, Вы, наверное, не учли, что  $CC_1 = 2CM$  переходите к п. 11

Д34. Неверно, Вы, наверное, не учли, что  $\angle CBC_1 = 180^\circ - \angle ACB$ ,  $\cos \angle CBC_1 = \cos(180^\circ - \angle ACB) = -\cos \angle ACB$ , переходите к п. 11.

12. Сформулируйте теорему Стюарта для треугольника  $ABC$ :

А.  $CM^2 \cdot AB = AC^2 \cdot MB + BC^2 \cdot AM - AB \cdot AM \cdot MB$  переходите к Д35

Б.  $CM^2 \cdot AB = AC^2 \cdot AM + BC^2 \cdot MB - AB \cdot AM \cdot MB$  переходите к Д35

В.  $CM^2 \cdot AB = AC^2 \cdot MB + BC^2 \cdot AM - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot MB$  переходите к Д36

Г.  $CM \cdot MB = AC \cdot MB + BC \cdot AM - AB \cdot AM \cdot MB$  переходите к Д35

Д35. Проверьте, верно ли Вы записали теорему Стюарта, переходите к п. 12.

Д36. Верно, запишите ответ в тетрадь, переходите к п. 13.

13. Сделайте необходимые преобразования, используя данные, и найдите длину медианы  $CM$ :

А.  $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$  переходите к Д37

Б.  $CM = \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{2}}$  переходите к Д38

В.  $CM = \sqrt{(b^2 + a^2)\frac{c}{2} - \frac{c^3}{4}}$  переходите к Д39

Д37. Верно, запишите ответ в тетрадь. Задача решена.

Д38. Проверьте, возможно, Вы неверно вычислили

$$AM \cdot MB \cdot AM = \frac{c^3}{4}, \text{ переходите к п. 13}$$

Д39. Проверьте, возможно, Вы неверно сократили на  $c$ . Переходите к п.13.

### Тест учебной деятельности 2

Тема: «Ромб и его свойства».

Задача: Сторона ромба равна 6 см, а один из углов  $150^\circ$ . Найти площадь ромба.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи нужно использовать следующие сведения о ромбе:

А. Определение ромба переходите к Д1

Б. Свойство диагоналей ромба переходите к Д2

В. Формулу площади ромба переходите к Д3

Г. Существование вписанной в ромб окружности переходите к Д4

Д1. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 2.

Д2. Подумайте, сможете ли Вы извлечь информацию о диагоналях из условия задачи сразу, и вернитесь к п. 1.

Д3. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 7.

Д4. Подумайте, сможете ли Вы извлечь информацию о вписанной окружности из условия задачи сразу, вернитесь к п. 1.

2. Вспомните определение ромба и выберите, какой информации достаточно, чтобы продолжить решение задачи:

А. Равенство всех сторон переходите к Д5

Б. То, что ромб является параллелограммом переходите к Д6

В. Одновременно и равенство всех его сторон, и то, что ромб является параллелограммом переходите к Д7

Д5. Подумайте, сможете ли Вы, используя только равенство сторон, найти площадь, переходите к п. 2.

Д6. Подумайте, сможете ли Вы, используя только свойство «быть параллелограммом», найти площадь, переходите к п. 2.

Д7. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 3.

3. Что дает Вам знание, что ромб – это параллелограмм:

А. Возможность разбить его диагональю на два равных треугольника переходите к Д8

Б. Возможность использовать формулу для площади параллелограмма переходите к Д9

В. Возможность найти все углы ромба переходите к Д10

Д8. Вспомните, как получалась формула для площади треугольника, переходите к п. 3.

Д9. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 4.

Д10. Подумайте, будет ли Вам полезна информация об остальных углах ромба, переходите к п. 3.

4. Какова формула площади параллелограмма, которой Вы намерены воспользоваться:

А. Удвоенное произведение двух смежных сторон на синус угла между ними переходите к Д11

Б. Половина произведения двух смежных сторон на синус угла между ними переходите к Д11

В. Произведение стороны параллелограмма на высоту, опущенную на эту сторону переходите к Д12

Г. Произведение двух смежных сторон на косинус угла между ними переходите к Д11

Д. Произведение двух смежных сторон на синус угла между ними переходите к Д13

Д11. Это неверная формула для площади параллелограмма, переходите к п. 4.

Д12. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 7.

Д13. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 5.

5. Как найти высоту ромба:

А. Рассмотреть подходящий прямоугольный треугольник переходите к Д14

Б. Воспользоваться тем, что высота равна диаметру вписанной в ромб окружности переходите к Д15

Д14. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 6.

Д15. Подумайте, сможете ли Вы сразу получить диаметр вписанной окружности, переходите к п. 5.

6. Пусть сторона ромба обозначена  $a$ , а угол –  $\alpha$ . Тогда формула для высоты такова:

А.  $\frac{a}{\cos \alpha}$  переходите к Д16

Б.  $a \cdot \cos \alpha$  переходите к Д16

В.  $a \cdot \sin \alpha$  переходите к Д17

Д16. Вспомните соотношение сторон в прямоугольном треугольнике, переходите к п. 6.

Д17. Ответ верный, запишите в тетрадь формулу, переходите к п. 7.

7. Пусть сторона ромба обозначена  $a$ , угол –  $\alpha$ . Тогда формула для площади ромба такова:

А.  $a^2 \cdot \cos \alpha$  переходите к Д18

Б.  $\frac{1}{2} a^2 \cdot \sin \alpha$  переходите к Д18

В.  $a^2 \cdot \sin \alpha$  переходите к Д19

Д18. Это неверная формула для площади параллелограмма, переходите к п. 6.

Д19. Ответ верный, запишите в тетрадь формулу и переходите к п. 8.

8. По полученной формуле подсчитайте ответ. Ответ к задаче таков.

А.  $18 \cdot \sqrt{3}$  переходите к Д20

Б. 18 переходите к Д21

В. Другой ответ переходите к Д22

Д20. Неверно, вероятно неверно найден синус угла, переходите к п. 8.

Д21. Ответ верный, запишите в тетрадь ответ к задаче.

Д22. Неверно, переходите к п. 8.

### *Тест учебной деятельности 3*

Тема: «Квадратные уравнения».

Задача. Решите уравнение:  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Решение данного квадратного уравнения Вы начнете с:

А. Нахождения корней переходите к Д1

Б. Нахождения дискриминанта переходите к Д2

В. Использования формулы корней приведенного квадратного уравнения переходите к Д3

Д1. Подумайте, а как определить, есть ли вообще у данного уравнения корни, переходите к п. 1.

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2.

Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 16.

2. Дискриминант квадратного уравнения равен:

А. Разности квадрата второго коэффициента и четырехкратного произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д4

Б. Разности второго коэффициента и четырехкратного произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д5

В. Разности квадрата второго коэффициента и произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д5

Д4. Верно, переходите к п. 3.

Д5. Подумайте, точно ли звучит данная формулировка, переходите к п. 2.

3. Пусть  $a$  – первый коэффициент,  $b$  – второй коэффициент,  $c$  – свободный член. Запишите формулу для нахождения дискриминанта  $D$ .

- А.  $b^2 - 4ac$  переходите к Д6  
 Б.  $b - 4ac$  переходите к Д7  
 В.  $b^2 - 2ac$  переходите к Д8

Д6. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 4.

Д7. Обратите внимание на первое слагаемое и переходите к п. 3.

Д8. Обратите внимание на второе слагаемое и переходите к п. 3.

4. Запишите формулу для нахождения дискриминанта, используя данные задачи:

- А.  $4 - 4 \cdot 3$  переходите к Д9  
 Б.  $-4 + 4 \cdot 3$  переходите к Д9  
 В.  $4 + 4 \cdot 3$  переходите к Д10

Д9. Проверьте знаки в полученном выражении, переходите к п. 4.

Д10. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 5.

5. Дискриминант  $D$  равен

- А. 4 переходите к Д11  
 Б. 16 переходите к Д12  
 В.  $-8$  переходите к Д13

Д11. Подумайте, надо ли извлекать корень, чтобы найти  $D$ , переходите к п. 5.

Д12. Верно, переходите к п. 6.

Д13. Обратите внимание на знак второго слагаемого и переходите к п. 5.

6. Определив  $D$  в задаче,

А. Продолжите ее решение с помощью теоремы Виета переходите к Д14

Б. Воспользуетесь формулой корней квадратного уравнения общего вида переходите к Д15

В. Продолжите ее решение, воспользовавшись формулой разности квадратов переходите к Д16

Г. Воспользуетесь формулой для нахождения корней квадратного уравнения с четным коэффициентом переходите к Д17

Д14. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 7.

Д15. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 10.

Д16. Подумайте, является ли данное выражение разностью квадратов и вернитесь к п. 6.

Д17. Такой путь возможен, переходите к п. 13.

7. Теорема Виета формулируется так:

А. Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену переходите к Д18

Б. Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна свободному члену, а произведение корней равно второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком переходите к Д19

В. Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, а произведение корней равно свободному члену, взятому с противоположным знаком переходите к Д19

Д18. Ответ верный, переходите к п. 8.

Д19. Это неверная формулировка теоремы Виета, переходите к п. 7.

8. Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , то справедливы формулы:

А.  $x_1 + x_2 = q$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -p$  переходите к Д20

Б.  $x_1 + x_2 = -p$ ,  $x_1 \cdot x_2 = q$  переходите к Д21

В.  $x_1 + x_2 = p$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -q$  переходите к Д20

Д20. Это неверная запись теоремы Виета, переходите к п. 8.

Д21. Ответ верный, переходите к п. 9.

9. Запишите формулу теоремы Виета, используя данные задачи:

А.  $x_1 + x_2 = 2$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -3$  переходите к Д22

Б.  $x_1 + x_2 = -2$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -3$  переходите к Д23

В.  $x_1 + x_2 = 2$ ,  $x_1 \cdot x_2 = 3$  переходите к Д24

Д22. Ответ верный, переходите к п. 19.

Д23. Обратите внимание на знак суммы и переходите к п. 9.

Д24. Обратите внимание на знак произведения и переходите к п. 9.

10. Формула корней квадратного уравнения общего вида звучит так:

А. корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность) второго коэффициента и квадратного корня из дискриминанта, в знаменателе – удвоенный старший коэффициент переходите к Д25

Б. корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность) второго коэффициента, взятого с противоположным знаком и квадратного корня из дискриминанта, в знаменателе – удвоенный старший коэффициент переходите к Д26

В. корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность) второго коэффициента, взятого с противоположным знаком, и квадратного корня из дискриминанта, в знаменателе – старший коэффициент переходите к Д27

Д25. Обратите внимание на знаки в формуле, переходите к п. 10.

Д26. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 11.

Д27. Обратите внимание на коэффициенты в формуле, переходите к п. 10.

11. Формула корней квадратного уравнения общего вида записывается так:

А.  $x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{D}}{2a}$  переходите к Д28

Б.  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$  переходите к Д29

В.  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{a}$  переходите к Д30



Д28. Обратите внимание на знаки в формуле, переходите к п. 11.

Д29. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 12.

Д30. Обратите внимание на коэффициенты в формуле, переходите к п. 11.

12. Запишите формулу корней квадратного уравнения общего вида, используя данные задачи:

А.  $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{16}$  переходите к Д31

Б.  $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$  переходите к Д32

В.  $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2}$  переходите к Д33

Д31. Обратите внимание на знаменатель, переходите к п. 12.

Д32. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 19.

Д33. Обратите внимание на подкоренное выражение, переходите к п. 12.

13. Формула корней квадратного уравнения с четным коэффициентом формулируется так:

А. Корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность)  $\frac{1}{2}$  второго коэффициента, взятого с

противоположным знаком, и квадратного переходите к Д34

корня из разности квадрата половины второго коэффициента и произведения старшего коэффициента и свободного члена, в знаменателе – удвоенный старший коэффициент

Б. Корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность)  $\frac{1}{2}$  второго коэффициента, взятого с

противоположным знаком и квадратного переходите к Д35

корня из разности квадрата половины второго

коэффициента и произведения старшего коэффициента и свободного члена, в знаменателе – старший коэффициент

В. Корни квадратного уравнения равны частному дроби, в числителе которой сумма (разность) второго коэффициента, взятого с противоположным знаком, и квадратного корня из разности квадрата половины второго коэффициента и произведения первого коэффициента и свободного члена, в знаменателе – старший коэффициент

переходите к Д36

Д34. Обратите внимание на знаменатель, переходите к п. 13.

Д35. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 14.

Д36. Обратите внимание, в этой формуле берется половина второго коэффициента, переходите к п. 13.

14. Пусть  $v = 2m$ , тогда формула нахождения корней с четным коэффициентом записывается так:

$$\text{А. } x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m - ac}}{a} \quad \text{переходите к Д37}$$

$$\text{Б. } x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - ac}}{2a} \quad \text{переходите к Д38}$$

$$\text{В. } x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - ac}}{a} \quad \text{переходите к Д39}$$

Д37. Обратите внимание на подкоренное выражение, переходите к п. 14.

Д38. Обратите внимание на знаменатель дроби, переходите к п. 14.

Д39. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 15.

15. Запишите формулу нахождения корней с четным коэффициентом, используя данные задачи:

$$\text{А. } x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-1^2 - 1 \cdot (-3)} \quad \text{переходите к Д40}$$

$$\text{Б. } x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \cdot (-3)} \quad \text{переходите к Д41}$$

В.  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \cdot (-3)}$  переходите к Д42

Д40. Не хватает скобок в выражении, переходите к п. 15.

Д41. Ошибка в знаке, переходите к п. 15.

Д42. Верно, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 19.

16. Корни приведенного квадратного уравнения Вы найдете так:

А. Корни квадратного уравнения равны сумме (разности) половины второго коэффициента, взятого с противоположным знаком и квадратного корня из разности квадрата половины второго коэффициента и свободного члена переходите к Д43

Б. Корни квадратного уравнения равны сумме (разности) половины второго коэффициента, взятого с противоположным знаком и квадратного корня из разности половины второго коэффициента и свободного члена переходите к Д44

В. Корни квадратного уравнения равны сумме (разности) половины второго коэффициента и квадратного корня из разности половины второго коэффициента и свободного члена переходите к Д45

Д43. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 17.

Д44. Обратите внимание на первое слагаемое подкоренного выражения, переходите к п. 16.

Д45. Обратите внимание на первое слагаемое, переходите к п. 16.

17. Пусть  $p$  – второй коэффициент,  $q$  – свободный член, запишите формулу корней приведенного квадратного уравнения

А.  $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q}$  переходите к Д46

Б.  $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$  переходите к Д47

$$B. x_{1,2} = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \left(\frac{p^2}{2} - q\right)^2 \text{ переходите к Д48}$$

Д46. Обратите внимание, что в формуле берется квадрат половины второго коэффициента, переходите к п. 17.

Д47. Верно, переходите к п. 18.

Д48. Формула записана неверно, переходите к п. 17.

18. Запишите формулу корней приведенного квадратного уравнения, используя данные задачи:

$$A. x_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3} \quad \text{переходите к Д49}$$

$$B. x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3} \quad \text{переходите к Д50}$$

$$B. x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 3} \quad \text{переходите к Д51}$$

Д49. Обратите внимание на знак первого слагаемого, переходите к п. 18.

Д50. Верно, переходите к п. 19.

Д51. Обратите внимание, что  $q = -3$ , переходите к п. 18.

19. Ответ к задаче таков:

A.  $x_1 = 3, x_2 = -1$  переходите к Д43

B.  $x_1 = -3, x_2 = 1$  переходите к Д44

B. Другой ответ переходите к Д45

Д43. Верно, Вы справились с задачей

Д44. Обратите внимание на знаки, вернитесь к п. 16

Д45. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 16

#### *Тест учебной деятельности 4*

Тема: «Квадратные уравнения».

Задача. Решите уравнение:  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Решение данного квадратного уравнения Вы начнете с:

A. Нахождения корней переходите к Д1

B. Нахождения дискриминанта переходите к Д2

- В. Использования формулы корней приведенного квадратного уравнения переходите к Д3
- Д1. Подумайте, а как определить, есть ли вообще у данного уравнения корни, переходите к п. 1.
- Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2.
- Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 7.
2. Дискриминант квадратного уравнения равен:
- А. 4 переходите к Д4
- Б. 16 переходите к Д5
- В. – 8 переходите к Д6
- Д4. Подумайте, надо ли извлекать корень, чтобы найти  $D$ , переходите к п. 2.
- Д5. Верно, переходите к п. 3.
- Д6. Обратите внимание на знак второго слагаемого и переходите к п. 2.
3. Определив  $D$  в задаче,
- А. Продолжите ее решение с помощью теоремы Виета переходите к Д7
- Б. Воспользуетесь формулой корней квадратного уравнения общего вида переходите к Д8
- В. Продолжите ее решение, воспользовавшись формулой разности квадратов переходите к Д9
- Г. Воспользуетесь формулой для нахождения корней квадратного уравнения с четным коэффициентом переходите к Д10
- Д7. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 4.
- Д8. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 5.
- Д9. Подумайте, является ли данное выражение разностью квадратов, и вернитесь к п. 3.
- Д10. Такой путь возможен, переходите к п. 6.
4. Запишите формулу теоремы Виета, используя данные задачи:
- А.  $x_1 + x_2 = 2, x_1 \cdot x_2 = -3$  переходите к Д11
- Б.  $x_1 + x_2 = -2, x_1 \cdot x_2 = -3$  переходите к Д12
- В.  $x_1 + x_2 = 2, x_1 \cdot x_2 = 3$  переходите к Д13
- Д11. Ответ верный, переходите к п. 8.
- Д12. Обратите внимание на знак суммы и переходите к п. 4.

Д13. Обратите внимание на знак произведения и переходите к п. 4.

5. Запишите формулу корней квадратного уравнения общего вида, используя данные задачи:

А.  $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{16}$  переходите к Д14

Б.  $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$  переходите к Д15

В.  $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}$  переходите к Д16

Д14. Обратите внимание на знаменатель, переходите к п. 5.

Д15. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 8.

Д16. Обратите внимание на знаки, переходите к п. 5.

6. Запишите формулу нахождения корней с четным коэффициентом, используя данные задачи:

А.  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-1^2 - 1 \cdot (-3)}$  переходите к Д17

Б.  $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \cdot (-3)}$  переходите к Д18

В.  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \cdot (-3)}$  переходите к Д19

Д17. Не хватает скобок в выражении, переходите к п. 6.

Д18. Ошибка в знаке, переходите к п. 6.

Д19. Верно, запиши в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходи к п. 8.

7. Запишите формулу корней приведенного квадратного уравнения, используя данные задачи:

А.  $x_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3}$  переходите к Д20

Б.  $x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3}$  переходите к Д21

В.  $x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 3}$  переходите к Д22

Д20. Обратите внимание на знак первого слагаемого, переходите к п. 7.

Д21. Верно, переходите к п. 8.

Д22. Обратите внимание, что  $q = -3$ , переходите к п. 7.

8. Ответ к задаче таков:

А.  $x_1 = 3, x_2 = -1$

переходите к Д23

Б.  $x_1 = -3, x_2 = 1$

переходите к Д24

В. Другой ответ

переходите к Д25

Д23. Верно, Вы справились с задачей.

Д24. Обратите внимание на знаки, вернитесь к п. 8.

Д25. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 8.

### 1.5.3.2. НАХОЖДЕНИЕ ИЗМЕРЯЕМЫХ ХАРАКТЕРИСТИК (ПАРАМЕТРОВ) НА ПРИМЕРЕ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Опишем нахождение параметров для теста 2.

Для нахождения характеристик действий и теста нам понадобится таблица 2.

Таблица 2

Соответствие этапов и путей решения пунктам  
обучающего теста 2

| Пункт задачи   | 1       | 2    | 3    | 4    | 5   | 6  | 7       | 8       |
|----------------|---------|------|------|------|-----|----|---------|---------|
| Этапы усвоения | II      | III  | III  | IV   | III | IV | V       | VI      |
| Путь решения   | 1, 2, 3 | 1, 2 | 1, 2 | 1, 2 | 1   | 1  | 1, 2, 3 | 1, 2, 3 |

На основе таблицы 2 составим схему 2.

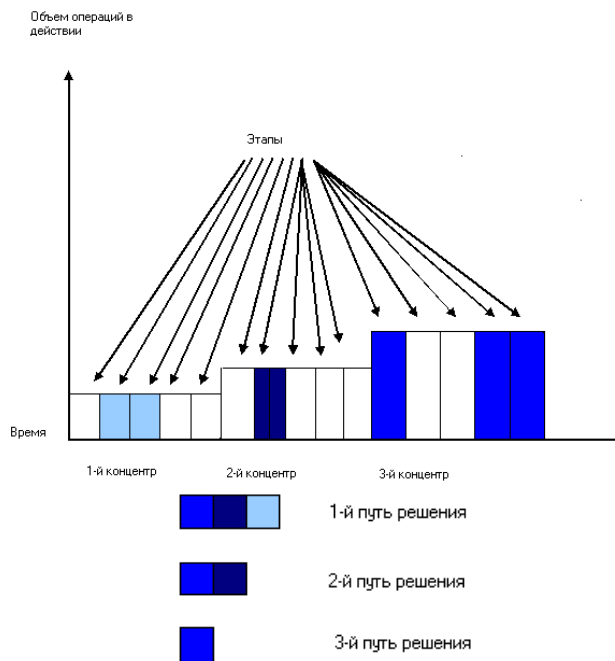


Рис. 2. Схема 2

Для наглядности можно составить диаграмму, отражающую зависимость путей решения и этапов.



Рис. 3. Диаграмма



### 1.5.3.2.1. НАХОЖДЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕЙСТВИЙ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Уровень свернутости действия – это уровень свернутости соответствующего данному действию центра. Определим из схемы 2: первое действие содержит два этапа, уровень его свернутости равен четырем (в соответствии с таблицей 1); второе действие содержит два этапа, уровень его свернутости также равен четырем; третье действие содержит три этапа, уровень его свернутости равен четырем.

1. Шаг действия – это число центров, имеющих одну и ту же величину объема операций. На основании схемы 2 можно наблюдать, что число центров, имеющих одну и ту же величину объема операций в каждом действии равно одному, т.е. шаг каждого действия равен одному.

2. Уровень свернутости шага действия – это максимальное число из уровней свернутости центров, относящихся к данному шагу. Уровень свернутости шага первого действия равен четырем, второго действия – четырем и третьего действия – трем.

3. Сложность выполнения действия – уровень свернутости действия. Сложность выполнения каждого действия равна уровню его свернутости, т. е. сложность выполнения первого действия равна четырем, второго действия – трем, третьего действия – трем.

Найденные характеристики действий теста учебной деятельности 2 занесем в таблицу 3.

Таблица 3

Характеристики действий теста учебной деятельности 2

| Характеристики действий              | Действие |   |   |
|--------------------------------------|----------|---|---|
|                                      | 1        | 2 | 3 |
| 1. Объем операций                    |          |   |   |
| 2. Время операций                    |          |   |   |
| 3. Уровень свернутости действия      | 4        | 4 | 3 |
| 4. Шаг действия                      | 1        | 1 | 1 |
| 5. Уровень свернутости шага действия | 4        | 4 | 3 |
| 6. Сложность выполнения действия     | 4        | 4 | 3 |

### 1.5.3.2.2. НАХОЖДЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Рассмотрим нахождение характеристик теста учебной деятельности на примере теста 2.

1. Минимальный уровень свернутости теста определяется как наименьшее число из уровней свернутости действия. В таблице 3 мы наблюдаем, что минимальный уровень свернутости действия равен трем.

2. Максимальный уровень свернутости теста определяется как наибольшее число из уровней свернутости действия. В таблице 3 мы наблюдаем, что максимальный уровень свернутости действия равен четырем.

3. Среднее значение уровня свернутости теста – это число, равное среднему арифметическому уровней свернутости действий. Из таблицы 3 значения уровней свернутости всех действий – 4, 4 и 3. Находим среднее арифметическое этих чисел, получаем значение 3,7.

4. Степень неравномерности теста – это разность между максимальным и минимальным уровнями свернутости теста. Найдем разность определенных в пункте 2 и 3 максимального и минимального значения уровней свернутости, т. е. чисел 4 и 3: степень неравномерности равна 1. По определению данный тест является равномерным.

5. Длина теста – это число, равное сумме уровней свернутости всех шагов действий. Из таблицы 4 мы определяем длину теста как сумму чисел 4, 4 и 3, т.е. длина теста равна 11.

6. Ширина теста – это максимальный шаг действия. В нашем примере шаг каждого действия равен 1, а значит, его максимальное значение также равно 1, т. е. ширина теста равна 1.

Для определения уровня альтернативности теста максимального и минимального необходимо найти отношение числа верных альтернатив действия к их общему числу в задании для каждого из заданий теста. Так, в первом пункте рассматриваемого теста учебной деятельности две верных альтернативы, а их общее число равно четырем. Следовательно, отношение числа верных альтернатив действия (2) к их общему числу в задании (4) равно 0,5. Во втором пункте рассматриваемого теста учебной деятельности одна верная альтернатива, а их общее число равно трем. Следовательно,

отношение числа верных альтернатив действия (1) к их общему числу в задании (3) примерно равно 0,33. Аналогично находится уровень альтернативности для остальных шести пунктов теста. Результат занесем в таблицу 4.

Таблица 4

Уровень альтернативности пунктов обучающего теста 2

| Задание теста                    | 1   | 2    | 3    | 4   | 5   | 6    | 7    | 8    |
|----------------------------------|-----|------|------|-----|-----|------|------|------|
| Уровень альтернативности задания | 0,5 | 0,33 | 0,33 | 0,4 | 0,5 | 0,33 | 0,33 | 0,33 |

7. Уровень альтернативности теста максимальный – это максимальное значение из отношений числа верных альтернатив действия к их общему числу в этом задании. Из таблицы 4 можно наблюдать, что наибольшее значение равно 0,5. Следовательно, уровень альтернативности теста максимальный равен 0,5.

8. Уровень альтернативности теста минимальный – это минимальное значение из отношений числа верных альтернатив действия к их общему числу в этом действии. Из таблицы 4 можно наблюдать, что наименьшее значение равно 0,33. Следовательно, уровень альтернативности теста минимальный равен 0,33.

9. Уровень альтернативности теста средний – это среднее значение из отношений числа верных альтернатив действия к их общему числу в этом действии. Для нахождения данной характеристики все значения уровней альтернативности в таблице 4 – 0,5; 0,33; 0,33; 0,4; 0,5; 0,33; 0,33; 0,33 – необходимо сложить, а затем разделить на число заданий, т. е. на 8. Таким образом, мы получили среднее значение уровня альтернативности, равное 0,38.

10. Степень разветвленности теста – это количество путей в тесте. Число путей решения данной задачи в тесте равно трем. Следовательно, степень разветвленности теста равна трем.

Определим сложность пути теста как число, равное сумме уровней свернутости действий данного пути. Учитывая, что уровни свернутости действий отражены в таблице 3, сложность каждого из путей можно найти как сумму уровней свернутости действий данного пути. Таким образом, сложность первого пути равна сумме

уровней свернутости всех трех действий – 4, 4 и 3; сложность второго пути – 4 и 3, сложность третьего пути – 3. Результат рассуждений запишем в таблицу 5.

Таблица 5  
Сложность путей решения обучающего теста 2

|                |    |   |   |
|----------------|----|---|---|
| Путь решения   | 1  | 2 | 3 |
| Сложность пути | 11 | 7 | 3 |

Учитывая данные таблицы, найдем значения двух оставшихся параметров – сложности теста максимальной и сложности теста минимальной.

11. Сложность теста максимальная – это максимальная из сложностей путей теста. Из таблицы 5 наибольшее значение сложности пути равно 11.

12. Сложность теста минимальная – это минимальная из сложностей путей теста. Из таблицы 5 наименьшее значение сложности пути равно 3.

Все параметры теста учебной деятельности 2 занесем в таблицу 6.

Таблица 6  
Значения параметров теста учебной деятельности 2

| Параметры                                      | Значения параметров |
|--|---------------------|
| 1. Минимальный уровень свернутости теста       | 3                   |
| 2. Максимальный уровень свернутости теста      | 4                   |
| 3. Среднее значение уровня свернутости теста   | 3,7                 |
| 4. Степень неравномерности теста               | 1                   |
| 5. Длина теста                                 | 11                  |
| 6. Ширина теста                                | 1                   |
| 7. Уровень альтернативности теста максимальный | 0,5                 |
| 8. Уровень альтернативности теста минимальный  | 0,33                |
| 9. Уровень альтернативности теста средний      | 0,38                |
| 10. Степень разветвленности теста              | 3                   |
| 11. Уровень сложности теста максимальный       | 11                  |
| 12. Уровень сложности теста минимальный        | 3                   |

### 1.5.3.3. ЗНАЧЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

#### 1.5.3.3.1. ЗНАЧЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ 1

Для нахождения характеристик действий и теста нам понадобится таблица 7.

Таблица 7

Соответствие этапов и путей решения пунктам теста учебной деятельности 1

| Пункты теста | 1             | 2    | 3    | 4 | 5 | 6    | 7    | 8    | 9 | 10 | 11   | 12            | 13            |
|--------------|---------------|------|------|---|---|------|------|------|---|----|------|---------------|---------------|
| Этапы        | II            | III  | V    | V | V | VI   | III  | IV   | V | V  | VI   | IV            | VI            |
| Путь         | 1, 2, 3, 4, 5 | 1, 2 | 1, 2 | 1 | 2 | 1, 2 | 3, 4 | 3, 4 | 4 | 4  | 3, 4 | 1, 2, 3, 4, 5 | 1, 2, 3, 4, 5 |

На основе таблицы 7 составим схему 3.

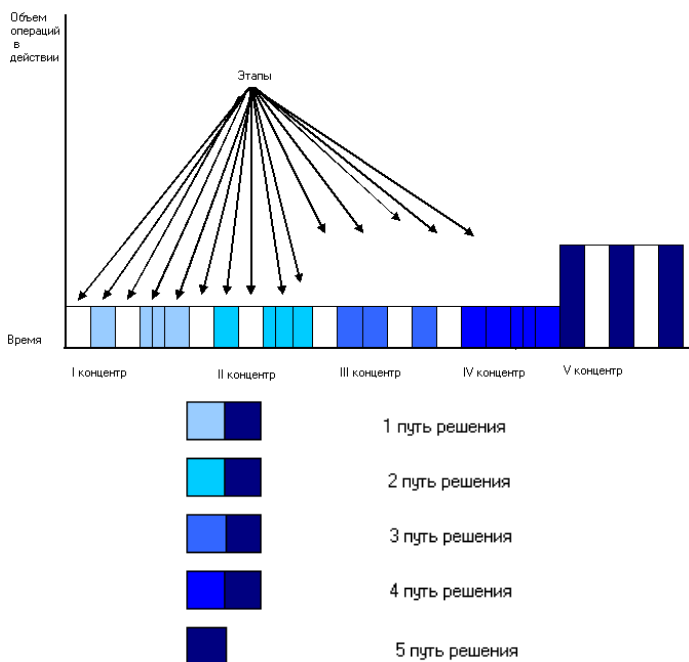


Рис. 3. Схема 3

Таблица 8

Характеристики действий теста учебной деятельности 1

| Характеристики действий                  | Действие |   |   |   |   |
|--|----------|---|---|---|---|
|  | 1        | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 1. Объем операций                        |          |   |   |   |   |
| 2. Время операций                        |          |   |   |   |   |
| 3. Уровень свернутости действия          | 3        | 3 | 3 | 2 | 3 |
| 4. Шаг действия                          | 4        |   |   |   | 1 |
| 5. Уровень свернутости шага              | 3        |   |   |   | 3 |
| 6. Уровень сложности выполнения действия | 3        | 3 | 3 | 2 | 3 |

Таблица 9

Уровень альтернативности пунктов теста учебной деятельности 1

| Задания теста                    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   |
|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Уровень альтернативности задания | 0,75 | 0,25 | 0,66 | 0,33 | 0,33 | 0,25 | 0,33 | 0,66 | 0,33 | 0,33 | 0,25 | 0,25 | 0,25 |

Таблица 10

Уровень сложности путей решения теста учебной деятельности 1

| Путь решения           | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------------------|---|---|---|---|---|
| Уровень сложности пути | 6 | 6 | 6 | 5 | 3 |

Таблица 11

Значения параметров теста учебной деятельности 1

| Параметры                                    | Значения параметров |
|--|---------------------|
| 1. Минимальный уровень свернутости теста     | 2                   |
| 2. Максимальный уровень свернутости теста    | 3                   |
| 3. Среднее значение уровня свернутости теста | 2,8                 |
| 4. Степень неравномерности теста             | 1                   |

|  |      |
|--|------|
| 5. Длина теста                                 | 6    |
| 6. Ширина теста                                | 4    |
| 7. Уровень альтернативности теста максимальный | 0,75 |
| 8. Уровень альтернативности теста минимальный  | 0,25 |
| 9. Уровень альтернативности теста средний      | 0,38 |
| 10. Степень разветвленности теста              | 5    |
| 11. Уровень сложности теста максимальный       | 6    |
| 12. Уровень сложности теста минимальный        | 3    |

### 1.5.3.3.2. ЗНАЧЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ 3

Для нахождения характеристик действий и теста нам понадобится таблица 12.

Таблица 12

Соответствие этапов и путей решения пунктам обучающего теста 3

| Пункты | 1                   | 2             | 3             | 4             | 5             | 6             | 7   | 8  | 9 | 10  | 11 | 12 | 13  | 14 | 15 | 16  | 17 | 18 | 19                  |
|--------|---------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----|----|---|-----|----|----|-----|----|----|-----|----|----|---------------------|
| Этапы  | II                  | III           | IV            | V             | VI            | II            | III | IV | V | III | IV | V  | III | IV | V  | III | IV | V  | VI                  |
| Путь   | 1,<br>2,<br>3,<br>4 | 1,<br>2,<br>3 | 1,<br>2,<br>3 | 1,<br>2,<br>3 | 1,<br>2,<br>3 | 1,<br>2,<br>3 | 1   | 1  | 1 | 2   | 2  | 2  | 3   | 3  | 3  | 4   | 4  | 4  | 1,<br>2,<br>3,<br>4 |

На основе таблицы 12 составим схему 4.

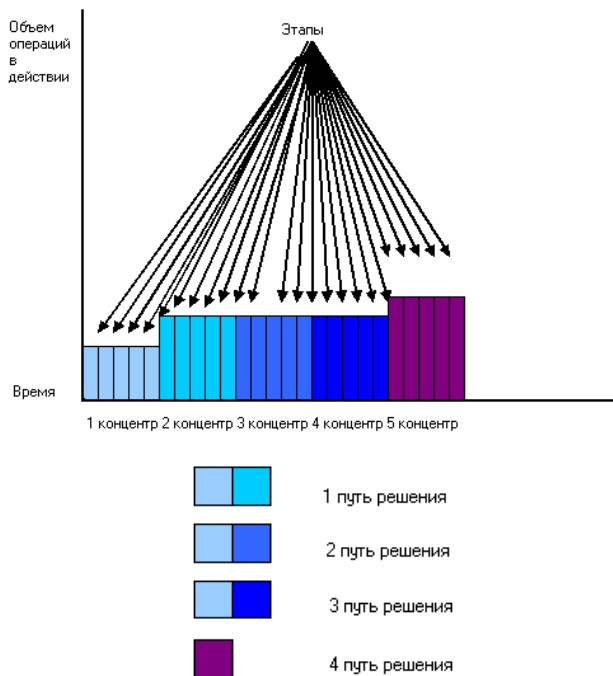


Рис. 4. Схема 4

Таблица 13

Характеристики действий теста учебной деятельности 3

| Характеристики действий                  | Действие |   |   |   |   |
|--|----------|---|---|---|---|
|  | 1        | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1. Объем операций                        |          |   |   |   |   |
| 2. Время операций                        |          |   |   |   |   |
| 3. Уровень свернутости действия          | 1        | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4. Шаг действия                          | 1        | 3 |   |   | 1 |
| 5. Уровень свернутости шага              | 1        | 1 |   |   | 1 |
| 6. Уровень сложности выполнения действия | 1        | 1 | 1 | 1 | 1 |



Таблица 14

Уровень альтернативности пунктов теста учебной деятельности 3

| Пункты теста                     | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   |
|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Уровень альтернативности задания | 0,66 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,75 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 |

Таблица 15

Уровень сложности путей решения теста учебной деятельности 3

| Путь решения           | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------------------------|---|---|---|---|
| Уровень сложности пути | 2 | 2 | 2 | 1 |

Таблица 16

Значения параметров теста учебной деятельности 3

| Параметры                                      | Значения параметров |
|--|---------------------|
| 1. Минимальный уровень свернутости теста       | 1                   |
| 2. Максимальный уровень свернутости теста      | 1                   |
| 3. Среднее значение уровня свернутости теста   | 1                   |
| 4. Степень неравномерности теста               | 0                   |
| 5. Длина теста                                 | 3                   |
| 6. Ширина теста                                | 3                   |
| 7. Уровень альтернативности теста максимальный | 0,75                |
| 8. Уровень альтернативности теста минимальный  | 0,33                |
| 9. Уровень альтернативности теста средний      | 0,37                |
| 10. Степень разветвленности теста              | 4                   |
| 11. Уровень сложности теста максимальный       | 2                   |
| 12. Уровень сложности теста минимальный        | 1                   |

### 1.5.3.3.3. ЗНАЧЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ 4

Для нахождения характеристик действий и теста нам понадобится таблица 17.

Таблица 17

Соответствие этапов и путей решения пунктам  
теста учебной деятельности 4

|        |            |         |         |   |   |   |   |            |
|--------|------------|---------|---------|---|---|---|---|------------|
| Пункты | 1          | 2       | 3       | 4 | 5 | 6 | 7 | 8          |
| Этапы  | II         | VI      | II      | V | V | V | V | VI         |
| Путь   | 1, 2, 3, 4 | 1, 2, 3 | 1, 2, 3 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1, 2, 3, 4 |

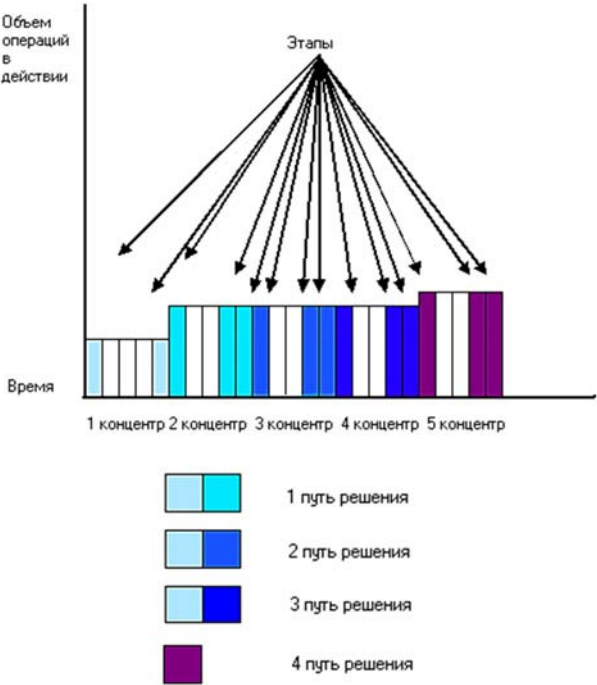


Рис. 5. Схема 5

Таблица 18

Характеристики действий теста учебной деятельности 4

| Характеристики действий         | Действие |   |   |   |   |
|---------------------------------|----------|---|---|---|---|
|                                 | 1        | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1. Объем операций               |          |   |   |   |   |
| 2. Время операций               |          |   |   |   |   |
| 3. Уровень свернутости действия | 4        | 3 | 3 | 3 | 3 |

## Тесты учебной деятельности в процессе доказательства теорем

|  |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|
| 4. Шаг действия                          | 1 | 3 |   |   | 1 |
| 5. Уровень свернутости шага              | 4 | 3 |   |   | 3 |
| 6. Уровень сложности выполнения действия | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 |

Таблица 19

Уровень альтернативности пунктов теста учебной деятельности 4

| Пункты теста                     | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Уровень альтернативности задания | 0,33 | 0,33 | 0,75 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 |

Таблица 20

Уровень сложности путей решения теста учебной деятельности 4

| Путь решения   | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------|---|---|---|---|
| Сложность пути | 7 | 7 | 7 | 3 |

Таблица 21

Значения параметров теста учебной деятельности 4

| Параметры                                      | Значения параметров |
|--|---------------------|
| 1. Минимальный уровень свернутости теста       | 3                   |
| 2. Максимальный уровень свернутости теста      | 4                   |
| 3. Среднее значение уровня сверн. теста        | 3,2                 |
| 4. Степень неравномерности теста               | 1                   |
| 5. Длина теста                                 | 10                  |
| 6. Ширина теста                                | 3                   |
| 7. Уровень альтернативности теста максимальный | 0,75                |
| 8. Уровень альтернативности теста минимальный  | 0,33                |
| 9. Уровень альтернативности теста средний      | 0,38                |
| 10. Степень разветвленности теста              | 4                   |
| 11. Уровень сложности теста максимальный       | 7                   |
| 12. Уровень сложности теста минимальный        | 3                   |

Таблица 22

Таблица значений параметров  
тестов учебной деятельности 1–4

| Параметры                                      | Тест 1 | Тест 2 | Тест 3 | Тест 4 |
|--|--------|--------|--------|--------|
| 1. Минимальный уровень свернутости теста       | 2      | 3      | 1      | 3      |
| 2. Максимальный уровень свернутости теста      | 3      | 4      | 1      | 4      |
| 3. Среднее значение уровня свернутости теста   | 2,8    | 3,7    | 1      | 3,2    |
| 4. Степень неравномерности теста               | 1      | 1      | 0      | 1      |
| 5. Длина теста                                 | 6      | 11     | 3      | 10     |
| 6. Ширина теста                                | 4      | 1      | 3      | 3      |
| 7. Уровень альтернативности теста максимальный | 0,75   | 0,5    | 0,75   | 0,75   |
| 8. Уровень альтернативности. теста минимальный | 0,25   | 0,33   | 0,33   | 0,33   |
| 9. Уровень альтернативности теста средний      | 0,38   | 0,38   | 0,37   | 0,38   |
| 10. Степень разветвленности теста              | 5      | 3      | 4      | 4      |
| 11. Уровень сложности теста максимальный       | 6      | 11     | 2      | 7      |
| 12. Уровень сложности теста минимальный        | 3      | 3      | 1      | 3      |

## ВЫВОДЫ

1. Анализ различных определений педагогических технологий позволил выделить основные признаки педагогической технологии:

- технология представляет собой алгоритмизированный и структурированный процесс, направленный на достижение однозначно поставленной цели обучения;

- технология предполагает наличие субъектов (людей, устройств, оборудования, машин и инструментов);

- наличие средств диагностики;

- данный процесс – наиболее эффективный по сравнению с подобными процессами, хотя бы по некоторым параметрам;

- воспроизводимость педагогических результатов;
- направленность технологии на достижение эффективности продукта;
- качество продукта может быть охарактеризовано параметрами эффективности.

2. Краткое рассмотрение подходов к технологии конструирования педагогических тестов позволяет выделить два основных подхода. В основе первого лежит применение теста в педагогике исследуя педагогические категории – знания, умения, навыки и др., в основе второго – психологические категории – действия, понимание, усвоение и др. Причем каждый из подходов основывался и развивался не на отрицании предыдущего, а как бы вырастая из него и идя в ногу с развитием педагогики, психологии, теории и методики обучения, менявших наше представление о направлениях тестирования, отличных от целей контроля.

3. Наивысшего уровня развития учебная деятельность достигает при планомерном формировании, построенном на принципах теории учебной деятельности. Анализ входящих в учебную деятельность действий и операций позволяет представить ее как многообъектное пространство управления их освоением, где каждый из объектов выступает для обучающегося в качестве самостоятельного предмета овладения и контроля.

4. Для осуществления тестового контроля планомерного формирования учебной деятельности будем рассматривать обучающие тесты.

Особенностью теста учебной деятельности является то, что в нем задается та или иная последовательность действий, направленная на решение задач. Тестируемый конструирует нужную последовательность, выбирая из списка предложенных действий. В тесте при этом оценивается не только результат (т. е. ответ к задаче), но и сконструированный путь ее решения. Следуя принятой терминологии (П.Я Гальперин и др.), можно сказать, что обучающие тесты контролируют создание учеником ориентировочной основы действий по решению задачи, и в этом главным образом заключается обучающий характер данной формы тестирования. В самом понятии обучающего теста заложена вариативность выбора путей выполнения тестового задания. Указанная вариативность должна

быть подчинена целям обучения: выбору учеником наиболее рационального пути выполнения задания на основе знаний, имеющихся у ученика на момент выполнения теста.

5. Конструирование содержания теста учебной деятельности осуществляется в соответствии с набором критериев (характеристик). Для определения характеристик обучающего теста выделены характеристики действий:

- объем операций в действии;
- время операции;
- уровень свернутости действия;
- шаг действия;
- уровень свернутости шага действия;
- сложность выполнения действия.

На основе характеристик действий сформулированы характеристики теста учебной деятельности:

- минимальный уровень свернутости теста;
- максимальный уровень свернутости теста;
- среднее значение уровня свернутости теста;
- степень неравномерности теста;
- длина теста;
- ширина теста;
- уровень альтернативности теста максимальный;
- уровень альтернативности теста минимальный;
- уровень альтернативности теста средний;
- степень разветвленности теста;
- уровень сложности теста максимальный;
- уровень сложности теста минимальный.

## **РАЗДЕЛ 2. ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

### **2.1. ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

#### **2.1.1. ОПОРА НА ТЕОРИЮ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ УМСТВЕННЫХ ДЕЙСТВИЙ**

Наиболее полно и конструктивно закономерности усвоения представлены в деятельностной теории обучения – теории поэтапного формирования умственных действий, которая нами была рассмотрена выше. Напомним, что П. Я. Гальперин выделил этапы интериоризации внешних действий, определил условия, обеспечивающие их наиболее полный и эффективный перевод во внутренние действия с заранее заданными свойствами. Напомним эти этапы.

1. Формирование мотивационной основы действия.
2. Становление первичной схемы ориентировочной основы действия.
3. Выполнение действий в материализованной (материальной) форме.
4. Выполнение внешнеречевых действий.
5. Выполнение во внешней речи про себя.
6. Выполнение умственных действий.

Опираясь на мнение Т.В. Габай, которая утверждает, что «мотивационный этап не может считаться рядоположным со всеми последующими этапами. ...Его функция совсем иная: он реализует не основной функциональный компонент учебной деятельности (учение), а составляет часть одного из подготовительных ее компонентов, а именно генеза субъекта» (Габай 1989: 96), будем рассматривать в обучающих тестах формирование действия лишь на 2, 3, 4, 5 и 6-м этапах.

Рассмотрим реализацию данных этапов средствами теста учебной деятельности на примере, состоящем из фрагмента решения задачи «Решите уравнение:  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ».

На втором этапе – становление первичной схемы ориентировочной основы действия – происходит становление системы ориентиров и указаний, учет которых необходим для выполнения осваиваемого действия с требуемыми качествами в заданном диапазоне. Решение данной задачи можно начать с выполнения следующего пункта:

1. Решение данного квадратного уравнения Вы начнете с:

|  |                 |
|--|-----------------|
| А. Нахождения корней   | переходите к Д1 |
| Б. Нахождения дискриминанта  | переходите к Д2 |
| В. Использования формулы корней приведенного квадратного уравнения | переходите к Д3 |

Д1. Подумайте, а как определить, есть ли вообще у данного уравнения корни, переходите к п. 1.

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2.

Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 16.

На третьем этапе – выполнение действий в материализованной (материальной) форме – учащиеся располагают информацией с усваиваемыми сведениями о выполняемой деятельности и заданием, требующим применения формируемой деятельности. Поэтому следующий пункт, который предлагается учащимся, может выглядеть так:

2. Дискриминант квадратного уравнения равен

А. разности квадрата второго коэффициента и четырехкратного произведения первого и третьего коэффициентов      переходите к Д4

Б. разности второго коэффициента и четырехкратного произведения первого и третьего коэффициентов      переходите к Д5

В. разности квадрата второго коэффициента и произведения первого и третьего коэффициентов      переходите к Д5

Д4. Верно, переходите к п. 3.

Д5. Подумайте, точно ли звучит данная формулировка, переходите к п. 2.

На четвертом этапе – выполнение внешнеречевых действий – опора на внешне представленные средства постепенно замещается опорой на представленные во внешней речи значения этих средств



и действий с их помощью. Необходимость вещественного пользования схемой ориентировочной основы действия отпадает; ее содержание полностью и психологически полноценно отражается в речи, которая и начинает выступать в качестве основной опоры для становящегося действия.

3. Пусть  $a$  – первый коэффициент,  $b$  – второй коэффициент,  $c$  – свободный член. Запишите формулу для нахождения дискриминанта  $D$ .

А.  $b^2 - 4ac$  переходите к Д6

Б.  $b - 4ac$  переходите к Д7

В.  $b^2 - 2ac$  переходите к Д8

Д6. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 4.

Д7. Обратите внимание на первое слагаемое и переходите к п. 3.

Д8. Обратите внимание на второе слагаемое и переходите к п. 3.

«На следующем, пятом этапе – выполнение во внешней речи про себя – учащиеся могут выполнять формируемое умение про себя, правильно используя знания. На этом этапе происходит постепенное исключение внешней, звуковой стороны речи; становящееся действие остается внешним лишь в незначительном количестве ключевых ориентировочных и исполнительских моментов, по которым осуществляется контроль (как внешний, так и внутренний, самоконтроль). Основное же содержание переносится во внутренний, умственный план. Учащиеся учатся анализировать словесные условия, им предлагается следующее задание из теста:

2. Запишите формулу для нахождения дискриминанта, используя данные задачи:

А.  $4 - 4 \cdot 3$  переходите к Д9

Б.  $-4 + 4 \cdot 3$  переходите к Д9

В.  $4 + 4 \cdot 3$  переходите к Д10

Д9. Проверьте знаки в полученном выражении, переходите к п. 4.

Д10. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 5.

На последнем, шестом этапе – выполнение умственных действий – учащимся предлагается решить записанное равенство и записать ответ. На последнем, шестом этапе в сознании остается только конечный результат – предметное содержание действия. Действие, прошедшее вышеперечисленные преобразования, приобретает вид непосредственного одномоментного усмотрения решения проблемной ситуации.

4. Дискриминант  $D$  равен

А. 4

переходите к Д11

Б. 16

переходите к Д12

В.  $-8$

переходите к Д13

Д11. Подумайте, надо ли извлекать корень, чтобы найти  $D$ , переходите к п. 5.

Д12. Верно, переходите к п. 6.

Д13. Обратите внимание на знак второго слагаемого и переходите к п. 5».

Итак, мы описали построение процесса усвоения знаний с учетом изменения действий по этапам.

Для формирования полноценного действия необходима строгая последовательность в отработке этапов и на каждом из них свойств действия.

Характеристика действий по этапам, в нашем случае представленная в виде комментариев к ответам, позволяет не только констатировать, но и выявить причины возникающих у ученика проблем с усвоением материала.

Формирование и качество нового действия зависит также от своеобразного разделения действий между учеником и учителем. Это нашло отражение в учении о типах деятельности, также рассмотренных нами выше. Соответствие тестов учебной деятельности какому-либо типу деятельности рассмотрим в следующем пункте.

### **2.1.2. ОРИЕНТАЦИЯ НА СМЕШАННЫЙ ТИП ОРИЕНТИРОВКИ В ЗАДАНИИ**

Выделяя действие как центральное звено управления процессом формирования познавательной деятельности, рассмотренная теория указывает структуру действия, его функциональные части. Согласно полученным данным, управление прежде всего должно

быть направлено на ориентировочную часть. Каждый из типов ориентировки соответствует определенному характеру процессов, качеству продукта, отношению ученика к предмету и процессу учения. Напомним, что, согласно теории формирования умственных действий, существует три основных типа ориентировки ученика в задании: I тип ООД: обучаемому показывают процесс выполнения действия и его конечный результат; II тип ООД: обучаемому показывают выполнение действий и конечный результат, при этом обучаемому представляют ориентиры и методики выполнения работы; III тип ООД: обучаемому не предоставляют готовые ориентиры, а обучаемый осваивает самостоятельное их нахождение, при этом учащийся осваивает оптимальную методику не одной, отдельно взятой операции, а целого класса операций.

В тестах учебной деятельности присутствует, на наш взгляд, так называемый «смешанный» тип ориентировки ученика в задании, для которого характерно следующее:

- учащийся конструирует ООД самостоятельно;
- взаимодействие «ученик – обучающий тест» осуществляется при активности учащегося;
- планомерная поэтапная тренировка;
- созданы такие условия, при которых правильное выполнение действия не только возможно, но и неизбежно;
- учащимся предлагается «внешне закреплённый план» (П.Я. Гальперин), с помощью которого ученик может ориентироваться в операциях по его выполнению, при этом ориентировочная основа является для ученика новой, т. е. учащийся создает ее сам – такое соединение решает проблему понимания;
- выделение критерия, имеющего качественную характеристику, а в случае измерения – также и количественную.

Ориентировка на определенный эталон при оценке конкретных величин – с выделением соответствующей стороны вещей и ее количественных показателей – ведет к дифференцировке первоначального глобального восприятия этих величин. В конкретной вещи начинают четко различаться ее отдельные стороны – естественно, потому, что показатели по одному параметру уже не смешиваются с показателями других параметров.

В нашем случае такими параметрами выступают уровень свернутости, уровень альтернативности, степень разветвленности теста и др.

Таким образом, тесты учебной деятельности представляют собой «смешанный» тип ориентировки ученика в задании, когда ученик на основании помощи в виде альтернатив к заданию и комментариев к ответам конструирует решение задачи.

### 2.1.3. ПРИНЦИП ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Принцип деятельности, характерный для обучающих тестов, означает, что обучающие тесты – это одна из форм учебной деятельности, т. е. в обучающих тестах выражены характеристики, структура учебной деятельности, а также способы выполнения действий и их последовательность.

В обучающих тестах выражены характеристики учебной деятельности, а именно: использование тестов учебной деятельности направлено на овладение учебным материалом, в частности решение задач; во-вторых, в них предполагается освоение общих способов действий и научных понятий; в-третьих, общие способы действий предваряют решение задач.

Приведем описание особенностей структуры учебной деятельности при использовании в тестах учебной деятельности.

1. Основой мотивационного компонента учебной деятельности является формирование направленности на способы своих действий. Кроме того, поскольку мотивом действий учащегося нередко служит успешный результат, положительно оцениваемый взрослым, в обучающих тестах присутствует ориентация и на результаты учебных действий.

2. Учебные задачи предлагаются учащемуся в определенной форме заданий, когда способ решения соотносится с субъектными характеристиками человека-решателя. Решая учебную задачу, учащиеся осознанно выполняют и контролируют свои действия.

3. Учебные задачи реализуются в виде последовательности учебных действий. Последовательность учебных действий носит планомерный характер.

4. Контроль в обучающих тестах может относиться не только к уже выполненным действиям, но и к планируемым. Контроль за действиями учащихся переходит в самоконтроль, оценка – в самооценку.

Уже отмечалось, что наивысшего формирования учебная деятельность достигает при планомерном характере ее организации. В обучающих тестах действия проходят пять этапов, что было показано в п. 2.1.1, и характеризуются параметрами, описанными в п. 1.5.2.

В п. 1.3.5 отмечалось, что мы останавливаемся на рассмотрении процесса деятельности учения и за основу определения деятельности учения принимаем общую формулировку, констатирующую наличие в ней двух стадий – возникновение в учащемся некоторого нового качества (процедура уяснения), а затем его совершенствования (процедура отработки).

На первой стадии деятельности (процедура уяснения) учащийся должен получить предварительное умение выполнять определенное предметно-специфическое действие, которое является лишь «полуфабрикатом» и отличается двумя существенными особенностями: 1) выполняемое на его основе действие представлено в идеальной форме; 2) реализуется лишь некоторыми, хотя и наиболее существенными операциями. Основным смыслом выполнения этого действия в получении его побочного продукта – фиксируемого в мозге учащегося следа этого действия.

Что касается второй стадии или процесса отработки, то в обучающих тестах она представлена следующим образом:

1. Как процесс первичного закрепления знаний и применения знаний; в связи с этим предполагается создание двух видов обучающих тестов – первичного закрепления знаний и применения знаний.

2. Содержит лишь поэтапные виды отработки – смысловое запоминание и поэтапная тренировка в решении задач (с опорой на ООД). В зависимости от этого в обучающих тестах может быть представлено различное количество этапов усвоения и определен такой параметр, как степень свернутости действия. Величина этого параметра может меняться от 1 до 5.

Таким образом, принцип деятельности проявляется в том, что в тестах учебной деятельности представлена структура учебной деятельности, составляющие деятельности учения – стадия уяснения ориентировочной основы и отработка формируемого действия (Ильясов, Галатенко 1994).

### 2.1.4. КОНТРОЛЬ ПУТИ (СПОСОБА) РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Напомним, что при рассмотрении способа решения задачи вводится понятие субъекта решения, или решателя (Балл 1990: 37). Соответственно способом решения задачи называется «всякая процедура, которая при осуществлении ее решателем может обеспечить решение данной задачи». Поскольку в самом понятии обучающего теста заложена множественность выбора путей выполнения тестового задания, способ решения в обучающих тестах соотносится с субъектными характеристиками учащегося, которые определяют не только выбор и последовательность операций, но и общую стратегию решения. Решение задачи, представленной в виде обучающего теста, предполагается различными способами и представляет большие возможности для совершенствования учебной деятельности и развития самого субъекта. Заметим, что при решении задачи одним способом существует цель учащегося – найти правильный ответ. В обучающих тестах учащийся стоит перед выбором наиболее краткого, рационального решения, что требует актуализации многих теоретических знаний, известных способов, приемов, новых для данной ситуации. При этом у обучающегося накапливается определенный опыт применения знаний, что способствует развитию приемов логического поиска и, в свою очередь, развивает его исследовательские способности. В понятие способа решения задачи Г.А. Балл включает сам процесс решения, а «программу решения учебной задачи можно представить как цепь взаимосвязанных вероятностных суждений. Умение выстраивать такую цепь является не только одним из ведущих учебных умений, но и основой научной деятельности» (Шадриков 1994: 157). В процессе поиска решения ученик может опробовать разные стратегии и разные способы действия. Заключительный этап решения – выбор одной из стратегий, реализуемой определенными способами действия.

Так, задача « $ABCD$  – трапеция.  $AD$  и  $BC$  – ее основания, а  $O$  – точка пересечения диагоналей. Найдите длину диагонали  $BD$ , если  $OD = 6$  см,  $AD = 10$  см,  $BC = 5$  см» наряду с традиционным содержанием и решение, выполняемое с помощью дополнительного построения. Этот способ решения задачи также необходимо включить в обучающий тест, так как на его основе формируется умение созда-

вать геометрические образы и оперировать ими. Если ученик решает задачу с помощью дополнительного построения, то можно сделать вывод о сформированности способа мысленного оперирования образом путем изменения его структуры. В случае выбора традиционного пути решения, можно предположить о несформированности данного умения.

### 2.1.5. КОНТРОЛЬ ДЕЙСТВИЙ УЧАЩИХСЯ

Выше подчеркивалось, что в обучающих тестах контролю подлежат продукты каждого производимого действия.

Рассмотрим реализацию структуры действия, выделенной в п. 1.5.1, на примере соответствующих пунктов теста учебной деятельности по теме «Площади параллелограмма, треугольника и трапеции»:

«Тупой угол равнобедренной трапеции равен  $135^\circ$ , а высота, проведенная из вершины этого угла, делит большее основание на отрезки 1,4 см и 3,4 см. Найдите площадь трапеции».

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Каков острый угол, лежащий против высоты в треугольнике, образованном боковой стороной трапеции и ее высотой, опущенной из вершины данного тупого угла:

- |               |                 |
|---------------|-----------------|
| А. $30^\circ$ | переходите к Д1 |
| Б. $45^\circ$ | переходите к Д2 |
| В. $60^\circ$ | переходите к Д1 |

Д1. Подумайте и найдите разность углов  $180^\circ$  и  $135^\circ$ , переходите к п. 1.

Д2. Верно, переходите к п. 2.

2. Какого вида этот треугольник:

- |                                   |                 |
|-----------------------------------|-----------------|
| А. Прямоугольный                  | переходите к Д7 |
| Б. Равнобедренный                 | переходите к Д8 |
| В. Прямоугольный и равнобедренный | переходите к Д9 |

Д7. Верно, но вспомните еще и свойство равнобедренного треугольника, чтобы определить второй его угол, вернитесь к п. 2.

Д8. Верно, но рассмотрите еще и углы в данном треугольнике, вернитесь к п. 2.

- Д9. Правильно, переходите к п. 3.
3. Для определения площади трапеции:
- А. Найдите высоту переходите к Д10
- Б. Определите меньшее основание переходите к Д11
- Д10. Такой путь возможен, переходите к п. 4.
- Д11. Подумайте, достаточно ли у Вас данных, переходите к п. 3.
4. Чему равна высота трапеции?
- А. 1,4 см переходите к Д12
- Б. 3,4 см переходите к Д13
- В. Другой ответ переходите к Д13
- Д12. Правильно, переходите к п. 5.
- Д13. Обратите внимание на вид треугольника, образованного боковой стороной и высотой трапеции, вернитесь к п. 4.
5. Чтобы продолжить решение задачи, необходимо:
- А. Провести высоту из второго тупого угла переходите к Д14  
на нижнее основание
- Б. Провести высоту из второго острого переходите к Д15  
угла на продолжение верхнего основания
- Д14. Такой путь возможен, переходите к п. 6.
- Д15. Такой путь возможен, переходите к п. 9.
6. Прямоугольные треугольники трапеции, образованные боковыми сторонами и высотой:
- А. Равны по двум катетам переходите к Д16
- Б. Равны по гипотенузе и острому углу переходите к Д17
- В. Равны по гипотенузе и катету переходите к Д18
- Г. Не равны переходите к Д19
- Д16. У нас нет информации о втором катете, переходите к п. 6.
- Д17. Если учесть, что в равнобедренной трапеции углы при основании равны, то да, переходите к п. 7.
- Д18. Верно, переходите к п. 7.
- Д19. Неверно, переходите к п. 6.
7. Чему равно меньшее основание трапеции?
- А. 4,8 см переходите к Д20
- Б. 3,4 см переходите к Д20
- В. 2 см переходите к Д21
- Д20. Учтите результат предыдущего пункта и вернитесь к п. 7.
- Д21. Верно, переходите к п. 8.



8. Пусть  $a$  – меньшее основание,  $b$  – большее основание,  $h$  – высота трапеции, тогда площадь трапеции равна:

А.  $(a + b) \cdot h$  переходите к Д22

Б.  $\frac{a + b}{2} \cdot h$  переходите к Д23

В.  $h \cdot b$  переходите к Д24

Д22. Неверно, вернитесь к п. 8.

Д23. Верно, переходите к п. 12.

Д24. Вспомните формулу нахождения площади трапеции, вернитесь к п. 8.

9. Опираясь на полученный чертеж, выберите верное утверждение:

А. Прямоугольные треугольники равны по двум катетам переходите к Д25

Б. Прямоугольные треугольники равны по гипотенузе и острому углу переходите к Д26

В. Прямоугольные треугольники равны по гипотенузе и катету переходите к Д27

Г. Не равны переходите к Д28

Д25. У Вас нет информации о втором катете, переходите к п. 9.

Д26. У Вас нет достаточной информации об углах, переходите к п. 9.

Д27. Верно, переходите к п. 10.

Д28. Неверно, переходите к п. 9.

10. Выберите верное утверждение

А. Площади полученного прямоугольника и данной трапеции равны переходите к Д29

Б. Площади полученного прямоугольника больше площади данной трапеции переходите к Д30

В. Площади полученного прямоугольника меньше площади данной трапеции переходите к Д30

Г. Ничего нельзя сказать о площадях полученного прямоугольника и данной трапеции переходите к Д31

Д29. Верно, переходите к п. 12.

Д30. Подумайте и сравните площади полученных треугольников, переходите к п. 11.

Д31. Неверно, переходите к п. 11.

11. Площадь трапеции равна:

A.  $\frac{3,4 \cdot 1,4}{2}$

переходите к Д32

Б.  $3,4 \cdot 1,4$

переходите к Д33

В.  $(3,4 + 1,4) \cdot 2$

переходите к Д32

Д32. Неверно, вспомните формулу площади прямоугольника, переходите к п. 11.

Д33. Верно, переходите к п. 12.

12. Ответ к задаче таков:

A.  $4,76 \text{ см}^2$

переходите к Д33

Б. Другой ответ

переходите к Д34

Д32. Ответ правильный.

Д33. Вы допустили ошибку в вычислениях, вернитесь к п. 12.

1. Действию «преобразование условий учебной задачи с целью обнаружения общего отношения, лежащего в основе изучаемой системы теоретических знаний» соответствует третий пункт задачи.

2. Действию «моделирование выделенного отношения в графической и знаковой форме» соответствует пятый пункт задачи.

3. Действию «преобразование модели отношения с целью изучения ее общих свойств» соответствует девятый пункт задачи.

4. Действию «выделение и решение конкретно-практических вопросов на основе общего способа» соответствует десятый пункт задачи.

Действие «контроль за выполнением предыдущих действий» осуществляется с помощью самой формы обучающего теста. Реализация действия «усвоение общего способа решения» подробно рассматривалось в пункте 2.1.4.

Важно, что контроль за действиями осуществляется не на «глазок», а с помощью объективных независимых характеристик, определенных в пункте 1.5: объема операций в действии; времени операции; уровня свернутости действия; шага действия; уровня свернутости шага действия; сложности выполнения действия.

### 2.1.6. КОНТРОЛЬ ЭТАПА УСВОЕНИЯ

Подчеркнем, что требование контроля действий учащихся сохраняет силу не только на первых, но и на последних этапах усвоения. Эмпирически формирование действия может происходить с

пропуском некоторых этапов шкалы поэтапного формирования умственных действий, рассмотренной в п. 1.3. Там же было показано, что в ряде случаев такой пропуск является психологически оправданным.

В связи с этим вводится такая независимая характеристика, как уровень свернутости действия, позволяющая контролировать количество пропущенных этапов – оно может изменяться от 0 до 4 (учитывая, что количество этапов, которые задействованы в построении обучающих тестов, равно 5). Соответственно уровень свернутости действия может быть равен: 0, 1, 2, 3, 4. Нулевая ее отметка означает, что действие свернуто минимально, т. е. в тесте присутствуют все пять этапов формирования умственных действий, а степень свернутости, равная четырем, означает, что действие свернуто максимально, т. е. в тесте присутствуют лишь два этапа. Приведем пример, позволяющий проиллюстрировать сказанное. Рассмотрим различный уровень свернутости одного и того же действия, а именно – нахождение дискриминанта при решении квадратного уравнения:  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

*Вариант 1.* Пусть уровень свернутости действия равен одному, тогда действие будет иметь вид:

1. Решение данного квадратного уравнения Вы начнете с:
  - А. Нахождения корней переходите к Д1
  - Б. Нахождения дискриминанта переходите к Д2
  - В. Использования формулы корней приведенного квадратного уравнения переходите к Д3

Д1. Подумайте, как определить, есть ли вообще у данного уравнения корни, переходите к п. 1.

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2.

Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 16.

2. Дискриминант квадратного уравнения равен
  - А. разности квадрата второго коэффициента и четырехкратного произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д4
  - Б. разности второго коэффициента и четырехкратного произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д5
  - В. Разности квадрата второго коэффициента и произведения первого и третьего коэффициентов переходите к Д5

Д4. Верно, переходите к п. 3.

Д5. Подумайте, точно ли звучит данная формулировка, переходите к п. 2.

3. Пусть  $a$  – первый коэффициент,  $b$  – второй коэффициент,  $c$  – свободный член. Запишите формулу для нахождения дискриминанта  $D$ .

А.  $b^2 - 4ac$  переходите к Д6

Б.  $b - 4ac$  переходите к Д7

В.  $b^2 - 2ac$  переходите к Д8

Д6. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 4.

Д7. Обратите внимание на первое слагаемое и переходите к п. 3.

Д8. Обратите внимание на второе слагаемое и переходите к п. 3.

4. Запишите формулу для нахождения дискриминанта, используя данные задачи:

А.  $4 - 4 \cdot 3$  переходите к Д9

Б.  $-4 + 4 \cdot 3$  переходите к Д9

В.  $4 + 4 \cdot 3$  переходите к Д10

Д9. Проверьте знаки в полученном выражении, переходите к п. 4.

Д10. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 5.

5. Дискриминант  $D$  равен

А. 4 переходите к Д11

Б. 16 переходите к Д12

В. -8 переходите к Д13

Д11. Подумайте, надо ли извлекать корень, чтобы найти  $D$ , переходите к п. 5.

Д12. Верно, переходите к п. 6.

Д13. Обратите внимание на знак второго слагаемого и переходите к п. 5.

*Вариант 2.* «Пусть уровень свернутости равен четырем, тогда действие будет иметь вид:

9. Решение данного квадратного уравнения Вы начнете с выполнения следующего действия:

- |  |                 |
|--|-----------------|
| А. Нахождения корней   | переходите к Д1 |
| Б. Нахождения дискриминанта  | переходите к Д2 |
| В. Использования формулы корней приведенного квадратного уравнения | переходите к Д3 |

Д1. Подумайте, а как определить, есть ли вообще у данного уравнения корни, переходите к п. 1.

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2.

Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 7.

10. Дискриминант квадратного уравнения равен:

- |       |                 |
|-------|-----------------|
| А. 4  | переходите к Д4 |
| Б. 16 | переходите к Д5 |
| В. -8 | переходите к Д6 |

Д4. Подумайте, надо ли извлекать корень, чтобы найти  $D$ , переходите к п. 2.

Д5. Верно, переходите к п. 3.

Д6. Обратите внимание на знак второго слагаемого и переходите к п. 2».

Таким образом, в обучающих тестах подвергается контролю этап усвоения. Это позволяет классифицировать обучающие тесты следующим образом:

1) обучающие тесты, имеющие свернутый характер (4-й уровень свернутости). В нашем примере это вариант 2;

2) обучающие тесты, имеющие развернутый характер (1, 2 или 3-й уровень свернутости). В нашем примере это первый вариант. Данная классификация позволяет применять «свернутый» тест ученикам, которые уже усвоили действие, и развернутый тест – ученикам, находящимся на ранних стадиях усвоения.

### **2.1.7. РАВНОМЕРНОСТЬ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

В п. 1.5.2 был введен такой параметр как степень равномерности теста (разность между максимальным и минимальным уровнем свернутости теста). Обучающий тест называется равномерным, если значение степени равномерности теста не больше единицы.

В п. 1.3.4.1 на основе структурных моментов деятельности и их составляющих был рассмотрен ее параметр, известный в теории планомерного формирования умственных действий как форма, или уровень действия. Напомним, что дифференцируется форма действия следующим образом:

1) действие может быть выполняемо с внешним предметом (материальная форма), но с опорой на внутреннюю программу;

2) субъект может действовать с идеальными образами, т. е. во внутреннем плане (громкоречевая форма), используя не внешние двигательные органы, а лишь их центральные представительства;

3) действие может принимать форму «идеального действия» (умственная форма), когда субъект получает в качестве прямого и побочных продуктов образы воображения.

Возникающий естественно вопрос о соотношении указанных форм действия в тестах учебной деятельности можно решить, опираясь на следующее положение, сформулированное Т.В. Габай: «В норме, если действие производится с внешним материальным предметом, то и объекты, опосредующие воздействия на него субъекта, также внешние, материальные» (1989: 54). Это означает, что в обучающий тест естественно включать действия лишь одной формы: либо материализованной, либо громко-речевой, либо умственной. Приведем следующее сравнение их с этапами процесса усвоения.

Таблица 23

| Форма действия    | Уровень свернутости действия | Этапы процесса усвоения  |
|-------------------|------------------------------|--|
| Материализованная | 1 и (или) 2                  | Выяснение ориентировочной основы действия (2)<br>Этап выполнения действий в материализованной (материальной) форме (3) |
| Громко-речевая    | 3                            | Этап выполнения во внешней речи про себя (4)   |
| Умственная        | 4                            | Этап внешнеречевых действий (5)<br>Этап умственных действий (6)  |

На основании данных, приведенных в таблице 1, можно утверждать, что действия одной формы в терминах уровня свернутости

отличаются не более чем на 1. Следовательно, в тестах учебной деятельности должно соблюдаться требование равномерности - разность между максимальным и минимальным уровнем свернутости теста принимает значение не более 1.

### **2.1.8. КОНТРОЛЬ УРОВНЯ СВЕРНУТОСТИ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Контроль уровня свернутости теста осуществляется с помощью введения таких параметров теста учебной деятельности, как среднее значение уровня свернутости теста и степень равномерности теста (последняя характеристика контролируется с помощью введения таких, как максимальный уровень свернутости теста и минимальный уровень свернутости теста). Подробно методика подсчета этих характеристик описана в п. 5.3.2.

Контроль уровня свернутости теста становится возможным за счет следования такому принципу, как равномерность теста, описания которого приведено в предыдущем пункте.

В п. 1.5.3.2 на примере теста учебной деятельности 2 рассматривалось нахождение всех определенных нами параметров, в том числе и среднее значение уровня свернутости. Эта характеристика для данного теста равна 3,7.

Эта оценка может определяться для каждого пути решения. Так, в обучающем тесте 2 для первого пути решения данная характеристика будет равна 3,7 (среднее арифметическое чисел 4, 4 и 3); для второго пути – равна 3,5 (среднее арифметическое чисел 4 и 3); для третьего пути – равна 3 (путь решения состоит из одного действия, уровень свернутости которого равен 3). Очевидно, что наиболее рациональный путь решения наиболее свернут. При выполнении данного теста ученику может быть поставлена задача – выполнить этот тест со значением уровня свернутости 3.

Следовательно, ученик, в зависимости от выбранного им пути решения, может получить оценку уровня свернутости, являющуюся неформальной оценкой развития мышления учащегося.

Такую оценку уровня свернутости можно находить также для всего класса, параллели и т. д.

### **2.1.9. СТРУКТУРА ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Тест учебной деятельности состоит из двух частей. Первая часть – собственно обучающая – связана с недостатками в умении думать, анализировать задачу, в умении применять знания, т. е. с недостатками в аналитико-синтетических операциях. Главная цель этой части – научить обучаемого. Она включает в себя все содержание, реализующее то, что обучаемые должны знать согласно поставленным целям.

Вторая часть – контролирующая, связана с недостатками в знаниях. Главная цель этой части – выявить, усвоены или не усвоены знания, умения и навыки, изученные на предыдущем этапе обучения.

### **2.1.10. ШИРИНА И СТЕПЕНЬ АЛЬТЕРНАТИВНОСТИ ТЕСТА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Основной тезис данного пункта таков: ширина и степень альтернативности не должны принимать значения более четырех.

Приступим к его обоснованию. Рассматривая проблемы построения обучающих тестов, нам необходимо рассмотреть понятие внимания, а также одно из основных его свойств – объем внимания.

Внимание – это направленность и сосредоточенность психической деятельности на одни предметы или явления при одновременном отвлечении от других. Внимание – динамическая характеристика деятельности, ее необходимая сторона. Объектом внимания могут выступать как воздействия внешней среды, так и собственные мысли, переживания, действия.

Внимание человека обладает следующими основными свойствами: устойчивостью, сосредоточенностью, переключаемостью, распределением и объемом.

Объем внимания – это такая его характеристика, которая определяется количеством информации, одновременно способной сохраняться в сфере повышенного внимания (сознания) человека. Численная характеристика среднего объема внимания людей – 5–7 единиц информации. Она обычно устанавливается посредством опыта, в ходе которого человеку на очень короткое время предъявляется большое количество информации. То, что он за это время



успевает заметить, и характеризует его объем внимания. Поскольку экспериментальное определение объема внимания связано с кратковременным запоминанием, то его нередко отождествляют с объемом кратковременной памяти.

Учитывая численную характеристику объема внимания и то, что она устанавливается опытным путем, при выявлении ширины и степени альтернативности обучающих тестов мы обратимся к опыту создания тестов контролирующего характера.

В материалах *А.Н. Майорова* приведена инструкция по составлению тестовых заданий Голландского института СИТО, которая так определяет количество альтернатив: «Обычный вопрос состоит из введения, самого вопроса и ряда альтернатив, каждая из которых представляет собой ответ на вопрос. Оптимальное количество альтернатив – это 3 или 4. Имея две альтернативы, экзаменуемый начнет догадываться о правильном ответе, особенно, если альтернативы похожи друг на друга (менее способные экзаменуемые встретят больше трудности, чем более способные при выявлении различия между этими альтернативами). Обычно трудно найти более 4 интересных и оригинальных альтернатив, и к тому же на их чтение уйдет больше времени экзаменуемого» (2000: 104). При этом *А.Н. Майоров* уточняет, что оптимальное количество альтернатив в случаях с цифровыми выражениями равно 5, «при этом, – пишет он, – необходимо учитывать, что не всегда это возможно» (2000: 104).

Учитывая, что в тестах учебной деятельности учащийся встречается не только и не столько с цифровыми выражениями, но еще и с теоретическим материалом и комментариями к ответам, оптимальное количество рассматриваемых характеристик равно 3, а максимальное их число – 4.

### **2.1.11. ДЕЛЕНИЕ МАТЕРИАЛА НА ПОРЦИИ, ПРЕДСТАВЛЯЮЩИЕ СОБОЙ «КОНЕЧНЫЕ ЕДИНИЦЫ» ИЛИ «ОСНОВНЫЕ ЕДИНИЦЫ»**

Напомним, что «конечные единицы» или «основные единицы» – это такие единицы, на которые делится данная сфера действительности на современном уровне научных знаний (*Давыдов* 1986).

Характеристики «конечных» или «основных единиц» материала имеются в работах П.Я. Гальперина, но лишь в логически неразвернутой и метафорически-косвенной форме. Приведем их содержательную характеристику.

Допустим, речь идет о формировании научных понятий. В качестве средства усвоения возьмем действие подведения под понятие. Учащийся, выполняя это действие последовательно на всех этапах, научается мгновенно, в уме распознавать объекты, принадлежащие данному классу. Анализируя поэтапно объекты с разных существенных свойств, он постепенно формирует обобщенный, абстрактный образ объектов данного класса – понятие о них. Однако, успешно выполняя на его основе действие распознавания, ученик может не уметь выполнить другие действия: сравнения, выведения следствий из факта принадлежности объекта данному классу и др., так как это другие действия, которым его не обучали. Вместе с тем, они также могут быть использованы и как средства формирования понятий и выступать как специальная цель обучения. Естественно, что качество усвоения понятий, используемых в различных видах деятельности, должно быть признано как более высокое по сравнению с первым случаем, где понятие ограничено рамками одного действия.

В рамках изложенного может быть конкретно раскрыт и развивающий эффект обучения. Если система действий, используемых при усвоении знаний, ограничена, то будет происходить накопление знаний без приобретения новых познавательных возможностей. Так, в нашем примере можно всю систему научных понятий того или иного учебного предмета сформировать с помощью действия подведения под понятие. Ученик будет ориентироваться каждый раз на существенные свойства предметов, безошибочно распознавать их, но и только. Но можно сделать и другое: при усвоении двух-трех понятий сформировать всю систему возможных познавательных действий. В этом случае знаний ученик приобретает мало, но познавательные возможности его будут существенно выше, чем в первом случае.

Формирование действий, моделирующих основные единицы материала, позволяет раскрывать учащимся общие правила в самом процессе их воспроизведения, т. е. позволяет преодолеть «индуктивность» при сохранении единства в изучении общего и частного.

В этом состоит суть и методика выделения в обучающих тестах «конечных» или «основных единиц».

### 2.1.12. РЕАЛИЗАЦИЯ САМОКОНТРОЛЯ В ТЕСТАХ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Мы выдвигаем данный тезис в качестве принципа, так как понимаем самоконтроль не только как структурный компонент учебной деятельности, но еще и как акт умственной деятельности (формой проявления и развития самосознания, мышления, качеством ума, признаком его критичности, дисциплины): «...каждая деятельность имеет свою историю, – пишет Т.В. Габай, – и определенные обстоятельства обуславливают сам факт ее инициирования, как и то, что она реализуется данным способом, а не каким-то иным. Эти обстоятельства, будучи поставлены под контроль того или иного лица, являются в его руках средством «вызывания к жизни» процесса желаемой деятельности. Если такое лицо – сам субъект предстоящей деятельности, то можно говорить о самоуправлении, в противном случае имеет место внешнее управление поведением этого субъекта» (1989: 42–43).

В теории П.Я. Гальперина, рассмотренной в п. 1.3.4.1, говорится о том, что обратная связь должна нести следующую информацию:

- а) выполняет ли обучаемый то действие, которое запланировано;
- б) правильно ли его выполняет;
- в) соответствует ли форма действия данному этапу усвоения и т. д.

Заметим, что речь идет о контроле результата действия, а контроль по результату имеет смысл лишь тогда, когда учащийся совершил ошибку. Из этого следует, что кроме контроля по результату существует контроль процесса – разновидности самоконтроля. Кроме того, как утверждает Д.Б. Эльконин, контроль по результату не ставит перед учащимися задачи осознанного усвоения учебного действия (1961).

С этой целью в обучающих тестах формируется образец способа действия. Он должен содержать в себе опорные точки, на основании сопоставления с которыми может быть произведено действие контроля до того как осуществится то искомое действие, ради которого применяется данный способ.

Учитывая сказанное, выделим следующие структурные элементы самоконтроля в обучающих тестах:

- внимание к результатам своей работы;
- наличие контроля за ходом мыслительных операций;
- наблюдение за ходом работы по заранее известным критериям;
- точное и своевременное обнаружение и исправление недостатков в работе.

### 2.1.13. ПРИНЦИП СИСТЕМНОГО КВАНТОВАНИЯ

Принцип системного квантования выполняет требования теории сжатия учебной информации и теории укрупнения дидактических единиц, которые рассматривались выше.

Принцип системного квантования обеспечивается соответствующим структурированием учебной информации. В каждой порции учебного материала, называемой квантом, учитывается не только объективная структура процесса, но и фактические возможности ученика. Если уровень подготовки ученика недостаточен, то объем отдельных операций уменьшается, при более высоком уровне подготовки – возрастает. Поэтому мы определили такую структуру кванта:

1. Четкая постановка дидактической цели в виде конкретного задания.
2. Предъявление учебного материала, который позволяет преодолевать затруднения учащихся.
3. Стимулирование реакций учащихся.
4. Обеспечение обратной связи.
5. Руководство мыслительной деятельностью.
6. Стимулирование припоминания необходимых знаний и умений, а также прочности полученных знаний и умений и их переноса.
7. Оценка действий учащихся.

В качестве примера, демонстрирующего данный принцип, в частности, за счет чего происходит «сжатие» информации, приведем следующий.

Пример 1. Для решения задачи определения тригонометрического выражения  $\sin 105^\circ$  существует инструкция, состоящая из трех правил:

P1: если нужно получить значение некоторого тригонометрического выражения, то найдите подходящую формулу;

Р2: если нужно получить значение некоторого тригонометрического выражения и найдена подходящая формула, то подставьте число из задачи вместо переменной в формуле;

Р3: если переменная в формуле представлена в виде суммы двух переменных  $(\alpha + \beta)$ , то разбейте число в задаче на подходящие значения и определите две переменные.

Для нашего примера 1 «сжатие» информации производится за счет композиции этих правил. В итоге «сжатия» задание обучающего теста может состоять из вопросов:

1. Для вычисления  $\sin 105^\circ$  Вы будете использовать формулу:

- А.  $\sin (\alpha + \beta)$
- Б.  $\sin (\alpha - \beta)$
- В.  $\sin \alpha + \sin \beta$
- Г.  $\sin \alpha - \sin \beta$

2. Число  $105^\circ$  в данной задаче Вы разобьете на сумму чисел:

- А.  $30^\circ$  и  $75^\circ$
- Б.  $45^\circ$  и  $60^\circ$
- В.  $90^\circ$  и  $15^\circ$

3. Подставив значения в формулу Вы получите:

- А.  $\sin (45^\circ + 60^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$
- Б.  $\sin (45^\circ + 60^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 60^\circ$
- В.  $\sin (45^\circ + 60^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ$

4. Вычислив значения  $\sin 45^\circ$  и  $\cos 60^\circ$ , Вы получите:

- А.  $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
- Б.  $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$
- В. Другой ответ

5. Ответ к задаче таков:

- А.  $\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{4}$
- Б. Другой ответ

### 2.1.14. ПРИНЦИП КОНЦЕНТРИЗМА

В основе данного принципа лежит понятие концентризма, что означает возвращение к предыдущему с позиции последующего (движение от абстрактного к конкретному).

В п. 1.5.2 было подробно рассмотрено, что такое концентры и какова их роль в обучающих тестах. Напомним, что, выстраивая усвоение умения согласно теории П.Я. Гальперина, мы, с одной стороны, освобождаем учащегося от выполнения лишних операций, отдельные акты действия начинают выполняться сокращенно, по «формуле». С другой стороны, благодаря концентрической системе, действие обогащается дополнительными полезными операциями, обуславливающими получение более совершенного продукта.

Отметим, что теория концентров лежит в основе измеряемых характеристик обучающих тестов, таких, как объем операций в действии, время, шаг теста, уровень свернутости шага, длина теста, ширина теста, методика определения которых подробно рассмотрена также в п. 1.5.2. Это означает, что выявление таких концентров в обучающих тестах приобретает принципиальное значение для построения тестов учебной деятельности.

### 2.1.15. ПРИНЦИП ТЕХНОЛОГИЧНОСТИ

Покажем, что тесты учебной деятельности являются педагогической технологией.

Теоретические вопросы, связанные с сущностью педагогической технологии, были рассмотрены в первой главе. Обоснование данного принципа проведем, основываясь на ее результатах. В частности, были выделены основные признаки педагогической технологии:

- технология представляет собой алгоритмизированный и структурированный процесс, направленный на достижение однозначно поставленной цели обучения;
- технология предполагает наличие субъектов (людей, устройств, оборудования, машин и инструментов);
- наличие средств диагностики;
- данный процесс – наиболее эффективный по сравнению с подобными процессами, хотя бы по некоторым параметрам;
- воспроизводимость педагогических результатов;

– направленность технологии на достижение эффективности продукта;

– качество продукта может быть охарактеризовано параметрами эффективности.

Рассмотрим соответствие технологии создания теста учебной деятельности отмеченным признакам.

1. Способ постановки целей, который предлагает инновационная педагогическая технология обучающего тестирования, отличается повышенной инструментальностью. Он состоит в том, что цели обучения формулируются через результаты обучения, выраженные в действиях учащихся. Напомним, что особенностью обучающего теста является то, что в нем задается та или иная последовательность действий, направленная на решение задач. То есть реализация данного требования становится очевидной.

2. Технология представляет собой алгоритмизированный и структурированный процесс: действия учащегося систематизируются согласно теории планомерного формирования учебной деятельности.

3. Управляемость означает контроль за созданием учеником ориентировочной основы действий по решению задачи, при этом оценивается не сам результат (т. е. ответ к задаче), а сконструированный путь ее решения.

4. Воспроизводимость обеспечивается возможностью объективных поэтапных измерений результатов педагогической деятельности педагога.

5. Обучающие тесты по своей форме являются диагностирующим средством.

Соответствие выделенным признакам позволяет рассматривать конструирование обучающих тестов как определенную педагогическую технологию. Ее инновационность определяется тем, что в отличие от обычных тестов обучающие тесты контролируют создание учеником ориентировочной основы действий по решению задачи.

Таким образом, конструирование обучающих тестов осуществляется на основе следующих принципов: опора на теорию поэтапного формирования умственных действий; ориентация на смешанный тип ориентировки в задании; принцип деятельности; контроль пути (способа) решения задачи; контроль действий учащихся; кон-

троль прохождения учащимися всех этапов обучения; равномерность обучающего теста; контроль уровня свернутости теста; структура обучающих тестов; ширина и степень альтернативности обучающего теста; деление материала на порции, представляющие собой «конечные единицы» или «основные единицы»; реализация самоконтроля в тестах учебной деятельности; принцип системного квантования; принцип концентризма; принцип технологичности.

В результате соблюдения вышерассмотренным принципам:

- управление учебной деятельностью осуществляется с учетом всех ее особенностей на всех этапах решения учебной задачи;
- происходит переход от учения к самообучению;
- учащийся имеет возможность дойти до правильного решения задачи любой сложности;
- существует выбор последовательности изучения учебного материала;
- учащийся освобождается от выполнения рутинных операций;
- учащийся имеет возможность, не обращаясь к педагогу, получить требуемую информацию, в том числе и относящуюся к способу решения задачи;
- учащийся избавляется от страха допустить ошибку;
- учащийся получает возможность приобщения к исследовательской работе;
- объектом изучения учащегося становится его собственная деятельность.

## **2.2. ИЗМЕРЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

### **2.2.1. ФАКТОРЫ ИЗМЕРЕНИЯ И ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Совершенствование педагогических оценок на основе измерений, с одной стороны, необходимо для эффективного управления качеством обучения. С другой - сильная сторона тестового метода состоит в возможности проведения педагогического измерения. Напомним, что измерение представляет собой процедуру количественного сопоставления имеющегося у испытуемых свойства с



некоторым эталоном, принимаемым за единицу измерения. Что касается знания, присваиваемого учащимися, то его приходится измерять опосредованно, через эмпирически фиксируемые проявления так называемых признаков (индикаторов) знания. В контролирующих тестах в качестве такого признака (индикатора) знания выступает каждое отдельное задание теста. В обучающих тестах в качестве такового выступает каждое отдельное действие в цепочке, приводящей к выполнению задания.

Рассмотрим введенное *В.С. Аванесовым* такое понятие как эффективность теста. «Эффективным можно назвать тест, который лучше, чем другие тесты измеряет знания студентов интересующего уровня подготовленности, с меньшим числом заданий, качественнее, быстрее, дешевле, и все это – по возможности, в комплексе. С понятием «эффективность» сопряжено и близкое к нему по содержанию понятие «оптимальность». Последнее трактуется как наилучшее из возможных вариантов, с точки зрения удовлетворения нескольким критериям, взятым поочередно или вместе» (1998: 204).

Для сравнения тестов используются понятия «фактор» и «показатель». Под фактором обычно понимают «момент, существенное обстоятельство в каком-нибудь процессе, явлении» (*Ожегов, Шведова* 1997: 847), а под показателем – «данные, по которым можно судить о развитии, ходе, состоянии чего-нибудь» (*Ожегов, Шведова* 1997: 549).

Среди факторов эффективности контролирующих тестов наиболее используемыми являются трудность, дискриминативность (дифференцирующая способность) задачи, время, потребовавшееся ученику на выполнение теста, качество. Среди показателей – индекс трудности, индекс дискриминативности, валидность, надежность.

Рассмотрим перечисленные факторы и показатели эффективности сначала для контролирующих тестов, затем рассмотрим их применительно к обучающим тестам.

### I. Факторы измерения и показатели эффективности контролирующих тестов

#### 1. Трудность задачи, индекс трудности, трудность теста.

Трудность задачи (*Майоров* 2000) или известная трудность (*Аванесов* 1998), является важнейшей характеристикой, определя-

ющей место задачи в тесте. Трудность может быть субъективной и статистической (*Майоров 2000*).

Субъективная трудность задачи связана с индивидуально-психологическим барьером. Для тестов контроля этому показателю обычно не уделяется много внимания. Величина психологического барьера определяется такими факторами, как:

- условия, в которых происходит решение задачи (например, время, отведенное на решение);
- уровень сформированности необходимых для решения знаний, умений и навыков;
- состояние испытуемого и т. д.

Охарактеризуем теперь понятие статистической трудности задачи. «В большинстве случаев для тестов достижений достаточно учитывать только правильность решения задач и меньше внимания уделять способу решения, характеру затруднений, энергетическим затратам испытуемого. В связи с этим определяется и используется статистическая трудность задачи» (*Майоров 2000: 184*).

Статистическая трудность определяется долями выборки решивших и не решивших задачу испытуемых. Вычисление трудности заданий в тестах контроля достаточно просто, поскольку она отражает ту долю испытуемых, которые справились (или не справились) с тестовым заданием.

Некоторые авторы разделяют понятие трудности и сложности задания, понимая под сложностью «количество действий или интеллектуальных операций, которые необходимо выполнить для решения задания» (*Майоров 2000: 185*). Для составления тестовых заданий контролирующего характера использовать такое понятие сложности практически невозможно, считает *А.Н. Майоров*, объясняя это низкой информативностью данного понятия. «...Задание может требовать несколько действий, но каждое из них настолько элементарно, что учащиеся без труда справятся с ним, а может быть задание в одно действие, но очень трудное...» (2000: 185).

**2. Дискриминативность (дифференцирующая способность) теста и индекс дискриминации.**

Дискриминативность обозначает различительную способность теста. В случае тестов контролирующего характера она «определяется как способность отделять испытуемых с высоким общим баллом по тесту от тех, кто получил низкий балл, или испытуемых с

высокой продуктивностью учебной деятельности от испытуемых с низкой продуктивностью» (Майоров 2000: 193). Иногда, когда говорят о дискриминативности, используют внешний критерий, по отношению к которому она определяется. Так, для тестов школьных достижений в роли такого критерия могут выступать, во-первых, школьные оценки; во-вторых, экспертные оценки педагогов.

Самый простой и надежный способ вычисления дискриминативности – вычисление с применением метода крайних групп, т. е. при расчете учитываются результаты учащихся, наиболее и наименее успешно справившихся со всем тестом.

Как правило, берут от 10 до 30 % (чаще 27%) лучших и худших по результатам выполнения всего теста.

Индекс дискриминации задания вычисляется как разность долей испытуемых из высокопродуктивной и низкопродуктивной групп, правильно решивших ее.

$$D = -\frac{Nn_{\text{низ}}}{N_{\text{низ}}} - \frac{Nn_{\text{верх}}}{N_{\text{верх}}}$$

$Nn_{\text{верх}}$  – количество учащихся в группе лучших, верно выполнивших данное задание;

$Nn_{\text{низ}}$  – количество учащихся в группе худших, верно выполнивших данное задание;

$N_{\text{верх}}$  – общее количество испытуемых в группе лучших;

$N_{\text{низ}}$  – общее количество испытуемых в группе худших.

Индекс дискриминации может изменяться в пределах от +1 (когда с заданием справились все учащиеся из лучшей группы и ни один из худшей) до –1 (когда складывается обратная ситуация). Задания с отрицательным значением индекса дискриминации или со значением, близким к нулю (от 0,3), не могут быть признаны удовлетворительными.

Однако чаще всего при определении дискриминативности в качестве критерия используются результаты выполнения всего теста. Индекс дискриминации теста определяется минимальным из значений индексов дискриминации.

Перейдем теперь к рассмотрению оценок качества. Определение качества педагогического и любого другого теста традиционно сводится к определению меры надежности и вопросов валидности

результатов. Качественным можно назвать только тот метод измерения, который обоснован научно и способен дать требуемые результаты. В западной литературе традиционно рассматривается два критерия качества: валидность и надежность.

**3. Валидность.** «Понятие «Валидность» означает меру пригодности тестовых результатов для определенной цели. Валидность зависит от качества заданий, их числа, от степени полноты и глубины охвата содержания учебной дисциплины (по темам) в заданиях теста. Кроме того, от баланса и распределения заданий по трудности, от метода отбора заданий в тест из общего банка заданий, от интерпретации тестовых результатов, от организации сбора данных, от подбора выборочной совокупности испытуемых и другого» (Аванесов 1998: 199).

Более подробная характеристика данного критерия приведена А.Н. Майоровым. Он рассматривает основные подходы к валидации теста (на основании документа США «Стандарты для образовательного и психологического тестирования»), представленные в таблице 2.

Таблица 24

Основные подходы к валидации теста

| Типы оценок                      | Вопросы, на которые необходимо ответить  |
|----------------------------------|--|
| Оценки, относящиеся к содержанию | Насколько адекватно вопросы теста отражают смысл   |
| Критерии                         | Насколько точно результаты тестирования согласуются с известными объективными критериями?    |
| Конструктивные                   | Насколько хорошо тестирование может быть объяснено в терминах психологических характеристик? |

На основании этих же документов отмечено несколько особенностей определения валидности:

1. Валидность получается из экспертных оценок (не измеряется).
2. Валидность выражается степенью (высокая, средняя, низкая).
3. Валидность специфична для каждого конкретного использования.
4. Существует много способов определения валидности.

На основании отмеченных подходов автором приведена классификация видов валидности. Он различает: валидность по содержанию; конструктивную валидность; валидность по критерию (текущая и прогностическая). «Для всех тестов учебных достижений должна быть оценена содержательная валидность. Для тестов, используемых для аттестации учащихся, содержательная и (очень желательно) критериальная валидность» (Майоров 2000: 220). Мы остановимся более подробно на валидности по содержанию, так как определение содержательной валидности используется для тестов достижений.

П. Клайн предлагает следующую процедуру для определения содержательной валидности для тестов школьных достижений:

1. Укажите точно категорию лиц, для которой предназначен тест.
2. Определите навыки, подлежащие тестированию.
3. Передайте этот список экспертам в данной области (учителям и т. п.) для проверки – нет ли упущений.
4. Преобразуйте этот список в перечень заданий на каждый навык.
5. Представьте задания экспертам для проверки.
6. Подвергните задания обычным процедурам конструирования тестов. В результате должен быть получен содержательно валидный тест.

По словам А.Н. Майорова, «...сама процедура создания тестов школьных достижений в том случае, если она не нарушается, дает хороший валидный инструмент, поскольку все этапы определения содержательной валидности «защиты» в процедуру» (Майоров 2000: 215). Поскольку процедуру создания обучающих тестов мы доводим до уровня технологичности, то сказанное относится и к ним.

4. Надежность. «Надежность теста характеризует точность теста как измерительного инструмента, устойчивость его к действию помех (состояния испытуемых, их отношения к процедуре тестирования и т. п.)» (Майоров 2000: 203). Результаты тестирования всегда содержат ошибки, как бы тщательно они ни проводились. Однако существуют пути повышения этой характеристики, которые рассматривает Н. Гронлунд (Gronlund 1988). Он считает, что тесты по оценке результатов должны быть надежными и в связи с этим их обработка должна осуществляться очень тщательно. Если

балл, полученный учеником в результате теста по оценке результатов, будет соответствовать той оценке, которую он получил бы при повторном прохождении того же теста или идентичного с ним по форме, то данная оценка является высоко надежной. Все тестовые результаты содержат некоторый процент ошибок (в связи с различием факторов, таких, как условия тестирования или студенческие ответы), но процент ошибок может быть уменьшен путем увеличения количества и усовершенствованием качества вопросов, задаваемых в тесте. Чем длиннее тест, тем более надежными и адекватными будут результаты.

А.Н. Майоров отмечает, что при определении надежности тестов школьных достижений можно получить неудовлетворительные значения, так как эти тесты могут содержать задания, с которыми справляются все учащиеся или не справляется никто из них. Возникают особые проблемы при разработке надежного теста, не требующего такого разнообразия баллов, как это бывает в случае с тестами, ориентированными на критерий. В этом случае появляется более сильная зависимость от соответствия тестовых вопросов конкретным учебным задачам, что достигается путем использования достаточного числа вопросов для каждой изучаемой задачи и разработкой письменных вопросов, которые вызывают ожидаемый ответ (*Gronlund 1988*). Источники неудовлетворительной надежности теста могут быть разбиты на три группы – связанные с качеством теста, процедурой его проведения и оценивания и связанные с испытуемыми (*Майоров 2000*).

Перечислим источники неудовлетворительной надежности теста, связанные с качеством теста:

- величина теста. Чем длиннее тест, тем он надежнее. Количество заданий, достаточное для достоверного оценивания не определены, поэтому ответ на этот вопрос традиционно (в смысле в тестовых методиках контроля) мы получаем через определение надежности;

- непонятность и двусмысленность заданий. Если задания будут непонятны и двусмысленны, то в двух тестированиях будут получены разные результаты, следовательно, корреляция между результатами тестирования снизится и соответственно надежность будет низкой;

- случайное угадывание правильных ответов.

Источники неудовлетворительной надежности теста, связанные с процедурой проведения и оценивания теста:

- субъективное оценивание. Результаты выполнения заданий должны оцениваться одинаково разными проверяющими;
- инструкции к тесту должны обеспечивать одинаковость процедуры проведения тестирования.

Источники неудовлетворительной надежности теста, связанные с испытуемыми: усталость, скука, невнимательность, жара или холод, самочувствие, различная мотивация, случайные ошибки и т. д.

**5. Объективность.** «Объективность педагогического измерения означает не столько абсолютное достижение этой цели, что желательно, но возможно, сколько установку тестологов на максимальную объективность процесса создания и применения тестов. Объективности способствуют одинаковые инструкции для всех испытуемых, одинаковая система оценки результатов тестирования, автоматизированный подсчет баллов испытуемых и все остальное, повышающее качество тестирования» (Аванесов 1998: 191).

Обобщая, представим рассмотренные факторы и показатели эффективности контролирующих тестов в таблице.

Таблица 25

| Факторы измерения и показатели эффективности  | Формула  | Предел допустимых значений                 |
|---|--|--|
| <p>Трудность задачи, индекс трудности задачи, трудность теста</p> <p>Субъективная связана с индивидуально-психологическим барьером</p> <p>Статистическая определяется долями выборки решивших и не решивших задачу</p> <p>Трудность теста определяется как сумма трудностей заданий теста</p> | $P = \frac{n}{N}, \text{ где } P - \text{ трудность задания, } N - \text{ общее число испытуемых, } n - \text{ число испытуемых, правильно решивших задачу}$ $U = 100 \cdot \left( 1 - \frac{n}{N} \right) \text{ или}$ $U = 100 \cdot \left( 1 - \frac{n - N_n}{m - 1} \cdot N \right),$ <p>где <math>N_n</math> – число испытуемых, не решивших задачу, <math>m</math> – число вариантов ответов</p> | <p>Находится в интервале от 20% до 80%</p> |

|  |  |                    |
|--|--|--------------------|
| <p>Дискриминативность (дифференцирующая способность) и индекс дискриминации определяется как способность отделять испытуемых с высоким общим баллом по тесту от тех, кто получил низкий балл</p> <p>Индекс дискриминации теста определяется минимальным из значений индексов дискриминации</p>   | $D = D = \frac{Nn_{\text{верх}}}{N_{\text{верх}}} - \frac{Nn_{\text{низ}}}{N_{\text{низ}}}$ <p><math>Nn_{\text{верх}}</math> – количество учащихся в группе лучших, верно выполнивших данное задание;</p> <p><math>Nn_{\text{низ}}</math> – количество учащихся в группе худших, верно выполнивших данное задание;</p> <p><math>N_{\text{верх}}</math> – общее количество испытуемых в группе лучших;</p> <p><math>N_{\text{низ}}</math> – общее количество испытуемых в группе худших</p> | <p>От 0,3 до 1</p> |
| <p>Валидность по содержанию – насколько адекватно вопросы теста отражают смысл;</p> <p>конструктивная валидность – насколько хорошо тестирование может быть объяснено в терминах психологических характеристик;</p> <p>валидность по критерию – насколько точно результаты тестирования согласуются с известными объективными критериями</p> |  |                    |
| <p>Надежность теста характеризует точность теста как измерительного инструмента, устойчивость его к действию помех (состояния испытуемых, их отношения к процедуре тестирования и т. п.)</p>   |  |                    |



|  |  |  |
|--|--|--|
| Объективность теста – максимальная объективность процесса создания и применения тестов |  |  |
|--|--|--|

### II. Факторы измерения и показатели эффективности обучающих тестов

При определении факторов измерения и показателей эффективности обучающих тестов будем учитывать, что в качестве единиц измерения знания в обучающих тестах выступают форма действия (материальная, громко-речевая, умственная), путь решения, этап усвоения. При этом мы будем оперировать такими характеристиками тестов учебной деятельности, как уровень сложности максимальный, уровень сложности минимальный, ширина теста, степень разветвленности, степень неравномерности, уровень альтернативности максимальный, уровень альтернативности минимальный, определенные нами ранее (см. п. 1.5.2).

#### 1. Сложность обучающего теста, уровень сложности.

Разделяя понятие трудности и сложности заданий, будем понимать под сложностью «количество действий или интеллектуальных операций, которые необходимо выполнить для решения задания» (Майоров 2000: 185).

Поскольку при определении сложности заданий речь идет о количестве действий или операций, то было бы разумно, на наш взгляд, понимать сложность как максимальный путь. Именно в максимальном пути содержится наибольшее количество операций, а затрудняющийся ученик пойдет по развернутому пути. Средством измерения данного фактора является такой показатель, как уровень сложности. Максимальному пути соответствует такая характеристика обучающего теста, как максимальный уровень сложности теста. Следовательно, уровень сложности теста равен максимальному уровню сложности теста, где уровень сложности теста – это показатель эффективности, а максимальный уровень сложности – это качественная характеристика теста. Примеры вычисления сложности обучающих тестов и расчет уровня сложности будут приведены ниже.

#### 2. Обобщенность обучающего теста, степень обобщенности.

С помощью обобщенности происходит измерение такой качественной составляющей действия, как содержание. В теории П.Я. Гальперина говорится, что контроль за содержанием действия

может осуществляться по ходу выполнения обучающих заданий. Установление меры обобщения требует специальных диагностических заданий. Коррекция процесса усвоения должна осуществляться с учетом не только характера отклонения, но и причин, вызвавших его. К их числу относятся: недостатки в исходном уровне развития учебной деятельности; недостаточная отработанность действия по какому-либо параметру на предыдущем этапе; а также случайные причины. Все это учитывается при выборе пути решения и в содержании альтернатив к заданиям обучающего теста. Кроме того, мера обобщения устанавливается с помощью заданий «на перенос». Возможность переноса проверяется как по отношению к действию в целом, так и по отношению к отдельным его частям. Учитывая сказанное, под обобщенностью задания в обучающих тестах будем понимать максимальное значение из показателей: ширина теста и степень разветвленности.

Показателем обобщенности является степень обобщенности. Степень обобщенности равна максимальному значению из показателей: ширина теста и степень разветвленности, где степень обобщенности – это показатель эффективности, а ширина теста и степень разветвленности – это качественные характеристики теста.

Примеры вычисления обобщенности обучающих тестов будут приведены ниже.

### **3. Валидность (освоенность) теста учебной деятельности.**

Выше отмечалось, что понятие «Валидность» означает меру пригодности тестовых результатов для определенной цели. Следовательно, понятие валидности в обучающих тестах естественно понимать как степень освоенности действий. Показатель освоения обучающего теста – это степень освоения. Учитывая отмеченные выше особенности определения валидности, опишем способ определения валидности и выразим валидность через степень освоения.

Как было рассмотрено в п. 2.1, в обучающих тестах контролируется форма исполнения задания, путь решения, этапы усвоения. Поэтому можно говорить о степени освоения формы исполнения теста (материальной, громко-речевой, умственной), пути решения, этапа усвоения.

Напомним, что форма исполнения теста – это форма действий, необходимых для выполнения теста. Степень освоения формы исполне-

ния теста – это величина, определяемая отношением среднего значения уровня свернутости теста к наибольшему количеству этапов усвоения в тесте. Пусть  $P$  – показатель формы исполнения задания, тогда

$$P = \frac{\text{среднезначениуровнясвернутоститеста}}{5},$$

где 5 – это наибольшее число этапов усвоения в тесте.

Степень освоения пути – это величина, определяемая отношением уровня сложности пути к уровню сложности теста максимальной.

Степень освоения этапа усвоения – это число, равное обратному значению среднего уровня свернутости теста.

Примеры вычисления формы исполнения теста, пути решения, этапа усвоения обучающего теста и расчет степени освоенности этих факторов будут приведены ниже.

#### 4. Объективность обучающего теста.

Под объективностью обучающего теста будем понимать объективность процесса создания и применения тестов, что обеспечивается одинаковостью инструкций для всех испытуемых и одинаковостью системы оценивания процесса тестирования.

### 2.2.2. ТЕХНОЛОГИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФАКТОРОВ ИЗМЕРЕНИЯ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Рассмотрим технологию определения показателей эффективности тестов учебной деятельности 1.

Уровень сложности теста учебной деятельности.

Воспользуемся тем, что уровень сложности теста равен максимальному уровню сложности теста. Определим уровень сложности обучающих тестов 1–4, приведенных в п. 1.5.3.1. В обучающем тесте 1 уровень сложности максимального пути равен шести, следовательно, уровень сложности обучающего теста равен шести, в обучающем тесте 2 уровень сложности максимального пути равен одиннадцати – уровень сложности обучающего теста равен одиннадцати, в обучающем тесте 3 уровень сложности максимального пути равен двум – уровень сложности обучающего теста равен двум, в обучающем тесте 4 уровень сложности максимального пути равен семи – уровень сложности обучающего теста равен семи. Эти данные отражены в таблице 4.

Таблица 26

| Обучающие тесты                      | Тест 1 | Тест 2 | Тест 3 | Тест 4 |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Уровень сложности теста максимальный | 6      | 11     | 2      | 7      |
| Уровень сложности теста              | 6      | 11     | 2      | 7      |

### 1. Степень обобщенности.

Воспользуемся тем, что степень обобщенности равна максимальному значению из показателей «ширина теста» и «степень разветвленности».

Учитывая принцип обучающих тестов, согласно которому степень ширины и степень разветвления не должны превышать значения 4, степень обобщенности можно считать высокой, если ее значение не ниже 4, средней – 3, низкой – 2. Значение 1 степень обобщенности не должна принимать, так как в самом понятии обучающего теста заложена множественность выбора путей выполнения тестового задания. В обучающем тесте 1 ширина равна 4, а степень разветвленности – 5, следовательно, степень обобщенности равна 5, в обучающем тесте 2 ширина равна 1, а степень разветвленности – 3, следовательно, степень обобщенности равна 3, в обучающем тесте 3 ширина равна 3, а степень разветвленности – 4, следовательно, степень обобщенности равна 4, в обучающем тесте 4 ширина равна 3, а степень разветвленности – 4, следовательно, степень обобщенности равна 4. Эти данные отражены в таблице 5.

Таблица 27

| Обучающие тесты         | ОТ1 | ОТ2 | ОТ3 | ОТ4 |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Ширина                  | 4   | 1   | 3   | 3   |
| Степень разветвленности | 5   | 3   | 4   | 4   |
| Степень обобщенности    | 5   | 3   | 4   | 4   |

### 2. Степень освоения.

Рассмотрим определение степени освоения формы теста на примере. Пусть  $P_{\phi 1}$  – показатель формы исполнения задания обучающего теста 1, а 2,8 – среднее значение уровня свернутости обучающего теста 1, тогда  $P_{\phi 1} = \frac{2,8}{5}$ ;  $P_{\phi 1} = 0,56$ .

Число  $P$  может принимать значение от 0,2 до 1. Если  $P$  принимает значение от 0,2 до 0,4, то можно говорить о материальной форме освоения задания, если  $P$  принимает значение от 0,4 до 0,6, то можно говорить о громко-речевой форме освоения задания, если  $P$  принимает значение от 0,6, то можно говорить об умственной форме освоения задания.

Степень освоения пути – это величина, определяемая отношением уровня сложности пути к уровню сложности теста максимальной.

Пусть  $P_{п2}$  – степень освоения пути обучающего теста 2, уровень сложности одного из путей равен 3, а уровень сложности теста максимальный равен 11, тогда  $P_{п1} = \frac{3}{11}$ ,  $P_{п1} = 0,27$ .

Ясно, что  $P_{п}$  может принимать значения не более 1.

Степень освоения этапа усвоения – это число, равное обратному значению среднего уровня свернутости теста. Учитывая, что среднее значение уровня свернутости теста – это число, равное среднему арифметическому уровней свернутости действий, приведем пример вычисления степени освоения этапа усвоения. Пусть  $P_{32}$  – степень освоения этапа усвоения обучающего теста 2, среднее значение уровня свернутости теста равно 3,7, тогда  $P_3 = \frac{1}{3,7}$ ;  $P_3 = 0,27$ .

Степень освоения этапа усвоения может принимать значения от 0,2 до 1. Причем значение, равное 0,2, свидетельствует о самой высокой степени освоения, а 1 – о самой низкой.

### **2.2.3. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФАКТОРОВ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Рассмотрим влияние найденных параметров тестов учебной деятельности на степень освоенности (валидность), надежность и тестов учебной деятельности.

Тест, как система, обладает составом, целостностью и структурой. Тест состоит из заданий, правил их применения, оценок за выполнение каждого задания и рекомендаций по интерпретации тестовых результатов. Целостность означает взаимосвязь заданий, их принадлежность общему измеряемому фактору. Каждое задание теста выполняет отведенную ему роль и потому ни одно из них не

может быть изъято из теста без потери качества измерения. Структуру теста образует способ связи заданий между собой. В основном, это так называемая факторная структура (Аванесов 1998: 183), в которой каждое задание связано с другими через общее содержание и структуру деятельности.

Рассмотрим факторы, оказывающие влияние на обучающий тест как систему.

1. Степень неравномерности теста влияет и на валидность, и на надежность. В п. 2.3.7 говорилось, что в обучающий тест естественно включать действия лишь одной формы: либо материализованной, либо громко-речевой, либо умственной. По определению обучающий тест предполагает контроль уровня, на котором находится учащийся при прохождении теста. И невозможно будет точно определить этот уровень, если тест неравномерный. Следовательно, степень неравномерности, большая 1, будет отрицательно сказываться на валидности.

Высокая степень неравномерности также будет отрицательно сказываться на надежности. Учащемуся трудно будет переключаться с одного уровня на другой при выполнении заданий обучающего теста, при повторном тестировании при таком «переключении» ответ может быть непредсказуемым. И, в связи с этим, результат выполнения теста будет неустойчив. Так, в качестве примера рассмотрим обучающий тест 2. Все действия в этом тесте представлены в одной – громко-речевой форме. Естественно, что степень неравномерности этого теста равна 1. И поэтому данный тест будет являться и валидным, и надежным.

2. Уровень альтернативности теста максимальный оказывает влияние на надежность. Максимальный уровень альтернативности является показателем наивысшей вероятности угадывания правильного ответа в данном тесте. Если этот показатель, например, равен 0,5, то можно говорить о высокой вероятности угадывания верного ответа, и следовательно, низкой надежности. Если же этот показатель, например, равен 0,3, то вероятность угадывания верных ответов уже ниже, а надежность – выше. Таким образом, чем ниже показатель минимального уровня альтернативности, тем выше надежность. Будем считать, что минимальный уровень альтернативности должен быть равен не менее 0,3.

3. Уровень альтернативности теста минимальный влияет на валидность. Рассмотрим случай, когда одно задание содержит два

верных ответа из пяти, а другое – два из семи. Очевидно, ученику легче решить проблему выбора в первом случае. Однако во втором случае при выборе двух ответов из семи освоенность будет выше, и, следовательно, степень альтернативности ниже. Это означает, что чем выше минимальный уровень альтернативности, тем ниже валидность, и наоборот.

4. Сложность теста максимальная влияет на надежность. Классическая теория тестов исходит из физической, по сути, идеи увеличения надежности в зависимости от числа заданий: чем больше, тем надежнее. Поэтому максимальная сложность является показателем того, насколько надежен обучающий тест.

5. Сложность теста минимальная. Сложность теста минимальная влияет на валидность. Эффективность контролирующих тестов оценивают с точки зрения соответствия уровня его трудности уровню подготовленности тестируемых в данный момент учащихся. Эту оценку в литературе нередко относят к валидности, имея в виду валидность по уровню.

Эта идея применима и к обучающим тестам, если вместо трудности использовать понятие сложности заданий. Кроме того, в обучающих тестах задания с уровнем сложности максимальным в силу своей развернутости более доступны для выполнения слабыми учащимися и наоборот. Поэтому становится очевидным, что слабые учащиеся в обучающих тестах должны выбирать более сложные задания, а сильные – менее сложные. Сложность теста минимальная является нижней границей, определяющей уровень подготовленности самых сильных учащихся при работе с тестом.

6. Структура теста оказывает влияние на объективность. Структура теста, как уже отмечалось, состоит из двух частей: первая часть связана с недостатками в умении думать, анализировать задачу, в умении применять знания, то есть с недостатками в аналитико-синтетических операциях; вторая часть связана с недостатками в знаниях, главная составляющая этой части – выявить, усвоены или не усвоены знания, умения и навыки, изученные на предыдущем этапе обучения.

Проиллюстрируем выявленное влияние параметров обучающих тестов на качественные характеристики обучающего теста на примере таблиц 28 и 29.

Параметры обучающих тестов, оказывающие влияние на валидность.

Таблица 28

| Обучающий тест | Уровень сложности минимальный | Степень неравномерности | Уровень альтернативности минимальный |
|----------------|-------------------------------|-------------------------|--------------------------------------|
| Тест 1         | 3                             | 1                       | 0,25                                 |
| Тест 2         | 3                             | 1                       | 0,33                                 |
| Тест3          | 2                             | 0                       | 0,33                                 |
| Тест 4         | 7                             | 0                       | 0,33                                 |

Параметры тестов учебной деятельности, оказывающие влияние на надежность.

Таблица 29

| Обучающий тест | Уровень сложности максимальный | Уровень альтернативности максимальный | Степень неравномерности |
|----------------|--------------------------------|---------------------------------------|-------------------------|
| Тест 1         | 6                              | 0,75                                  | 1                       |
| Тест 2         | 11                             | 0,5                                   | 1                       |
| Тест 3         | 2                              | 0,75                                  | 0                       |
| Тест 4         | 7                              | 0,75                                  | 0                       |

Следующая наша задача – показать, что тесты, создаваемые по предложенной нами технологии, действительно обучают.

Обучающие тесты составлены на основе анализа механизмов умственной деятельности. Но обучающими они являются именно потому, что, с одной стороны, предупреждают возникновение указанных трудностей и недостатков, с другой – являются надежным средством для их устранения.

Если учащиеся не умеют решать задачи, то причина здесь в том, что они не владеют необходимыми для этого мыслительными операциями. В обучающих тестах предусмотрено специальное обучение этим операциям. В обучающих тестах предусмотрены разные линии, по которым можно формировать у учащихся нужные качества мышления наиболее быстро и правильно. Приведем перечень умственных операций, которые надо в процессе обучения формировать, чтобы учащиеся могли успешно решать задачи (Ланда 1961). Эти операции таковы:

– расчленение условия задачи на то, что дано, и то, что требуется доказать;



- воспроизведение систем достаточных признаков;
- сопоставление признаков с данными задачи и между собой; выбор подходящего признака;
- вычленение элементов чертежа и всестороннее соотнесение их с другими элементами;
- фиксирование открывающихся в результате соотнесения свойств и выведение соответствующих следствий;
- проведение дополнительных построений, необходимых для выполнения требования задачи и вытекающих из анализа ее данных, и выведение соответствующих следствий из этих построений и некоторые другие.

Завершая рассмотрение факторов измерения и показателей эффективности тестов учебной деятельности, составим сводную таблицу:

Таблица 30

Факторы измерения и показатели  
эффективности обучающих тестов

| Факторы измерения и показатели эффективности тестов учебной деятельности                      | Технология определения   | Предельные значения  | Критерии, оказывающие влияние                                  |
|---|--|--|--|
| 1. Уровень сложности  | Уровень сложности = максимальный уровень сложности                                       | Нет ограничений  |  |
| 2. Степень обобщенности   | Степень обобщенности = максимальное из значений (ширина теста и степень разветвленности) | От 2 до 4  |  |
| 3. Степень освоения (валидность)<br>$P_{\phi}$ – степень освоенности формы исполнения задания | $P_{\phi}$ = среднее значение уровня свернутости теста / 5,                              | $P_{\phi}$ от 0,2 до 1<br>$P_{\pi}$ не более 1<br>$P_{\sigma}$ от 0,2 до 1 | Степень неравномерности, уровень альтернативности минимальный, |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| $P_n$ – степень осво-<br>енности пути ре-<br>шения<br>$P_3$ – степень осво-<br>енности этапов<br>усвоения                                  | где 5 – это<br>наибольшее<br>число этапов<br>усвоения в те-<br>сте<br>$P_n$ = уровень<br>сложности<br>пути / уровень<br>сложности<br>максимальный<br>$P_3 = 1 /$ среднее<br>значение<br>уровня сверну-<br>тости теста |  | уровень слож-<br>ности мини-<br>мальный  |
| 4. Надежность ха-<br>рактеризует точ-<br>ность теста как из-<br>мерительного ин-<br>струмента, устой-<br>чивость его к дей-<br>ствию помех |   |  | Степень не-<br>равномерно-<br>сти, уровень<br>альтернатив-<br>ности макси-<br>мальный, уро-<br>вень слож-<br>ности макси-<br>мальный |
| 5. Объектив-<br>ность – установка<br>на максимальную<br>объективность<br>процесса создания<br>и применения<br>тестов                       |   |  | Структура<br>теста   |

### 2.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Рассмотрев критерии отбора содержания, структуру, принципы конструирования обучающих тестов, а также факторы измерения и показатели эффективности обучающих тестов, перейдем к практической стороне дела.

Нами были подготовлены обучающие тесты по школьным курсам геометрии 7–9-х классов, алгебры 7–9-х классов и отдельные

тесты по некоторым математическим дисциплинам вузовского цикла. Тесты разработаны в соответствии с выявленными параметрами, структурой и принципами. Также была проведена качественная проверка составленных обучающих тестов по следующему плану:

- составлены схемы сочетания концентров с серией этапов формирования умственных действий;
- найдены характеристики действий;
- найдены характеристики обучающих тестов;
- осуществлена проверка эффективности обучающих тестов.

Экспериментальная проверка эффективности применения обучающих тестов проводилась в два этапа:

- начальный этап (1992–2000 гг.): выявление одного из эффективных путей, решающих проблему выхода за рамки знаниевой парадигмы – технологии обучающего тестирования;
- основной этап (2000–2005 гг.): разработка технологии конструирования обучающих тестов и методики их применения.

На начальном этапе (1992–2000 гг.) было установлено, что одним из эффективных путей, решающих проблему выхода за рамки знаниевой парадигмы, может являться технология обучающего тестирования.

В ходе проведения данного этапа была защищена кандидатская диссертация (Сеногноева 1996). Анализ результатов данного исследования и более поздних исследований (Сеногноева 1999, 2000) показал, что

1) в образовании превалирует знаниево-просветительская парадигма, когда вместо целостного социокультурного опыта ученики фактически осваивают лишь часть его, в первую очередь знаниевый компонент;

2) отсутствует подход, который «не сводится к знаниево-ориентировочному компоненту, а предполагает целостный опыт решения жизненных проблем, выполнения ключевых (т. е. относящихся ко многим социальным сферам) функций, социальных ролей, компетенций» (Болотов, Сериков 2003: 10);

3) изменить ситуацию можно, если построить технологию обучения, где ученику будет предложено осознать постановку самой задачи, оценить новый опыт, контролировать эффективность собственных действий;

4) в качестве технологии, обеспечивающей контроль не результата, а процесса учебной деятельности, может выступать технология обучающего тестирования.

Дальнейшие исследования, представляющие основной этап (2000–2005 гг.) эксперимента, носили более широкий характер, связанный с разработкой технологии создания и методикой использования обучающих тестов.

На этом этапе ставилась задача на основе экспериментальных данных подтвердить эффективность применения обучающих тестов. Решение этой задачи предусматривало организацию обучающего эксперимента, который проходил как в обычных классах основной школы, так и на базе физико-математического факультета Нижнетагильской государственной социально-педагогической академии.

Экспериментальная работа на основном этапе прошла две стадии.

Первая стадия (2000–2003) носила ориентировочный характер. На этой стадии шел процесс создания общего представления о проблеме.

Вторая стадия (2003–2005) являлась ведущей. На второй стадии – обучающем эксперименте – подтверждалась эффективность создания и применения обучающих тестов.

Перейдем к подробному описанию каждой стадии эксперимента.

### **2.3.1. ОРИЕНТИРОВОЧНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ**

Целью ориентировочного эксперимента являлся анализ проблем, описанных выше, намечались пути их решения (выявление механизмов построения, параметров обучающих тестов, возможности их применения), анализировалась ситуация, связанная с особенностями преподавания дисциплин естественнонаучного цикла, поэтому ориентировочный эксперимент проводился на этапе разработки теории создания обучающих тестов. Анализ проводился с помощью эмпирических методов исследования: наблюдения, опроса, анкетирования, изучения литературы. В результате ориентировочной стадии эксперимента была подтверждена гипотеза исследования: создание обучающих тестов технологично. Были созданы обучающие тесты, к которым первоначально предъявлялись следующие требования:

– соответствие теории поэтапного формирования умственных действий;

- ориентация на смешанный тип ориентировки в задании (2 и 3 типы);

- осуществление контроля за действиями учащихся.

Проверка выдвинутой гипотезы и сформулированных требований проводилась в соответствии со следующими пунктами:

- 1) намечались пути организации создания обучающих тестов;

- 2) выявлялись трудности и типичные ошибки в создании обучающих тестов;

- 3) выяснялись особенности работы студентов и учителя при использовании обучающих тестов.

Рассмотрим конкретные шаги по осуществлению намеченного в соответствии с обозначенными пунктами:

1. В качестве путей организации создания обучающих тестов можно считать:

- а) создание творческих групп студентов 2, 3 и 4-го курсов. В результате работы творческих групп было выявлено:

- готовность студентов к составлению тестов определяется тем, владеют ли они теоретической подготовкой;

- эффективной групповой формы работы: проведение студентами студенческих научно-практических конференций, разработка данной тематики на последующих курсах. Отметим, что на научно-практических конференциях студенты младших курсов готовили доклады преимущественно по теории тестирования, а старших – представляли практические разработки обучающих тестов;

- б) проведение курса по выбору «Конструирование цели педагогического тестирования» для студентов 4-го курса. В результате было установлено, что:

- студенты практически незнакомы с педагогическим тестированием;

- проявляют высокий интерес к составлению обучающих тестов (об этом свидетельствуют активные обсуждения на занятиях обучающихся тестов, составленных самими студентами);

- в) проведение курса по выбору «Тестовые задания в образовательных технологиях» для студентов 5-го курса. В результате было установлено, что:

- наиболее подготовленные студенты способны не только создавать и использовать на практике обучающие тесты, но и руко-

водить созданием этих тестов: группами, состоящими из студентов 2, 3 и 4-го курсов, а также группами, в которых учатся сами;

– студенты сами выявляли преимущества применения обучающих тестов: возможность проконтролировать действия учащихся; проявления творчества при построении ООД; индивидуальный темп усвоения материала; «высвобождение» времени учителя и др.;

г) руководство выполнением дипломных работ по тематике обучающих тестов студентами 5-го курса:

– опрос студентов показал, что все учащиеся, которые принимали участие в тестировании, с интересом отнеслись к новой методике, а студенты 2-го курса, участвовавшие в тестировании по курсу «Теория алгоритмов», выразили желание обучаться по обучающим тестам других математических дисциплин;

– доступность содержания материала регулировалась следующим образом: если учащийся не понимал, как работать с обучающим тестом, то он мог задавать вопросы учителю (студенту-практиканту) – этим, в частности, и определялась роль преподавателя во время тестирования.

Важным элементом в подготовке студентов к работе с обучающими тестами являлась мотивационная составляющая: обучающие тесты составлялись по темам, которые были интересны самим студентам.

2. Основной трудностью в процессе создания обучающих тестов являлась низкая подготовка студентов по проблеме педагогического тестирования.

Для подтверждения этого нам понадобилось рассмотреть три уровня (см. рисунок 5), на которых велась подготовка студентов:

1-й уровень – уровень, на котором должен уметь работать учащийся;

2-й уровень – уровень, на котором должен уметь работать учитель;

3-й уровень, на котором должен уметь работать методист и интересующийся учитель.



Рис. 6. Уровни подготовки студентов по педагогическому тестированию

Отметим априори, что подготовка студентов на 3-м уровне является низкой. Опыт предъявления студентам тестов на различных занятиях показывает недостаточную их подготовку к прохождению тестирования (1-й уровень). Об этом свидетельствуют такие допускаемые ими ошибки, как некорректность формулировок ответов, невнимательность при прочтении вопросов и написании ответов и др. Кроме того, студенты не всегда могут рассчитать время, отводимое на выполнение теста. Что касается знания теории (также 1-й уровень), то слабая подготовка студентов наблюдается во время традиционных форм обучения и контроля – выполнения самостоятельных и контрольных работ, зачетов и др. Опыт показал, что и уровень умения применять технологии тестирования (2-й уровень) был низкий. Это было обусловлено, во-первых, недостаточной теоретической разработанностью проблемы применения технологий тестирования; во-вторых, отсутствием у студентов в большинстве случаев достаточного педагогического опыта работы; в-третьих, низкой подготовкой учащихся в школе проходить тесты.

Среди выявленных ошибок в создании студентами обучающих тестов следует отметить следующие:

а) связанные с параметрами обучающих тестов. Это такие ошибки, как подбор заданий, имеющих низкую степень альтернативности; степень разветвленности, подбор неравномерных заданий и др.;

б) не связанные с параметрами обучающих тестов, определенных нами в главе 2. К ним относятся неумение подобрать альтер-

нативы, зачастую включение в тест нерациональных путей решения, некорректные формулировки как заданий, так и альтернатив и диагностик к ним и др.

3. Особенности работы со студентами и учителями по проблеме обучающего тестирования состояли в следующем:

а) заинтересовать результатами данного исследования, в том числе и теми, которые были продемонстрированы на базе нашей академии: выступление на Всероссийской научно-методической конференции (2002 г.), публикации статей в Ученых записках НТГПИ – НТГСПА, проведение студенческих научно-практических конференций (2001–2003 гг.);

б) изложить студентам содержание рассматриваемой технологии таким образом, чтобы они уяснили главную особенность обучающих тестов – контроль не результата, а процесса деятельности учащихся;

в) выслушать и учесть точку зрения студента и направить его работу, а в случае необходимости – корректно поправить;

г) учитывать индивидуальность студента и выявлять студентов, желающих продолжить работу по обучающему тестированию (студенты изъявляли желание продолжить работать индивидуально, начиная с 3-го курса).

Таким образом, задачи, поставленные в ориентировочном эксперименте, получили следующее решение:

– студенты могут создавать обучающие тесты по вышеопределенным параметрам;

– студенты могут применять обучающие тесты.

### **2.3.2. ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Изменение роли преподавателя в условиях работы с тестами учебной деятельности, акцентирование процесса учения на самостоятельную работу, а также апробация полученных материалов позволили сформулировать ряд требований к методике применения обучающих тестов.

Первое требование. Психологическая установка на учебную деятельность в условиях работы с обучающими тестами.



Это положение в целом отмечается практически всеми исследователями, занимающимися вопросами формирования учебной деятельности (*Гальперин, Талызина 1965, Бабанский 1977, Лернер 1980* и др.), в процессе создания обучающих тестов это положение потребовало специальной проработки. Подобная установка дается не на формирование мотивации к изучению текущего материала, а на деятельность в целом, а затем на изучение всего материала.

Установка на деятельность обеспечивает текст, заложенный в самом тесте. Охарактеризуем его содержание.

1. Сразу после условия задачи учащемуся предлагается: «Для решения задачи выполни пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов».

2. В тексте самих заданий установка на деятельность выглядит так: «Вспомни...», «какой информации Вам достаточно, чтобы продолжить решение задачи...».

3. В диагностике к заданиям учащемуся предлагается: «запиши в тетрадь ответ на вопрос пункта», «переходи к пункту...», «подумай, сможешь ли ты извлечь информацию о диагоналях из условия задачи сразу...».

Второе требование. Организация работы с обучающими тестами по желанию учащихся.

До начала работы с обучающими тестами выясняются желания учащихся работать по данной методике. Учащиеся могут выразить желание работать с обучающими тестами по замкнутой теме или выполнять отдельно взятые тесты.

Третье требование. Осуществление текущего контроля во время работы с обучающими тестами.

Важным элементом рассматриваемой методики в рамках аудиторных занятий является текущий контроль. Текущий контроль осуществляет преподаватель с целью помочь учащемуся выстраивать индивидуальную траекторию движения по изучаемой теме. Функция текущего контроля связана с ролью преподавателя в процессе выполнения обучающих тестов (об этом говорилось выше).

Четвертое требование. Осуществление тематического контроля после работы с обучающими тестами.

Тематический контроль проводится по окончании выполнения обучающих тестов по изучаемой теме. Осуществляется по традиционной методике. Результаты учащихся анализируются. Затем

каждый ученик для себя принимает решение о том, работать в следующий раз с обучающими тестами или традиционным способом.

Пятое требование. Построение индивидуальной траектории обучения для каждого учащегося: учащийся либо сам выстраивает эту траекторию, либо с помощью учителя.

Основой для такого построения является:

- качественная оценка выполнения обучающего теста;
- структура теста;
- дифференциация тестов по его характеристикам (уровню сложности, свернутости и т. д.) в рамках отдельно рассматриваемой темы.

Кроме самих обучающих тестов, данные параметры также направлены на управление учебной деятельности учащихся. Например, учащийся может сократить время на выполнение теста, если выберет более короткий путь. Переход от теста к тесту осуществляется самим учеником (еще раз подчеркнем, что учитель лишь направляет, помогает). Обучающие тесты по заданной теме пронумерованы числами 1, 2, 3 и т. д., например: Обучающий тест 1 по теме: «Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента». Исключение составляют задания повышенной трудности или задания, не включенные в программный материал – они обозначены символом (\*).

Шестое требование. Ориентация учащихся на успех.

Выполняя тест, учащийся в любом случае достигнет какого-либо результата: эта идея заложена в самом обучающем тесте. Поэтому задача учителя – следовать этому требованию и не вводить самостоятельных оценок, заведомо отрицательно сказывающихся на работе ученика.

Подготовленный обучающий тест состоит из двух частей. Часть 1 включает задачу, цель обучающего теста и его паспорт; часть 2 – собственно обучающий тест. Приведем пример обучающего теста по теме: «Тригонометрические функции двойного аргумента».

Тест учебной деятельности по теме:

«Тригонометрические функции двойного аргумента»

Часть 1

Цель обучающего теста: научиться применять формулу синуса двойного аргумента.

Задача: Упростите:  $\sin 2x + (\sin x - \cos x)^2$ .

Паспорт теста учебной деятельности

Таблица 31

А. Информация для учителя

|  |      |
|--|------|
| 1. Минимальный уровень свернутости теста       | 3    |
| 2. Максимальный уровень свернутости теста      | 4    |
| 3. Среднее значение уровня свернутости теста   | 3,4  |
| 4. Степень неравномерности теста               | 1    |
| 5. Длина теста                                 | 11   |
| 6. Ширина теста                                | 4    |
| 7. Уровень альтернативности теста максимальный | 0,66 |
| 8. Уровень альтернативности теста минимальный  | 0,33 |
| 9. Уровень альтернативности теста средний      | 0,4  |
| 10. Степень разветвленности теста              | 4    |
| 11. Уровень сложности теста максимальный       | 11   |
| 12. Уровень сложности теста минимальный        | 7    |

Таблица 32

Б. Информация для ученика

|                          | Путь |     |     |     |
|--------------------------|------|-----|-----|-----|
| Характеристики пути      |      |     |     |     |
| Уровень свернутости пути | 3,6  | 3,6 | 3,5 | 3,5 |
| Уровень сложности пути   | 11   | 11  | 7   | 7   |

Желательный результат: решение задачи любым путем приведет к достижению поставленной цели.

Часть 2

Задача. Упростите:  $\sin 2x + (\sin x - \cos x)^2$ .

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы выполните следующие действия:

А. Выполните операцию возведения в степень переходите к Д1

Б. Воспользуетесь формулой преобразования  $(\sin x - \cos x)^2$  переходите к Д2

В. Воспользуетесь формулой синуса двойного аргумента переходите к Д3

- Д1. Такой путь возможен, переходите к п. 2.  
 Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 4.  
 Д3. Такой путь возможен, однако подумайте, есть ли необходимость сразу применять эту формулу, переходите к п. 1.
2. В результате Вы получите выражение:  
 А.  $\sin 2x + \sin^2 x - \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x$  переходите к Д4  
 Б.  $\sin 2x + \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x$  переходите к Д5  
 В. Другой ответ переходите к Д6
- Д4. Неверно, обратите внимание на третье слагаемое, переходите к п. 2.  
 Д5. Верно, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 3.  
 Д6. Неверно, переходите к п. 2.
3. Далее Вы воспользуетесь:  
 А. Определением синуса и косинуса переходите к Д7  
 Б. Основным тригонометрическим тождеством переходите к Д8  
 В. Формулой косинуса двойного аргумента переходите к Д9
- Д7. Подумайте, сможете ли воспользоваться этой информацией, переходите к п. 3.  
 Д8. Такой путь возможен, переходите к п. 4.  
 Д9. Подумайте, целесообразно ли применить данную формулу, переходите к п. 3.
4. Вы запишете:  
 А.  $\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x$  переходите к Д10  
 Б.  $\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$  переходите к Д11  
 В.  $\sin 2x + 2 \sin x \cdot \cos x + 1$  переходите к Д12
- Д10. Неверно, повторите еще раз основное тригонометрическое тождество, переходите к п. 4.  
 Д11. Верно, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 5.  
 Д12. Неверно, переходите к п. 4.
5. Следующим шагом Вы воспользуетесь:  
 А. Формулой синуса двойного аргумента для первого слагаемого переходите к Д13  
 Б. Формулой синуса двойного аргумента для второго слагаемого переходите к Д14  
 В. Алгебраическими преобразованиями переходите к Д15
- Д13. Такой путь возможен, переходите к п. 6.

Д14. Такой путь возможен, переходите к п. 7.

Д15. Неверно, здесь невозможно воспользоваться такими преобразованиями, переходите к п. 5.

6. Вы запишете выражение:

А.  $\sin x \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$  переходите к Д16

Б.  $2 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$  переходите к Д17

В.  $\cos^2 x - \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$  переходите к Д18

Д16. Подумайте, верно ли Вы воспользовались данной формулой, переходите к п. 6.

Д17. Верно, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 8.

Д18. Неверно, Вы применили формулу косинуса двойного аргумента, переходите к п. 6.

7. Вы запишете выражение:

А.  $\sin 2x - \sin 2x + 1$  переходите к Д19

Б.  $\sin 2x - 2 \sin x + 1$  переходите к Д20

В.  $\sin 2x - \sin 2x + 1$  переходите к Д21

Д19. Подумайте, верно ли Вы воспользовались данной формулой, переходите к п. 7.

Д20. Вы неверно применили формулу, переходите к п. 7.

Д21. Верно, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 8.

8. Ответ к задаче таков:

А. 1 переходите к Д22

Б. Другой ответ переходите к Д23

Д22. Верно, запишите в тетрадь ответ к задаче.

Д23. Неверно, переходите к п. 8.

Далее будем рассматривать методику работы с обучающими тестами на основе данного примера.

В паспорте теста находится информация для учителя и информация для учащегося.

Информация для учителя предлагается для того, чтобы знать, для кого предназначен данный тест, какие выводы делать по результатам выполнения теста, как отдельным учеником, так и группой учащихся. Например, для учителя информация о среднем значении уровня свернутости теста, равном 3, 4, означает, что данный тест предназначен для любого ученика. Информация о степени раз-

ветвленности означает, что учитель должен тщательно проанализировать путь решения и, в зависимости от этого, вносить коррективы в свою работу. То есть, если большинство учащихся выполняют тест по пути, который направлен не на усвоение изученного материала, а на закрепление ранее изученного, учителю необходимо еще раз вернуться к рассмотрению данной темы.

Для учащихся паспорт теста нужен для сравнения оценок, которые он может получить, пройдя тест. Оценкой в данном случае выступают характеристики теста: уровень свернутости пути, длина пути, сложность пути, количество действий пути. В паспорте теста предлагается оценка всех четырех путей решения, рассматриваемых в тесте. Так, первый путь имеет следующие характеристики: уровень свернутости пути – 3, 6, уровень сложности пути – 11. Учащийся может наблюдать и диапазон этих параметров, сравнивая показатели всех четырех путей: уровень сложности меняется от 7 до 11. В тесте также указывается желательный результат, т. е. результат, обеспечивающий достижение поставленной в тесте цели. На этой основе учащийся может поставить для себя цель и стремиться выполнить тест по какому-либо заранее выбранному пути.

Приведем описание сконструированных нами тестов по теме «Элементы тригонометрии». По данной теме нами составлено 12 обучающих тестов, причем охвачена не вся тема, а только некоторые ее разделы. Они указаны в самих тестах. Естественно, что количество тестов может пополняться. При выстраивании методики работы учитель опирается на цель тестов и, в зависимости от этого, подбирает их для учащихся. Например, учитель может дать задание учащимся выполнить не все, а лишь некоторые тесты, в зависимости от цели урока. Основой для этого является сводная таблица параметров по всем тестам данной темы.

Приведем эту таблицу.

Таблица 33

Характеристики теста учебной деятельности по тригонометрии

|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1. Минимальный уровень свернутости теста | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3  | 3  | 3  |

## Тесты учебной деятельности в процессе доказательства теорем

|  |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |               |
|--|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 2. Максимальный уровень свернутости теста      | 4             | 4             | 3             | 4             | 4             | 4             | 4             | 4             | 4             | 4             | 4             | 4             |
| 3. Среднее значение уровня свернутости теста   | 3,6           | 3,4           | 2             | 3,3           | 3,5           | 4             | 4             | 4             | 3,8           | 3,8           | 3,7           | 3,5           |
| 4. Степень неравномерности теста               | 2             | 1             | 2             | 1             | 1             | 0             | 0             | 0             | 1             | 1             | 1             | 1             |
| 5. Длина теста                                 | 15            | 11            | 3             | 10            | 24            | 4             | 12            | 12            | 15            | 15            | 19            | 19            |
| 6. Ширина теста                                | 2             | 4             | 2             | 2             | 3             | 1             | 2             | 2             | 3             | 2             | 4             | 2             |
| 7. Уровень альтернативности теста максимальный | $\frac{2}{5}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 1             | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             | $\frac{2}{3}$ | 1             | $\frac{2}{3}$ |
| 8. Уровень альтернативности теста минимальный  | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ |
| 9. Уровень альтернативности теста средний      | 0,3           | 0,4           | 0,4           | 0,4           | 0,4           | 1,17          | 0,5           | 0,4           | 0,4           | 0,38          | 0,4           | 0,36          |
| 10. Степень разветвленности теста              | 2             | 4             | 2             | 2             | 8             | 1             | 2             | 2             | 4             | 2             | 4             | 2             |
| 11. Уровень сложности теста максимальный       | 15            | 11            | 3             | 9             | 20            | 4             | 12            | 12            | 15            | 15            | 19            | 17            |

|   |    |   |   |   |    |   |    |   |   |    |    |    |
|---|----|---|---|---|----|---|----|---|---|----|----|----|
| 12. Уровень сложности теста минимальный | 14 | 7 | 1 | 7 | 12 | 4 | 12 | 8 | 4 | 11 | 11 | 11 |
|---|----|---|---|---|----|---|----|---|---|----|----|----|

До начала работы с обучающими тестами учителем проводится беседа установочного характера, в которой учащихся знакомят с таким видом работы как обучающие тесты. Содержание этой беседы может выглядеть так:

«Каждый тест учебной деятельности, также как и тесты по какой-либо теме, обязательно направлен на достижение цели, которая указана в предлагаемых материалах.

В обучающем тесте вам предлагается самостоятельно рассмотреть задачу, решить которую можно несколькими способами. Вы самостоятельно выбираете один из них.

Данные тесты обладают особой структурой. Выглядит она так: к каждому заданию предлагается набор из нескольких (от 2 до 5) ответов. Каждый ответ затем комментируется с целью указания причины допущенной ошибки.

В обучающем тесте задача представлена в виде последовательности действий, которые вам необходимо выполнить, чтобы решить задачу. При их выполнении вы постепенно передвигаетесь по выбранному пути решения задачи. В процессе этого движения вам будет предложено либо вспомнить теоретический материал, либо воспользоваться теоретическим фактом или теоремой, либо рассмотреть чертеж к задаче, либо выполнить записи и т. д., т. е. выполнить все те действия, которые приводят к решению задачи.

Вы сможете проверить также правильность каждого своего действия.

По результатам прохождения теста вы получаете оценку выбранного вами пути. Эта оценка выражается в параметрах теста. С оценками каждого из заложенных путей в тесте вы можете ознакомиться еще до выполнения теста. Эта информация отражена в информации для учащихся части 2 теста.

Вы имеете право выбора работать с помощью обучающих тестов или по ранее применяемой методике.

В процессе выполнения обучающего теста вы можете обратиться к учителю с любым вопросом, касающимся работы с тестом.



После окончания работы с первым обучающим тестом вы продолжаете работу со следующим обучающим тестом. В случае необходимости (если вам покажутся задания слишком легкими или, наоборот, слишком трудными) обращаетесь к учителю за помощью при выборе следующего обучающего теста.

Среди предложенных обучающих тестов вам встретятся со значком «\*». Эти тесты вы будете выполнять в случае, когда все остальные будут уже выполнены.

Результатом выполнения теста для вас является, во-первых, запись в тетради, а во-вторых, оценка выполнения теста».

Остановимся подробнее на выполнении учащимися записи в тетради.

В каждом тесте одним из выполняемых действий, как отмечалось выше, является запись в тетради. Покажем, как осуществляется запись, на примере вышеприведенного теста.

В зависимости от выбранного пути после выполнения теста у учащегося остается в тетради одна из следующих записей:

*1-й путь:*

1.  $\sin 2x + \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x$
2.  $\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$
3.  $2 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$
4.  $\sin 2x + (\sin x - \cos x)^2 = 1$

*2-й путь:*

1.  $\sin 2x + \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x$
2.  $\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$
3.  $\sin 2x - \sin 2x + 1$
4.  $\sin 2x + (\sin x - \cos x)^2 = 1$

*3-й путь:*

1.  $\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$
2.  $2 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$
3.  $\sin 2x + (\sin x - \cos x)^2 = 1$

*4-й путь:*

1.  $\sin 2x - 2 \sin x \cdot \cos x + 1$
2.  $\sin 2x - \sin 2x + 1$
3.  $\sin 2x + (\sin x - \cos x)^2 = 1$

До начала работы с тестами в паспорте теста учащемуся предлагается оценка каждого пути (как было показано выше). После окончания работы происходит оценка выполнения теста.

Оценка выполнения одного теста выражается в том, что по окончании теста учащемуся выдается оценка пройденного пути. Пусть ученик справился с нашим тестом по второму пути, тогда он получает следующие оценки: уровень свернутости пути – 3,6, сложность пути – 11.

После прохождения теста каждым учеником учитель собирает информацию в таблицу 34.

Таблица 34

| Ф. И. О. | Индивидуальные показатели |                         |
|----------|---------------------------|-------------------------|
|          | Уровень свернутости теста | Уровень сложности теста |
|          |                           |                         |
|          |                           |                         |

Затем на основании результатов таблицы 24 составляется таблица 35. Пусть тест выполняли 21 учащихся. Тогда распределение учеников по выбранным путям решения может быть таким (таблица 35).

Таблица 35

|                | Путь |    |    |    |
|----------------|------|----|----|----|
|                | 1    | 2  | 3  | 4  |
| Число учащихся | 5    | 7  | 5  | 4  |
| % соотношение  | 24   | 33 | 24 | 19 |

На основании результатов таблицы 32 и 33 учитель решает, как организовать дальнейшую работу с учащимися.

В данном случае распределение по путям решения должно быть примерно одинаково, так как пути примерно равнозначны.

Оценка выполнения обучающих тестов по заданной теме конкретным учеником может быть выражена в построении индивидуальной траектории.

Сводная таблица по теме для ученика N выглядит так (таблица 36).

Таблица 36

| Параметры | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
| 2         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |

Числа 1, 2, 3, 4, ...12 по горизонтали означают обучающие тесты по теме: «Элементы тригонометрии». Числа 1, 2, 3, 4 по вертикали означают следующие параметры: 1 – уровень свернутости теста; 2 – уровень сложности теста.

По отдельно взятому ученику информация уже имеется у самого ученика.

Информацию по классу в целом учитель может отразить в таблицах 37 и 38.

Таблица 37

|                   | Путь        |   |             |   |             |   |             |   |
|-------------------|-------------|---|-------------|---|-------------|---|-------------|---|
|                   | 1           |   | 2           |   | 3           |   | 4           |   |
|                   | Кол-во чел. | % | Кол-во чел. | % | Кол-во чел. | % | Кол-во чел. | % |
| Обучающий тест 1  |             |   |             |   | —           |   | —           |   |
| Обучающий тест 2  |             |   |             |   |             |   |             |   |
| Обучающий тест 3  |             |   |             |   | —           |   | —           |   |
| Обучающий тест 4  |             |   |             |   | —           |   | —           |   |
| Обучающий тест 5  |             |   |             |   |             |   |             |   |
| ...               |             |   |             |   |             |   |             |   |
| Обучающий тест 12 |             |   |             |   | —           |   | —           |   |

В таблице 37 наличие четырех путей в верхней строке означает максимальное количество путей в обучающих тестах по данной теме равное четырем; знак «—» означает, что данного пути в тесте не существует.

Таблица 38

Таблица достижения учащимися поставленной цели обучающих тестов по теме «Элементы тригонометрии» в процентах

| Обучающий тест  | Тест 1 | Тест 2 | Тест 3 | Тест 4 | Тест 5 | Тест 6 | Тест 7 | Тест 8 | Тест 9 | Тест 10 | Тест 11 | Тест 12 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| Достижение цели |        |        |        |        |        |        |        |        |        |         |         |         |

В таблице 38 отражено достижение поставленной цели всей группы учащихся, выполняющих тесты. Если цель достигается менее чем на 80% в более половины тестов (предназначенных для всех учеников), то это означает, что вся тема не усвоена учащимися. Поэтому учителю необходимо своевременно отслеживать результаты выполнения тестов учащимися.

### 2.3.3. ОБУЧАЮЩИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Проверка эффективности применения тестов учебной деятельности проходила на второй стадии – обучающем эксперименте.

Для описания данной стадии эксперимента необходимо показать, что в случае обучающего тестирования действительно имеет место обучение. Для этого приведем определение обучаемости, которое означает «индивидуальные показатели скорости и качества усвоения человеком содержания обучения» (*Педагогический энциклопедический словарь* 2002: 175). В качестве индивидуальных показателей в случае обучающего тестирования выступают: уровень свернутости пути, уровень сложности пути.

Организация этой стадии эксперимента состоялась на двух этапах:

1-й этап. Обучающие тесты разрабатывались по разработанной технологии конструирования обучающих тестов, как студентами, так и учителями школ;

2-й этап. Обучающие тесты применялись по разработанной нами методике применения тестов учебной деятельности студентами и учителями школ.

Целью первого этапа являлась проверка данной теории на технологичность путем создания обучающих тестов студентами, аспирантами и учителями. На данном этапе продолжалась работа, начатая в ориентировочном эксперименте, а именно – создание обучающих тестов. Авторы тестов уточняли в процессе тестирования обучаемых правильность созданных альтернатив и варианты решения. На первом этапе было подтверждено качество этих тестов (определены уровень сложности, степень освоения, степень обобщенности, объективность).

Результатом первого этапа является то, что были созданы обучающие тесты в соответствии с заданными критериями отбора содержания и параметрами эффективности.

Цель второго этапа – проверка эффективности применения созданных обучающих тестов в процессе изучения различных курсов математических дисциплин. То есть на этом этапе эксперимента проверялась методика, описанная выше. Здесь было показано, что обучение с применением обучающих тестов эффективно.

Проверка эффективности применения обучающих тестов осуществлялась посредством проведения:

- а) непосредственно тестирования;
- б) анкеты для учащихся.

Тестирование для учащихся проводилось так:

- учащимся предлагались тесты;
- подсчитывались значения уровня свернутости пути, сложности пути, длина пути;
- сравнивались значения полученных показателей с определенными ранее допустимыми значениями этих величин. Эти показатели находились на данном этапе обучающего эксперимента по описанной методике.

Учащимся была предложена следующая анкета.

### **АНКЕТА**

**для учащихся, которые работали  
с тестами учебной деятельности**  
*Уровень альтернативности*

4. Когда Вы получаете ответ к задаче, появляется ли у Вас желание сравнить его с учащимся, выполнявшим такую же задачу?

- А. Да.
- Б. Нет.

5. Обведите кружком то высказывание, которое Вам ближе:  
 А. Мне нравится, когда предоставляется право выбора.  
 Б. Я бываю часто доволен тем, что мне предложат.  
 В. Я, не задумываясь, часто соглашаюсь с тем, что мне предложат.

*Уровень свернутости*

6. Если Вы забыли теоретический материал, то для Вас предпочтительнее повторить его путем:

- А. Прочтения в учебнике.  
 Б. Выполнения тестового задания.

*Пошаговость*

7. Вам нравится решать задачу:  
 А. Оставаясь с ней «один на один».  
 Б. Создавая решение путем ответов на отдельные вопросы.

*Диагностичность*

8. Обведите кружком то высказывание, которое Вам ближе:  
 А. Мне нравится, когда объясняется, почему допущена ошибка.  
 Б. Меня не интересует причина допущенной ошибки.

*Степень разветвленности*

9. Обведите кружком то высказывание, которое Вам ближе:  
 А. Мне нравится, когда среди решений задачи кроме известного мне пути, можно найти и другой путь решения.  
 Б. Среди решений задачи меня интересует только тот, который известен мне.

*Уровень сложности*

10. При решении задачи Вы бы пошли путем:  
 А. Известным, но длинным.  
 Б. Неизвестным, но коротким.  
 11. Обведите кружком то высказывание, которое Вам ближе:  
 А. Мне нравится, когда среди решений задачи в тесте можно выбрать: пойти путем известным, но длинным или неизвестным, но коротким.  
 Б. Я всегда пойду по известному пути, при этом остальные пути меня не интересуют.

*Оценивание каждого действия*

9. Обведите кружком то высказывание, которое Вам ближе:  
 А. При решении задачи меня интересует правильность каждого действия.

Б. Я всегда уверен в правильности своих действий и не нуждаюсь в оценке.

### *Форма оценивания*

10. Вы отдадите предпочтение:

А. Традиционной оценке – 5, 4, 3, 2.

Б. Нетрадиционной оценке – оценке словесной.

Отметим роль учителя при использовании обучающих тестов.

Выше было сказано, что средством управления являются тесты учебной деятельности. Часть функций управления, естественно, остается за учителем. Отметим, в чем они состоят.

Во-первых, становится возможной индивидуальная и дифференцированная консультация для ученика в тех нестандартных случаях, которые не предусмотрены в обучающих тестах (появление таких случаев обусловлено, в частности, тем, что процесс обучения не может быть полностью технологизирован).

Во-вторых, за учителем неизбежно остается воспитательная функция. Использование обучающих тестов позволяет решать задачи воспитания более широко. Это объясняется, в частности тем, что условия работы повышают ответственность ученика за результаты своей деятельности.

Одна из задач учителя состояла в том, чтобы научить учащихся изучать материал с помощью обучающих тестов. Необходимость такого специального обучения обуславливается их специфической структурой. Первое знакомство с особенностями работы с обучающими тестами осуществлялось с помощью специальной вводной беседы о правилах работы с обучающими тестами, после которой применялось комментирование нескольких пунктов обучающего теста.

Однако руководящая роль учителя по формированию умений и навыков работы с обучающими тестами не может ограничиваться лишь беседой. На нескольких (3–6) первых уроках работы с обучающими тестами происходила «перестройка психологических установок учащихся в обучении, т. е. перестройка привычных и укоренившихся с годами методов и способов деятельности на занятиях, характера и направленности внимания, привычек и даже мотивов в учебной работе» (Беспалько 1967: 32). Эти трудности психологического характера, как показал эксперимент, объясняют снижение уровня усвоения учебного материала, которое наблюдалось у учащихся. Психологическая перестройка учащихся требует времени.

При работе с обучающими тестами определенную специфическую роль играют приемы самоконтроля, так как у ученика имеется возможность без посторонних указаний узнать о том, что им допущена ошибка. Очевидно, что работа учителя по формированию умений и навыков с обучающими тестами требует учета возрастных особенностей, а именно: чем младше школьники, тем труднее им овладевать навыками работы с текстом специальной структуры.

## ВЫВОДЫ

Конструирование содержания тестов учебной деятельности осуществляется в соответствии с принципами: компетентного подхода, опоры на теорию поэтапного формирования умственных действий; ориентации на смешанный тип ориентировки в задании; контроля пути (способа) решения задачи, действий учащихся, прохождения учащимися всех этапов усвоения; точного соблюдения граничных значений для характеристик теста учебной деятельности (равномерности; уровня свернутости; уровня структурированности; ограниченности ширины и степени альтернативности теста учебной деятельности); реализации самоконтроля; системного квантования; концентризма; технологичности.

Сформулированные принципы составляют основу для создания эффективного теста учебной деятельности, использование которого позволяет обеспечить эффективность обучения. При определении факторов измерения и показателей эффективности тестов учебной деятельности учитывается, что в качестве единиц измерения знания в этих тестах выступают форма действия (материальная, громко-речевая, умственная), путь решения, этап усвоения. При этом мы оперируем такими характеристиками тестов учебной деятельности, как уровень сложности максимальный, уровень сложности минимальный, ширина теста, степень разветвленности, степень неравномерности, уровень альтернативности максимальный, уровень альтернативности минимальный.

Факторами измерения и показателями эффективности тестов учебной деятельности являются сложность и уровень сложности, освоенность и степень освоения, обобщенность и степень обобщенности, а также объективность.

Представлена технология нахождения факторов измерения и показателей эффективности тестов учебной деятельности. Часть этих показателей выражается качественной шкалой, отражающей



уровни – высокий, средний, низкий, другая часть – задается формульно.

На основе предложенной технологии разработаны эффективные тесты учебной деятельности (для ряда тем школьного курса математики), соответствующие четко диагностируемым структурным характеристикам тестов данного вида с разработкой основных принципов конструирования.

Эффективность обучения с применением тестов учебной деятельности обеспечивается за счет конструирования тестов, соответствующих критериям качества и учитывающих особенности методики применения тестов учебной деятельности.

## **РАЗДЕЛ 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ДОКАЗАТЕЛЬНЫМ РАССУЖДЕНИЯМ**

### **3.1. ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВАМ**

В реализации общих целей математического образования огромное значение принадлежит доказательствам. Действительно, овладение комплексом математических знаний и умений предполагает овладение доказательством, ибо важное место в системе математических знаний занимают теоремы, изучение которых связано с доказательствами; умения применять знания (теоремы, понятия, аксиомы) предполагают выполнение доказательств. Формирование алгоритмического, эвристического, абстрактного мышления учащихся осуществляется также главным образом в процессе доказательств. Вне этого процесса невозможна реализация и других целей, в частности цели формирования морально-этических качеств личности. Обучение математике предполагает обучение способам деятельности по приобретению знаний, что требует выявления и освоения в процессе обучения математике различных схем используемых в математических рассуждениях.

Общие цели обучения доказательствам:

1) формирование и развитие качеств мышления, необходимых образованному человеку для полноценного функционирования в современном обществе, в частности формирование эвристического и алгоритмического мышления;

2) формирование и развитие абстрактного мышления, и прежде всего его дедуктивной составляющей как специфической для математики;

3) реализация возможностей математики в формировании научного мировоззрения учащихся, в освоении ими научной картины мира;

4) формирование и развитие у учащихся потребности и способности непрерывно и целенаправленно расширять и углублять свои знания;

5) формирование математического языка и математического аппарата как средства описания и исследования окружающего мира и его закономерностей.

Специалисты в области методики преподавания математики сходятся во мнении, что изучение математики имеет исключительное значение в развитии дедуктивного мышления учащихся в силу той особой роли, которую играют доказательства в математике и в обучении математике. Однако обучение доказательству без объяснения того, как мы доказываем, не позволяет в полной мере использовать возможности этого обучения. Для повышения эффективности обучения доказательству должна быть организована специальная работа по разъяснению того, что такое доказательство и как оно устроено.

Проблемы обучения доказательству в школьном курсе математики исследовали В.М. Брадис, Н.И. Бурда, Н.Я. Виленкин, М.Б. Волович, Ю.А. Глазков, Ф.Н. Грнболин, Я.И. Груденов, В.А. Гусев, В.А. Далингер, Г.В. Дорофеев, Я.С. Дубнов, Л.А. Калужнин, Ю.М. Колягин, И. Лакатос, И.Л. Никольская, Б.Д. Пайсон, Д. Пойа, Л.Г. Петерсон, Г.И. Саранцев, З.И. Слепкань, И.М. Смирнова, А.А. Столяр, И.Л. Тимофеева и др.

В работе учителей преобладает тенденция учить ученика конкретному доказательству тех или иных теорем, но слабо ведется работа по вооружению школьников умениями вообще доказывать. По этому поводу А. К. Артемов пишет, что «многие школьники, вместо обобщенных умений, нередко овладевают лишь частными умениями, относящимися к доказательству отдельных теорем, наблюдается «разучивание» теорем» (Атанасян: 1999).

Доказательство каждой новой теоремы обычно рассматривается как отдельно взятый факт, добавляющий к знаниям учащихся еще один элемент знаний. На усвоение школьниками этого нового факта и направлены все усилия учителя. Следует же особо обращать внимание школьников на приемы, которые используются при доказательстве теорем, на приемы поиска этого доказательства. При таком подходе доказательство каждой новой теоремы будет служить не только объектом усвоения, но и средством для формирования общих приемов доказательства теорем. Разница между способным учеником и слабоуспевающим состоит не в том, что первый больше знает, а именно в том, что он владеет более богатым арсеналом различных приемов получения знаний, знает приемы и способы их использования.

Знания учащихся, связанные с изучением теорем, умение применять их при решении задач находятся не на должном уровне.

Можно указать три основные причины низкого уровня сформированности у учащихся умения доказывать теоремы (Капинос 1986):

- 1) связанные с психическими факторами (ослабление психических функций: внимания, памяти, мышления и т. д.);
- 2) вытекающие из недостатков программ, учебников и учебных пособий по математике;
- 3) обусловленные несовершенством организации процесса обучения.

Основная же причина состоит в том, что при обучении доказательству теорем учебно-познавательная деятельность учащихся направляется учителем главным образом на понимание и запоминание, в ущерб ознакомлению школьников с методами и способами рассуждений, лежащих в основе поиска доказательства. Учителем не стимулируется постоянный анализ обучающимися своей деятельности при доказательстве теорем, в результате чего эта деятельность ими не осознается.

При доказательстве теорем учителя чаще всего организуют лишь синтетическую деятельность учащихся, в результате которой они идут по плану доказательства, предложенного учебником. Если бы учебная деятельность школьников при доказательстве теорем была аналитико-синтетической, то была бы обеспечена сознательность в осуществлении плана доказательства.

В большинстве случаев, учителя при обучении учащихся доказательству теорем не ставят перед ними цели осознания способа, каким было получено доказательство, а сами в основном показывают готовые доказательства, хотя умение доказывать не находится в прямой зависимости от числа доказанных теорем.

Причины низкого уровня сформированности у учащихся умения доказывать состоят также в увлечении учителем на уроке процедурой оформления доказательства, а не процессом его получения; в недостаточной работе по обеспечению переноса приема доказательства с одних теорем на другие, сходные с ними по содержанию и методам доказательства; в отсутствии работы по формированию у школьников навыков контроля и самоконтроля.

При формировании у учащихся умения доказывать учителями недостаточно учитываются их возрастные и индивидуальные особенности, хотя в педагогической литературе отмечается, что «если подростковый возраст считают возрастом усвоения доказательств,

то юношеский возраст – это возраст, когда создаются доказательства. В связи с этим у старшеклассников заметно возрастает критическое отношение к предлагаемым доказательствам и стремление к обоснованию своих собственных доказательств. С этим связано и то, что в мышлении юноши, наряду с категорическими суждениями, большое место занимают суждения гипотетические» (Зимняя 2003: 55).

### **3.2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВУ ТЕОРЕМ ТЕСТАМИ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Как известно, процесс обучения проходит несколько этапов: общение новых фактов; усвоение этого материала учениками (знание); применение этих сведений для доказательства других теоретических утверждений и решения задач (умения); коррекция усвоенных знаний; дальнейшая работа по формированию основных приемов доказательства и решению задач (навыки); контроль уровня усвоения. На каждом этапе учителю требуется знать, как идет процесс обучения, какие трудности или недочеты имеются у конкретного ученика. Результаты диагностики уровня знаний учащихся на каждом этапе обучения позволяют учителю оптимально выбирать формы и методы обучения, а также формы коррекции ошибок и пробелов в усвоении учебного материала. Поиск оптимальных способов диагностики уровня обученности математике является частью общей проблемы системы оценки качества обучения и образования. Традиционные формы усвоения материала (дидактические материалы, учебники и др.) требуют значительных временных затрат. Поэтому в последние годы в школах все чаще стала использоваться такая форма контроля усвоения знаний и навыков, как тесты.

Е.Н. Смирнова-Трибульская считает, что использование новых информационных технологий в обучении позволяет рассматривать школьника как центральную фигуру образовательного процесса, и ведет к изменению стиля взаимоотношений между его субъектами (Е.Н. Смирнова-Трибульская: 2012). При этом учитель перестает быть основным источником информации и занимает позицию человека, организующего самостоятельную деятельность учащихся, и управляющего ею. Его основная роль состоит теперь в постановке целей обучения, организации условий, необходимых для

успешного решения образовательных задач. Таким образом, ученик учится, а учитель создает условия для учения; авторитарная по своей сути классическая образовательная технология принуждения трансформируется в личностно-ориентированную (Е.Н. Смирнова-Трибульская: 2012).

Учитывая вышеизложенное и опыт применения тестов учебной деятельности, приведем несколько аргументов, подтверждающих эффективность использования таких тестов при доказательстве теорем.

1. В процессе выполнения тестов учебной деятельности важное место занимает такая мыслительная операция, как сравнение.

2. При применении тестов учебной деятельности имеется возможность выявить поэлементный уровень усвоения учебного материала.

3. Тесты учебной деятельности обладают высоким обучающим потенциалом.

4. Тесты учебной деятельности помогают ученикам самоутвердиться, они получают всегда положительный результат при прохождении теста и могут доказывать самостоятельно посильные им теоремы.

5. В процессе применения тестов учебной деятельности у учителя появляется возможность охватить работой большее количество учеников и использовать время для индивидуальных консультаций.

6. В процессе применения тестов учебной деятельности решаются и задачи воспитательного характера: повышается ответственность учащихся за результаты своей деятельности; у учащихся формируется умение воспользоваться правом выбора, формируется умение самоконтроля и самооценки.

Переходя к методике изложения обучения доказательствам тестами учебной деятельности, хотелось бы обратить внимание на то, что в первую очередь учитель должен иметь представление о роли той или иной теоремы в курсе математики.

Иногда приходится наблюдать, как учитель из урока в урок при обучении математики тем только и занимается, что доказывает предусмотренные программой теоремы и повторяет эти доказательства. Доказательство – это особая форма логического мышления, вырабатываемая системой многих рассуждений, применяемых

в том или ином случае. В то же время в задачу учителя входит обязанность добиваться того, чтобы все учащиеся знали доказательство данной теоремы и свободно могли его самостоятельно осуществить. Немаловажно заметить, что обучать геометрии надо так, чтобы школьники, обдумывая этапы доказательства теоремы, умели самостоятельно находить пути и способы этого доказательства. С помощью тестов учебной деятельности учителю предоставляется возможность наблюдать за процессом мышления учащихся, анализировать и изучать его.

Процесс изучения теорем на уроке математики можно разбить на следующие этапы (З.И. Слепкань, 1983):

- 1) мотивация изучения теоремы и раскрытие её содержания;
- 2) работа над структурой теоремы;
- 3) поиск доказательства теоремы;
- 4) доказательство и его оформление;
- 5) закрепление теоремы.

В тестах учебной деятельности можно проследить наличие всех этих этапов. Тесты учебной деятельности, которые будут изложены в примерах подразумевают реализацию этих этапов.

Рассмотрим подробнее эти этапы.

### 1. Мотивация изучения теоремы и раскрытие её содержания.

Математическая деятельность, как и любая другая, должна начинаться с мотивации, в частности для определения пути решения, позволяющего в конечном итоге достигнуть цель. Для мотивировки изучения теорем можно предложить следующие приемы:

- а) актуальность той или иной теоремы для решения практических задач;
- б) актуальность той или иной теоремы для решения задач и доказательства других теорем;
- в) выполнение построений;
- г) исследование наглядного материала, в том числе подвижных моделей и чертежей;
- д) применение аналогий.

### 2. Работа над структурой теоремы.

При организации работы над структурой теоремы необходимо выделить её условие и заключение, еще раз уточнить, для каких объектов сформулирована теорема. Если теорема сформулирована в категорической форме, её необходимо переформулировать в

условном виде. На доске и в тетрадах выполняется чертеж, записывается, что нам дано и что требуется доказать. Необходимо требовать от учащихся, чтобы теорема была сформулирована полностью и не допускала двусмысленного толкования. Особенно часто у школьников наблюдается склонность к сокращению формулировки теоремы.

### 3. Поиск доказательства теоремы.

В процессе поиска доказательства теоремы учитель знакомит учащихся с общими методами и приемами доказательства, демонстрирует, как нужно рассуждать, чтобы решить ту или иную задачу.

Путь мышления в поисках доказательства аналитико-синтетический. Начиная, как правило, с заключения теоремы, учащиеся редко выдерживают до конца форму аналитических рассуждений, так как постоянно приходится думать об условии, о данных теоремы, сравнивая с ними (хотя бы мысленно), полученное на этапе анализа.

В процессе отыскания доказательства не следует задавать много вопросов учащимся. Это мешает сосредоточиться на главном. Поиск доказательства проводится устно и завершается составлением плана доказательства.

### 4. Оформление доказательства теоремы.

Оформляя записи, полезно учитывать психологические закономерности восприятия объектов. Усвоение облегчается, если они расположены в строго продуманной системе, требующей минимальных усилий обучающихся.

### 5. Закрепление теоремы.

Работа над теоремой после доказательства состоит из 2 частей.

Первая часть – проверка усвоения формулировки теоремы. На этом этапе учащимся предлагают вновь сформулировать уже доказанную теорему, выделить условие и заключение. Затем предлагается выполнить различные задания. Например, сформулировать обратную теорему, определить верно ли сформулирована теорема и т. д.

Вторая часть – проверка усвоения доказательства теоремы. На этом этапе учащимся предлагается ответить на вопросы и выполнить задание:

А. Какие понятия использовались в процессе доказательства теоремы?



Б. Назовите теоремы, которые использовались в ходе доказательства. Какова цель их использования?

В. Воспроизведите доказательство по другому чертежу, изменив его положение и обозначение элементов.

Г. Составьте план доказательства.

Д. Если возможно, обобщите теорему.

Таким образом, с одной стороны, сама структура теста с учебной деятельности отражает вышерассмотренные этапы, с другой – тесты учебной деятельности должны иметь определенное место на этапе изучения доказательств теорем.

Учитывая, что успех в изложении доказательства теорем определяется не только применением какого – либо метода или приема, а системой обучения в комплексе, в эту систему могут быть включены тесты учебной деятельности с четким определением им места на этапе обучения. Учитель должен показывать математическую теорию в развитии, создавая перед учащимися проблемы, для решения которых появляется необходимость в доказательстве той или иной теоремы, добиваться предельно ясного понимания содержания теоремы, уделять самое серьезное внимание процессу доказательства (Н.А. Сеногноева, 2013).

Приведем пример по определению места на этапе изучения доказательства теорем тестам учебной деятельности.

1. В начале урока учитель мотивирует учащихся на доказательство теоремы.
2. Сформулировав теорему вместе с учащимися, учитель просит выделить ее условие и заключение.
3. Поиск доказательства учащиеся проводят самостоятельно с помощью тестов учебной деятельности.
4. Оформление записи доказательства теоремы происходит постепенно: выполняя задания теста, учащимся даются советы (что необходимо записать в тетрадь и в какой форме), по этим записям в дальнейшем не составит труда воспроизвести теорему и ее доказательство снова.
5. После этого учитель переходит к работе на закрепление теоремы, где проверяет, насколько учащимися была усвоена теорема.

### 3.3. ПРИМЕРЫ ТЕСТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМ

Рассмотрим примеры тестов учебной деятельности, направленных на доказательство теорем.

Пример 1. В данном тесте рассматривается теорема об отношении площадей треугольников, имеющих равный угол.

На первом этапе изучения теоремы об отношении площадей треугольников, имеющих равный угол. Учитель перед классом ставит проблемную задачу (рис. 7):

Дано:  $\triangle ABC, \triangle MNC, CN = \frac{1}{2}AC, CM = \frac{2}{3}DC, S_{MNC} = 18 \text{ см}^2$ .

Найти:  $S_{ABC} = ?$

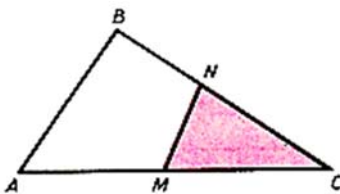


Рис. 7

Решая задачу, учитель может задать наводящие вопросы. Например:

- Площади каких треугольников рассматриваются?
- Можно ли применить к решению задачи общую формулу площади треугольника или отношение площадей треугольников с равными высотами?

- Есть ли у рассматриваемых треугольников равные элементы?

Затем учитель подводит итог и вместе с учащимися формулирует цель: определить, как связаны площади треугольников, имеющих по равному углу. Ученики приводят свои предположения, догадки. Затем формулируется теорема. После этого учащимся предлагается доказать эту теорему с помощью теста учебной деятельности.

Таким образом проводится предварительная работа с учащимися перед доказательством теоремы.

Приведем формулировку этой теоремы: «Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то отношение площадей этих треугольников равно отношению произведений сторон, заключающих равные углы».

1. Сформулируйте что дано в данной теореме.
  - а)  $\triangle ABC$ ,  $\triangle A_1B_1C_1$ ,  $\angle A = \angle A_1$  переходите к Д<sub>1</sub>
  - б)  $\triangle ABC$ ,  $\triangle A_1B_1C_1$ ,  $\angle A = \angle A_1$ ,  $S_{\triangle ABC} = S$ ,  $S_{\triangle A_1B_1C_1} = S_1$  переходите к Д<sub>2</sub>
  - в)  $\angle A = \angle A_1$ ,  $S_{\triangle ABC} = S$ ,  $S_{\triangle A_1B_1C_1} = S_1$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь, прочитайте внимательно формулировку теоремы.  
 Д<sub>2</sub> – такой путь возможен, запишите в тетради что нам дано и переходите к пункту 2.  
 Д<sub>3</sub> – вернитесь, прочитайте внимательно формулировку теоремы.
2. Что называется отношением двух величин.
  - а) Частное от деления первой величины на вторую. переходите к Д<sub>1</sub>
  - б) Произведение от умножения первой величины на вторую. переходите к Д<sub>2</sub>
  - в) Сумма от сложения первой величины на вторую. переходите к Д<sub>3</sub>
  - г) Разность от вычитания первой величины на вторую. переходите к Д<sub>4</sub>

Д<sub>1</sub> – верно, переходите к пункту 3.  
 Д<sub>2</sub> – вернитесь и вспомните верное определение отношения двух величин.  
 Д<sub>3</sub> – вернитесь и вспомните верное определение отношения двух величин.  
 Д<sub>4</sub> – вернитесь и вспомните верное определение отношения двух величин.
3. О каких отношениях идет речь в данной теореме.
  - а)  $\angle A : \angle A_1$  переходите к Д<sub>1</sub>
  - б)  $S : S_1$  переходите к Д<sub>2</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь, прочитайте внимательно условие теоремы.  
 Д<sub>2</sub> – верно, переходите к пункту 4.
4. Произведения каких сторон, мы будем рассматривать для доказательства теоремы.
  - а)  $AC \cdot CB$  и  $A_1C_1 \cdot C_1B_1$  переходите к Д<sub>1</sub>
  - б)  $CB \cdot BA$  и  $C_1B_1 \cdot B_1A_1$  переходите к Д<sub>2</sub>
  - в)  $AB \cdot AC$  и  $A_1B_1 \cdot A_1C_1$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь, прочитайте внимательно условие данной теоремы и сделайте правильный вывод.

Д<sub>2</sub> – вернитесь, прочитайте внимательно условие данной теоремы и сделайте правильный вывод.

Д<sub>3</sub> – верно, переходите к пункту 5.

5. Сформулируете заключения данной теоремы.

$$\text{а) } \frac{S}{S_1} = \frac{AC \cdot BC}{A_1C_1 \cdot B_1C_1} \quad \text{переходите к Д}_1$$

$$\text{б) } \frac{S}{S_1} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1} \quad \text{переходите к Д}_2$$

$$\text{в) } \frac{S}{S_1} = \frac{CB \cdot BA}{C_1B_1 \cdot B_1A_1} \quad \text{переходите к Д}_3$$

Д<sub>1</sub> – вернитесь, посмотрите пункт 3 и 4 и сделайте правильное заключение.

Д<sub>2</sub> – верно, запишите себе в тетрадь, переходите к пункту 6.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, посмотрите пункт 3 и 4 и сделайте правильное заключение.

6. Для доказательства данной теоремы нам потребуется свойство отношения площадей с равными высотами, сформулируйте его:

а) Отношение площадей треугольников с равными высотами равно отношению сторон, к которым эти высоты проведены. переходите к Д<sub>1</sub>

б) Отношение площадей треугольников с равными высотами равно отношению сторон. переходите к Д<sub>2</sub>

в) Отношение площадей треугольников с равными высотами равно отношению высот. переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – верное свойство, переходите к пункту 7.

Д<sub>2</sub> – подумайте, каких именно берется отношение сторон, переходите к пункту 6.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, вспомните данное свойство.

7. Для доказательства данной теоремы наложим один треугольник на другой так, чтобы равные углы  $A$  и  $A_1$  совпали, сторона  $A_1B_1$  лежала на луче  $AB$ , а сторона  $A_1C_1$  на луче  $AC$  (рис. 8). Рассмотрим  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$ , что общего у этих треугольников.

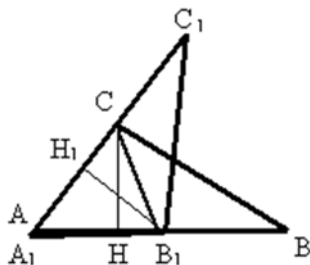


Рис. 8

- а) Равные высоты переходите к Д<sub>1</sub>
- б) Равные медианы переходите к Д<sub>2</sub>
- в) Равные биссектрисы переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – верно, переходите к пункту 8.

Д<sub>2</sub> – вернись, внимательно посмотрите на два треугольника и найдите общий элемент.

Д<sub>3</sub> – вернись, внимательно посмотрите на два треугольника и найдите общий элемент.

8. Отношение площадей с равными высотами равно.

- а)  $\frac{S}{S_{A_1B_1C}} = \frac{AB}{A_1C}$  переходите к Д<sub>1</sub>
- б)  $\frac{S}{S_{A_1B_1C}} = \frac{AC}{A_1B_1}$  переходите к Д<sub>2</sub>
- в)  $\frac{S}{S_{A_1B_1C}} = \frac{AB}{A_1B_1}$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернись, посмотрите внимательно на рисунок и выберите правильное отношение.

Д<sub>2</sub> – вернись, посмотрите внимательно на рисунок и выберите правильное отношение.

Д<sub>3</sub> – верно, запишите это отношение в тетради, обозначьте равенства (1) и переходите к пункту 9.

9. Рассмотрим  $\triangle A_1B_1C_1$  и  $\triangle A_1B_1C$ , что общего у этих треугольников:

- а) Равные медианы переходите к Д<sub>1</sub>
- б) Равные высоты переходите к Д<sub>2</sub>
- в) Равные биссектрисы переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернись, внимательно посмотрите на два треугольника и найдите общий элемент.

Д<sub>2</sub> – верно, переходите к пункту 10.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, внимательно посмотрите на два треугольника и найдите общий элемент.

10. Отношение площадей с равными высотами равно.

а)  $\frac{S_{A_1B_1C}}{S_1} = \frac{AC}{A_1B_1}$  переходите к Д<sub>1</sub>

б)  $\frac{S_{A_1B_1C}}{S_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$  переходите к Д<sub>2</sub>

в)  $\frac{S_{A_1B_1C}}{S_1} = \frac{A_1B_1}{A_1C_1}$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь, посмотрите внимательно на рисунок и выберите правильное отношение.

Д<sub>2</sub> – верно, запишите это отношение в тетради, обозначьте равенства (2) и переходите к пункту 11.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, посмотрите внимательно на рисунок и выберите правильное отношение.

11. Перемножим равенства (1) и (2), получим:

а)  $\frac{S}{S_1} = \frac{AB \cdot A_1C_1}{A_1B_1 \cdot AC}$  переходите к Д<sub>1</sub>

б)  $\frac{S}{S_1} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$  переходите к Д<sub>2</sub>

в)  $\frac{S}{S_1} = \frac{A_1B_1 \cdot AC}{AB \cdot A_1C_1}$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь, аккуратно перемножьте эти равенства, возможно вы допустили где-то ошибку.

Д<sub>2</sub> – верно, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 12.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, аккуратно перемножьте эти равенства, возможно вы допустили где-то ошибку.

12. Теорема доказана.

Пример 2. В данном тесте учебной деятельности рассмотрим доказательство теоремы Птолемея. Приведем ее формулировку: «Если четырехугольник вписан в окружность, то произведение диагоналей вписанного четырехугольника равно сумме произведений его противоположных сторон».

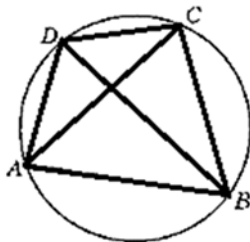


Рис. 9

1. Сформулируйте теорему Птолемея для данного четырехугольника (рис. 9) в буквенном виде.

- а)  $AC \cdot BD = AB \cdot BC + DC \cdot AD$  переходите к Д<sub>1</sub>
- б)  $AC \cdot BD = AB \cdot AD + BC \cdot CD$  переходите к Д<sub>2</sub>
- в)  $AC \cdot BD = BC \cdot AD + AB \cdot CD$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь к пункту 1, внимательно посмотрите на рисунок 4 и выберите верный вариант.

Д<sub>2</sub> – вернитесь к пункту 1, внимательно посмотрите на рисунок и выберите верный вариант.

Д<sub>3</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, переходите к пункту 2.

2. Для доказательства данной теоремы нам потребуется свойство вписанного четырехугольника в окружность, сформулируйте его правильно:

- а) Четырехугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных углов равны  $180^\circ$  переходите к Д<sub>4</sub>
- б) Четырехугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных углов равны  $90^\circ$  переходите к Д<sub>5</sub>
- в) Четырехугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных углов равны  $360^\circ$  переходите к Д<sub>6</sub>

Д<sub>4</sub> – такой путь возможен, переходите к пункту 3.

Д<sub>5</sub> – вернитесь к пункту 3, вспомните свойство вписанного четырехугольника в окружность.

Д<sub>6</sub> – вернитесь к пункту 3, вспомните свойство вписанного четырехугольника в окружность.

3. Для доказательства данной теоремы нам потребуется свойство вписанного четырехугольника в окружность, какая из этих формул верна для рис., который выше:

а)  $\angle BCD + \angle ADC = 2\pi$  переходите Д<sub>7</sub>

б)  $\angle BCD + \angle ADC = \pi$  переходите Д<sub>8</sub>

в)  $\angle BCD + \angle ADC = \pi/2$  переходите Д<sub>9</sub>

Д<sub>7</sub> – вернитесь к пункту 3, вспомните свойства вписанного четырехугольника в окружность.

Д<sub>8</sub> – такой путь возможен, запишите формулу. Из этой формулы следует, что  $\cos \angle BCD + \cos \angle ADC = 0$ , запишите это. Переходите к пункту 4.

Д<sub>9</sub> – вернитесь к пункту 3, вспомните свойства вписанного четырехугольника в окружность.

4. Также для доказательства теоремы будем пользоваться теоремой косинусов, сформулируйте её правильно:

а) Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус произведение этих сторон на косинус угла между ними. переходите к Д<sub>10</sub>

б) Квадрат стороны треугольника равен сумме двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними. переходите к Д<sub>11</sub>

в) Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними. переходите к Д<sub>12</sub>

г) Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон плюс удвоенное произведение этих сторон на косинус угла. переходите к Д<sub>13</sub>

Д<sub>10</sub> – обратите внимание на произведение сторон на косинус угла между ними, каким оно должно быть, переходите к пункту 4.

Д<sub>11</sub> – вернитесь, вспомните правильную формулировку теоремы косинуса для треугольников.

Д<sub>12</sub> – верно, переходите к пункту 5.



Д<sub>13</sub> – обратите внимание на знак перед произведением сторон на косинус угла между ними, переходите к пункту 4.

5. Рассмотрим  $\triangle DAB$ , по теореме косинуса находим сторону  $BD$ :

а)  $BD^2 = AB^2 + AD^2 + AB \cdot AD \cdot \cos \angle DAB$  переходите к Д<sub>14</sub>

б)  $BD = AB + AD + 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \angle DAB$  переходите к Д<sub>15</sub>

в)  $BD^2 = AB^2 + AD^2 + 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \angle DAB$  переходите к Д<sub>16</sub>

г)  $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \angle DAB$  переходите к Д<sub>17</sub>

Д<sub>14</sub> – вернитесь к пункту 4, еще раз вспомните теорему косинуса для треугольников и переходите к пункту 5.

Д<sub>15</sub> – вернитесь к пункту 4, еще раз вспомните теорему косинуса для треугольников и переходите к пункту 5.

Д<sub>16</sub> – вернитесь к пункту 4, еще раз вспомните теорему косинуса для треугольников и переходите к пункту 5.

Д<sub>17</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (1), переходите к пункту 6.

6. Из формулы (1) выразите  $\cos \angle DAB$ , получите:

а)  $\cos \angle DAB = \frac{AB^2 + AD^2 + BD^2}{2 \cdot AB \cdot AD}$  переходите к Д<sub>18</sub>

б)  $\cos \angle DAB = \frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2 \cdot AB \cdot AD}$  переходите к Д<sub>19</sub>

в)  $\cos \angle DAB = \frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2 \cdot AB \cdot AD}$  переходите к Д<sub>20</sub>

г)  $\cos \angle DAB = \frac{BD^2 - AB^2 - AD^2}{2 \cdot AB \cdot AD}$  переходите к Д<sub>21</sub>

Д<sub>18</sub> – вернитесь к пункту 6, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>19</sub> – вернитесь к пункту 6, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>20</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (2). Переходите к пункту 7.

Д<sub>21</sub> – вернитесь к пункту 6, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

7. Рассмотрим  $\triangle BCD$  по теореме косинуса, находим сторону  $BD$ :

а)  $BD^2 = BC^2 + CD^2 - BC \cdot CD \cdot \cos \angle BCD$  переходите к Д<sub>22</sub>

б)  $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos \angle BCD$  переходите к Д<sub>23</sub>

- в)  $BD^2 = BC^2 + CD^2 + BC \cdot CD \cdot \cos \angle BCD$  переходите к Д<sub>24</sub>  
 г)  $BD^2 = BC^2 + CD^2 + 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos \angle BCD$  переходите к Д<sub>25</sub>

Д<sub>22</sub> – вернитесь к пункту 4, еще раз вспомните теорему косинуса для треугольников и переходите к пункту 7.

Д<sub>23</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (3). Переходите к пункту 8.

Д<sub>24</sub> – вернитесь к пункту 4, еще раз вспомните теорему косинуса для треугольников и переходите к пункту 7.

Д<sub>25</sub> – вернитесь к пункту 4, еще раз вспомните теорему косинуса для треугольников и переходите к пункту 7.

8. Из формулы (3) выражаем  $\cos \angle BCD$ , получаем:

- а)  $\cos \angle BCD = \frac{BC^2 + CD^2 - BD^2}{2 \cdot BC \cdot CD}$  переходите к Д<sub>26</sub>  
 б)  $\cos \angle BCD = \frac{BC^2 + CD^2 + BD^2}{2 \cdot BC \cdot CD}$  переходите к Д<sub>27</sub>  
 в)  $\cos \angle BCD = \frac{BC^2 + CD^2 - BD^2}{2 \cdot BC \cdot CD}$  переходите к Д<sub>28</sub>  
 г)  $\cos \angle BCD = \frac{BD^2 - CD^2 - BC^2}{2 \cdot BC \cdot CD}$  переходите к Д<sub>29</sub>

Д<sub>26</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (4). Переходите к пункту 9.

Д<sub>27</sub> – вернитесь к пункту 8, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>28</sub> – вернитесь к пункту 8, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>29</sub> – вернитесь к пункту 8, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

9. Сумма этих формул (2) и (4) равна нулю. Запишите это.

- а)  $\frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2 \cdot AB \cdot AD} + \frac{BC^2 + CD^2 - BD^2}{2 \cdot BC \cdot CD} = 0$  переходите к Д<sub>30</sub>  
 б)  $\frac{BD^2 - CD^2 - BC^2}{2 \cdot BC \cdot CD} - \frac{BD^2 - AB^2 - AD^2}{2 \cdot AB \cdot AD} = 0$  переходите к Д<sub>31</sub>

Д<sub>30</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, переходите к пункту 10.

Д<sub>31</sub> – вернитесь к пункту 9, подумайте, возможно вы сделали ошибку.

10. Из пункта 9 начнем выражать  $BD^2$ , получаем:

- а)  $2 \cdot BC \cdot CD \cdot (AB^2 + AD^2 - BD^2) + 2 \cdot AB \cdot AD \cdot (CB^2 + CD^2 - BD^2) = 0$  переходите к Д<sub>32</sub>

б)  $2 \cdot BC \cdot CD \cdot AB^2 + 2 \cdot BC \cdot CD \cdot AD^2 -$   
 $2 \cdot BC \cdot CD \cdot BD^2 + 2 \cdot AB \cdot AD \cdot CB^2 + 2 \cdot$  переходите к Д<sub>33</sub>  
 $AB \cdot AD \cdot CD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot BD^2 = 0$

в)  $2 \cdot BC \cdot CD \cdot (AB^2 + AD^2 - BD^2) - 2 \cdot$  переходите к Д<sub>34</sub>  
 $AB \cdot AD \cdot (CB^2 + CD^2 - BD^2) = 0$

Д<sub>32</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 11.

Д<sub>33</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 12.

Д<sub>34</sub> – вернитесь, возможно, вы сделали неверные преобразования.

11. Раскрывая скобки в равенстве, получаем:

а)  $2 \cdot BC \cdot CD \cdot AB^2 + 2 \cdot BC \cdot CD \cdot AD^2 + 2 \cdot$   
 $BC \cdot CD \cdot BD^2 + 2 \cdot AB \cdot AD \cdot CB^2 + 2 \cdot AB \cdot$  переходите к Д<sub>35</sub>  
 $AD \cdot CD^2 + 2 \cdot AB \cdot AD \cdot BD^2 = 0$

б)  $2 \cdot BC \cdot CD \cdot AB^2 + 2 \cdot BC \cdot CD \cdot AD^2 + 2 \cdot$   
 $BC \cdot CD \cdot BD^2 + 2 \cdot AB \cdot AD \cdot CB^2 + 2 \cdot AB \cdot$  переходите к Д<sub>36</sub>  
 $AD \cdot CD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot BD^2 = 0$

в)  $2 \cdot BC \cdot CD \cdot AB^2 + 2 \cdot BC \cdot CD \cdot AD^2 - 2 \cdot$   
 $BC \cdot CD \cdot BD^2 + 2 \cdot AB \cdot AD \cdot CB^2 + 2 \cdot AB \cdot$  переходите к Д<sub>37</sub>  
 $AD \cdot CD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot BD^2 = 0$

Д<sub>35</sub> – вернитесь, и внимательно посмотрите на ваши преобразования, возможно, вы сделали ошибку.

Д<sub>36</sub> – вернитесь, и внимательно посмотрите на ваши преобразования, возможно, вы сделали ошибку.

Д<sub>37</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 12.

12. Из полученного равенства выражаем дальше сторону  $BD^2$ , получаем:

а)  $2 \cdot BD^2 \cdot (BC \cdot CD + AB \cdot AD) = 2 \cdot BC \cdot$   
 $AB \cdot (CD \cdot AB + AD \cdot BC) + 2 \cdot AD \cdot CD \cdot$  переходите к Д<sub>38</sub>  
 $(BC \cdot AD + AB \cdot CD)$

б)  $2 \cdot BC \cdot AB \cdot (CD \cdot AB + AD \cdot BC) + 2 \cdot$   
 $AD \cdot CD \cdot (BC \cdot AD + AB \cdot CD) + 2 \cdot BD^2 \cdot$  переходите к Д<sub>39</sub>  
 $(BC \cdot CD - AB \cdot AD)$

в)  $2 \cdot BC \cdot AB \cdot (CD \cdot AB + AD \cdot BC) + 2 \cdot$   
 $AD \cdot CD \cdot (BC \cdot AD + AB \cdot CD) - 2 \cdot BD^2 \cdot$  переходите к Д<sub>40</sub>  
 $(BC \cdot CD + AB \cdot AD)$

Д<sub>38</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 14.

Д<sub>39</sub> – вернитесь, внимательно посмотрите, возможно, вы сделали ошибку в преобразовании.

Д<sub>40</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 13.

13. Продолжаем дальше преобразовывать ваше равенство.

$$\begin{aligned} \text{а) } 2 \cdot BD^2 \cdot (BC \cdot CD + AB \cdot AD) &= -2 \cdot \\ BC \cdot AB \cdot (CD \cdot AB + AD \cdot BC) - 2 \cdot AD \cdot & \quad \text{переходите к Д}_{41} \\ CD \cdot (BC \cdot AD + AB \cdot CD) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 2 \cdot BD^2 \cdot (BC \cdot CD + AB \cdot AD) &= 2 \cdot BC \cdot \\ AB \cdot (CD \cdot AB + AD \cdot BC) + 2 \cdot AD \cdot CD \cdot & \quad \text{переходите к Д}_{42} \\ (BC \cdot AD + AB \cdot CD) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } 2 \cdot BD^2 \cdot (BC \cdot CD + AB \cdot AD) &= 2 \cdot BC \cdot \\ AB \cdot (CD \cdot AB + AD \cdot BC) - 2 \cdot AD \cdot CD \cdot & \quad \text{переходите к Д}_{43} \\ (BC \cdot AD + AB \cdot CD) \end{aligned}$$

Д<sub>41</sub> – вернитесь, возможно вы сделали неверные преобразования.

Д<sub>42</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 14.

Д<sub>43</sub> – вернитесь, возможно вы сделали неверные преобразования.

14. Из полученного равенства выражаем сторону  $BD^2$ , получаем:

$$\text{а) } BD^2 = \frac{2 \cdot BC \cdot AB \cdot (CD \cdot AB + AD \cdot BC) + 2 \cdot AD \cdot CD \cdot (BC \cdot AD + AB \cdot CD)}{2 \cdot (BC \cdot CD + AB \cdot AD)} \quad \text{переходите к Д}_{44}$$

$$\text{б) } BD^2 = \frac{(AB \cdot BC + DC \cdot AD) \cdot (BA \cdot CD + AD \cdot BC)}{AB \cdot DA + DC \cdot BC} \quad \text{переходите к Д}_{45}$$

$$\text{в) } BD^2 = \frac{2 \cdot BC \cdot AB \cdot (CD \cdot AB + AD \cdot BC) + 2 \cdot AD \cdot CD \cdot (BC \cdot AD + AB \cdot CD)}{2 \cdot (BC \cdot CD + AB \cdot AD)} \quad \text{переходите к Д}_{45}$$

Д<sub>44</sub> – вернитесь, проверьте вы сделали неверные преобразования.

Д<sub>45</sub> – такой путь возможен, запишите полученный результат и переходите к пункту 16.

Д<sub>45</sub> – верно, запишите себе в тетрадь и переходите в пункту 15.

15. Преобразуем в данном равенстве правую часть, получим:

а)  $BD^2 = \frac{(AB \cdot DC - DC \cdot AD) \cdot (BA \cdot CD + AD \cdot BC)}{AB \cdot DC + DC \cdot AD}$  переходите к Д<sub>46</sub>

б)  $BD^2 = \frac{(AB \cdot DC + DC \cdot AD) \cdot (BA \cdot CD - AD \cdot BC)}{AB \cdot DC + DC \cdot AD}$  переходите к Д<sub>47</sub>

в)  $BD^2 = \frac{(AB \cdot BC + DC \cdot AD) \cdot (BA \cdot CD + AD \cdot BC)}{AB \cdot DA + DC \cdot BC}$  переходите к Д<sub>48</sub>

Д<sub>46</sub> – вернитесь к пункту 15, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>47</sub> – вернитесь к пункту 15, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>48</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (5). Переходите к пункту 16.

16. Рассмотрим  $\triangle ABC$ , по теореме косинуса находим сторону  $AC$ :

а)  $AC^2 = AB^2 + BC^2 + AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$  переходите к Д<sub>49</sub>

б)  $AC = AB + BC + 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$  переходите к Д<sub>50</sub>

в)  $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$  переходите к Д<sub>51</sub>

г)  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$  переходите к Д<sub>52</sub>

Д<sub>49</sub> – вернитесь к пункту 16, вспомните теорему косинуса для треугольников.

Д<sub>50</sub> – вернитесь к пункту 16, вспомните теорему косинуса для треугольников.

Д<sub>51</sub> – вернитесь к пункту 16, вспомните теорему косинуса для треугольников.

Д<sub>52</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (6). Переходите к пункту 17.

17. Из формулы (6) выражаем  $\cos \angle ABC$ , получаем:

а)  $\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 + AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$  переходите к Д<sub>53</sub>

б)  $\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$  переходите к Д<sub>54</sub>

в)  $\cos \angle ABC = \frac{2 \cdot AB \cdot BC}{AB^2 + BC^2 + AC^2}$  переходите к Д<sub>55</sub>

г)  $\cos \angle ABC = \frac{AC^2 - AB^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$  переходите к Д<sub>56</sub>

Д<sub>53</sub> – вернитесь к пункту 17, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>54</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (7). Переходите к пункту 18.

Д<sub>55</sub> – вернитесь к пункту 17, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>56</sub> – вернитесь к пункту 17, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

18. Рассмотрим  $\triangle ADC$  по теореме косинуса, находим сторону  $AC$ :

а)  $AC^2 = AD^2 + DC^2 + 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos \angle ADC$  переходите к Д<sub>57</sub>

б)  $AC^2 = AD^2 + DC^2 + AD \cdot DC \cdot \cos \angle ADC$  переходите к Д<sub>58</sub>

в)  $AC = AD + DC + 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos \angle ADC$  переходите к Д<sub>59</sub>

г)  $AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos \angle ADC$  переходите к Д<sub>60</sub>

Д<sub>57</sub> – вернитесь к пункту 18, вспомните теорему косинуса для треугольников.

Д<sub>58</sub> – вернитесь к пункту 18, вспомните теорему косинуса для треугольников.

Д<sub>59</sub> – вернитесь к пункту 18, вспомните теорему косинуса для треугольников.

Д<sub>60</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (7). Переходите к пункту 19.

19. Из формулы (7) выражаем  $\cos \angle ADC$ , получаем:

а)  $\cos \angle ADC = \frac{2 \cdot AD \cdot DC}{AD^2 + DC^2 + AC^2}$  переходите Д<sub>61</sub>

б)  $\cos \angle ADC = \frac{AD^2 + DC^2 - AC^2}{2 \cdot AD \cdot DC}$  переходите Д<sub>62</sub>

в)  $\cos \angle ADC = \frac{AD^2 + DC^2 - AC^2}{2 \cdot AD \cdot DC}$  переходите Д<sub>63</sub>

г)  $\cos \angle ADC = \frac{AD^2 - DC^2 - AC^2}{2 \cdot AD \cdot DC}$  переходите Д<sub>64</sub>

Д<sub>61</sub> – вернитесь к пункту 19, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>62</sub> – вернитесь к пункту 19, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>63</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (9). Переходите к пункту 20.

Д<sub>64</sub> – вернитесь к пункту 19, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

20. Сумма формул (7) и (9) равна нулю. Запишите эту формулу.

а)  $\frac{AC^2 - AB^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} - \frac{AD^2 - DC^2 - AC^2}{2 \cdot AD \cdot DC} = 0$  переходите к Д<sub>65</sub>

б)  $\frac{AD^2 + DC^2 - AC^2}{2 \cdot AD \cdot DC} + \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = 0$  переходите к Д<sub>66</sub>

Д<sub>65</sub> – вернитесь к пункту 20, подумайте, возможно, вы сделали ошибку.

Д<sub>66</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, переходите к пункту 21.

21. Из пункта 20 выразим  $AC^2$ , получаем:

а)  $AC^2 = \frac{(AB \cdot DC + DC \cdot AD) \cdot (AB \cdot AD - BC \cdot DC)}{AB \cdot BC + AD \cdot DC}$  переходите к Д<sub>67</sub>

б)  $AC^2 = \frac{(AB \cdot DC + DC \cdot AD) \cdot (AB \cdot AD + BC \cdot DC)}{AB \cdot BC + AD \cdot DC}$  переходите к Д<sub>68</sub>

в)  $AC^2 = \frac{(AB \cdot DC - DC \cdot AD) \cdot (AB \cdot AD + BC \cdot DC)}{AB \cdot BC + AD \cdot DC}$  переходите к Д<sub>69</sub>

Д<sub>67</sub> – вернитесь к пункту 21, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>68</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, обозначьте её (10). Переходите к пункту 22.

Д<sub>69</sub> – вернитесь к пункту 21, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

22. Из формул (5) и (10) получаем:

а)  $(AC \cdot BD)^2 = (AB \cdot DC + BC \cdot AD)^2$  переходите к Д<sub>70</sub>

б)  $(AC \cdot BD)^2 = (AB \cdot DC - BC \cdot AD)^2$  переходите к Д<sub>71</sub>

Д<sub>70</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, переходите к пункту 23.

Д<sub>71</sub> – вернитесь к пункту 22, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

23. Отсюда получаем, что  $AC \cdot BD = AB \cdot DC + BC \cdot AD$ .

24. Теорема доказана.

Пример 3. В данном тесте рассматривается формула Герона. Приведем ее формулировку: «площадь треугольника равна корню из произведения разностей полупериметра треугольника ( $p$ ) и каждой из его сторон ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ )».

1. Как данная формула Герона выглядит в виде формулы:

а)  $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$  переходите к Д<sub>1</sub>

б)  $S = \sqrt{p(a)(b)(c)}$  переходите к Д<sub>2</sub>

в)  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь к пункту 1, внимательно прочитайте формулировку и выберите верный вариант.

Д<sub>2</sub> – вернитесь к пункту 1, внимательно прочитайте формулировку и выберите верный вариант.

Д<sub>3</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь, переходите к пункту 2.

2. Для доказательства данной теоремы мы будем пользоваться формулой площади треугольника по двум сторонам и углу между ними выберите верный вариант формулировки данной формулы:

а) Площадь треугольника равна произведению двух его сторон умноженного на синус угла между ними      переходите к Д<sub>4</sub>

б) Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон умноженного на синус угла между ними      переходите к Д<sub>5</sub>

в) Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон умноженного на синус любого угла      переходите к Д<sub>6</sub>

Д<sub>4</sub> – вернитесь, вспомните правильную формулировку теоремы косинуса для треугольников.

Д<sub>5</sub> – верно, переходите к пункту 3.

Д<sub>6</sub> – вернитесь, вспомните правильную формулировку теоремы косинуса для треугольников.

3. Пусть  $b$  и  $c$  – стороны треугольника,  $\sin$  – синус угла, тогда площадь треугольника  $S$  будет равна:

а)  $S = \frac{1}{2}bc \sin \beta$       переходите к Д<sub>7</sub>

б)  $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$       переходите к Д<sub>8</sub>

в)  $S = \frac{1}{2}bc \sin c$       переходите к Д<sub>9</sub>

Д<sub>7</sub> – обратите внимание на синус угла и переходите к пункту 3.

Д<sub>8</sub> – верно, запишите её в тетрадь и переходите к пункту 4.

Д<sub>9</sub> – обратите внимание на синус угла и переходите к пункту 3.

4. Из площади треугольника выразим  $\sin \alpha$ , получим:

а)  $\sin \alpha = \frac{2S}{bc}$       переходите к Д<sub>10</sub>



б)  $\sin \alpha = \frac{S}{2bc}$  переходите к Д<sub>11</sub>

Д<sub>10</sub> – вернитесь и выразите правильно  $\sin \alpha$  еще раз.

Д<sub>11</sub> – верно, запишите формулу, обозначьте ее (1) и переходите к пункту 5.

5. Для доказательства теоремы нам потребуется теорема косинуса, сформулируйте ее:

а) Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус произведение этих сторон на косинус угла между ними. переходите к Д<sub>12</sub>

б) Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними. переходите к Д<sub>13</sub>

в) Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон плюс удвоенное произведение этих сторон на косинус угла. переходите к Д<sub>14</sub>

Д<sub>12</sub> – обратите внимание на произведение сторон на косинус угла между ними, каким оно должно быть, переходите к пункту 5.

Д<sub>13</sub> – верно, переходите к пункту 6.

Д<sub>14</sub> – обратите внимание на знак перед произведением сторон на косинус угла между ними, переходите к пункту 5.

6. По теореме косинуса:

а)  $a^2 = b^2 + c^2 - ab \cos \alpha$  переходите к Д<sub>15</sub>

б)  $a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cos \alpha$  переходите к Д<sub>16</sub>

в)  $a^2 = b^2 + c^2 + 2ab \cos \alpha$  переходите к Д<sub>17</sub>

Д<sub>12</sub> – вернитесь и вспомните теорему косинуса.

Д<sub>13</sub> – верно, запишите ее в тетрадь и переходите к пункту 7.

Д<sub>14</sub> – вернитесь и вспомните теорему косинуса.

7. Из теоремы косинуса выразим  $\cos \alpha$ , получим:

а)  $\cos \alpha = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2ab}$  переходите к Д<sub>18</sub>

б)  $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ab}$  переходите к Д<sub>19</sub>

Д<sub>18</sub> – вернитесь и сделайте правильные преобразования.

Д<sub>19</sub> – верно, запишите формулу в тетради и обозначьте ее (2), переходите к пункту 8.

8. Основное тригонометрическое тождество выглядит следующим образом:

а)  $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$  переходите к Д<sub>20</sub>

б)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  переходите к Д<sub>21</sub>

Д<sub>20</sub> – верно, запишите в тетрадь и переходите к пункту 9.

Д<sub>21</sub> – вернитесь, вспомните основное тригонометрическое тождество.

9. Подставляем в основное тригонометрическое тождество формулы (1) и (2), получаем:

а)  $\left(\frac{s}{2bc}\right)^2 + \left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2ab}\right)^2 = 1$  переходите к Д<sub>22</sub>

б)  $\frac{s}{2bc} + \frac{b^2+c^2-a^2}{2ab} = 1$  переходите к Д<sub>23</sub>

Д<sub>22</sub> – верно, запишите в тетрадь и переходите к пункту 10.

Д<sub>23</sub> – вернитесь, вспомните основное тригонометрическое тождество.

10. Преобразуем данное выражение, получим:

а)  $8S^2 + (b^2 + c^2 - a^2)^2 = 2bc$  переходите к Д<sub>24</sub>

б)  $16S^2 + (b^2 + c^2 - a^2)^2 = 2bc$  переходите к Д<sub>25</sub>

в)  $8S^2 + (b^2 + c^2 - a^2)^2 = (2bc)^2$  переходите к Д<sub>26</sub>

г)  $16S^2 + (b^2 + c^2 - a^2)^2 = (2bc)^2$  переходите к Д<sub>27</sub>

Д<sub>24</sub> – вернитесь и сделайте верные преобразования.

Д<sub>25</sub> – вернитесь и сделайте верные преобразования.

Д<sub>26</sub> – вернитесь и сделайте верные преобразования.

Д<sub>27</sub> – верно, запишите полученное выражение в тетрадь и переходите к пункту 11.

11. Из этого выражения выразим  $16S^2$ , получим:

а)  $16S^2 = 4bc^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$  переходите к Д<sub>28</sub>

б)  $16S^2 = 4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$  переходите к Д<sub>29</sub>

в)  $16S^2 = 2bc^2 + (b^2 + c^2 - a^2)^2$  переходите к Д<sub>30</sub>

Д<sub>28</sub> – вернитесь и сделайте верные преобразования.

Д<sub>29</sub> – верно, запишите данное выражение в тетрадь и переходите к пункту 12.

Д<sub>30</sub> – вернитесь и сделайте верные преобразования.

12. Преобразуем полученное выражение, получим:

а)  $16S^2 = ((b - c)^2 + a^2)((b + c)^2 - a^2)$  переходите к Д<sub>31</sub>

б)  $16S^2 = -(b-c)^2 + a^2)((b+c)^2 - a^2)$  переходите к Д<sub>32</sub>

в)  $16S^2 = ((b+c)^2 + a^2)((b+c)^2 + a^2)$  переходите к Д<sub>33</sub>  
Д<sub>31</sub> – вернитесь и сделайте верные преобразования.

Д<sub>32</sub> – верно, запишите данное выражение в тетрадь и переходите к пункту 13.

Д<sub>33</sub> – вернитесь и сделайте верные преобразования.

13. Из последнего выражения выразим  $S$ , получим:

а)  $S = \sqrt{\frac{(a-b-c)}{2} \cdot \frac{(a+b-c)}{2} \cdot \frac{(b+c-a)}{2} \cdot \frac{(b+c+a)}{2}}$  переходите к Д<sub>34</sub>

б)  $S = \sqrt{\frac{(a-b+c)}{2} \cdot \frac{(a+b-c)}{2} \cdot \frac{(b+c-a)}{2} \cdot \frac{(b+c+a)}{2}}$  переходите к Д<sub>35</sub>

в)  $S = \pm \sqrt{\frac{(a-b+c)}{2} \cdot \frac{(a+b-c)}{2} \cdot \frac{(b+c-a)}{2} \cdot \frac{(b+c+a)}{2}}$  переходите к Д<sub>36</sub>

Д<sub>34</sub> – вернитесь и сделайте верные преобразования.

Д<sub>35</sub> – верно, запишите данное выражение в тетрадь и переходите к пункту 14.

Д<sub>36</sub> – вернитесь и подумайте, каким числом может быть площадь треугольника.

14. Получаем формулу  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , что и требовалось доказать.

Пример 4. В данном тесте рассматривается теорема Менелая и Чевы. Приведем ее формулировку: «пусть прямая пересекает треугольник  $ABC$ , причем  $C_1$  – точка ее пересечения со стороной  $AB$ ,  $A_1$  – точка ее пересечения со стороной  $BC$ , и  $B_1$  – точка ее пересечения с продолжением стороны  $AB$ . Тогда  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$ » (рис. 10).

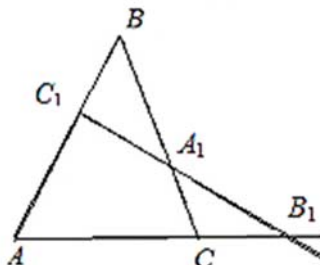


Рис. 10

1. Для доказательства теоремы Менелая и Чебы сделаем следующее построения (см. рис. 10): проведем через точку  $C$  прямую параллельную  $AB$ . Обозначим через  $K$  ее точку пересечения с  $B_1C_1$ . Рассмотрим треугольник  $\triangle AC_1B$  и  $\triangle CKB_1$  какие они:

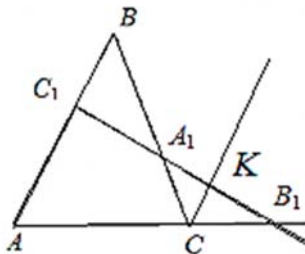


Рис. 11

- |  |                    |
|--|--------------------|
| а) Подобные по первому признаку подобия треугольников  | переходите к $D_1$ |
| б) Равные по второму признаку равенства треугольников  | переходите к $D_2$ |
| в) Подобные по второму признаку подобных треугольников | переходите к $D_3$ |

$D_1$  – такой путь возможен, запишите кратко себе в тетради и переходите к пункту 2.

$D_2$  – вернитесь, посмотрите внимательно на эти треугольники и сделайте правильный вывод.

$D_3$  – вернитесь, посмотрите внимательно на эти треугольники и сделайте правильный вывод.

2. Так как треугольники подобны, то можно сделать вывод, что:

- |  |                    |
|--|--------------------|
| а) $\frac{AC_1}{B_1A} = \frac{B_1C}{CK}$ | переходите к $D_1$ |
| б) $\frac{AC_1}{CK} = \frac{B_1A}{B_1C}$ | переходите к $D_2$ |
| в) $\frac{AC_1}{B_1C} = \frac{B_1A}{CK}$ | переходите к $D_3$ |

$D_1$  – вернитесь, посмотрите внимательно на эти треугольники и составьте правильное отношение сторон.

$D_2$  – такой путь возможен, запишите себе в тетради, обозначьте эту формулу (1) и переходите к пункту 2.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, посмотрите внимательно на эти треугольники и составьте правильное отношение сторон.

3. Рассмотрим  $\triangle BC_1A_1$  и  $\triangle CKA_1$ , какие они:

- а) Треугольники подобны по второму признаку переходите к Д<sub>1</sub>  
 б) Треугольники подобны по третьему признаку переходите к Д<sub>2</sub>  
 в) Треугольники подобны по первому признаку переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь, посмотрите внимательно на эти треугольники и сделайте правильный вывод.

Д<sub>2</sub> – вернитесь, посмотрите внимательно на эти треугольники и сделайте правильный вывод.

Д<sub>3</sub> – такой путь возможен, запишите кратко себе в тетради и переходите к пункту 4.

4. Так как треугольники подобны, то можно сделать вывод, что:

- а)  $\frac{C_1B}{CK} = \frac{BA_1}{A_1C}$  переходите к Д<sub>1</sub>  
 б)  $\frac{C_1B}{A_1C} = \frac{BA}{CK}$  переходите к Д<sub>2</sub>  
 в)  $\frac{C_1B}{BA} = \frac{A_1C}{CK}$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетради, обозначьте эту формулу (2) и переходите к пункту 5.

Д<sub>2</sub> – вернитесь, посмотрите внимательно на эти треугольники и составьте правильное отношение сторон.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, посмотрите внимательно на эти треугольники и составьте правильное отношение сторон.

5. Из формулы (1) выразим  $CK$ , получим:

- а)  $CK = \frac{B_1A}{AC_1 \cdot B_1C}$  переходите к Д<sub>1</sub>  
 б)  $CK = \frac{AC_1 \cdot B_1C}{B_1A}$  переходите к Д<sub>2</sub>  
 в)  $CK = \frac{B_1A \cdot B_1C}{AC_1}$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь к пункту 5, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>2</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь. Переходите к пункту 6.

Д<sub>3</sub> – вернитесь к пункту 5, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

6. Из формулы (2) выразим  $CK$ , получим:

а)  $CK = \frac{BA_1}{C_1B \cdot A_1C}$  переходите к Д<sub>1</sub>

б)  $CK = \frac{BA_1 \cdot A_1C}{C_1B}$  переходите к Д<sub>2</sub>

в)  $CK = \frac{C_1B \cdot A_1C}{BA_1}$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь к пункту 6, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>2</sub> – вернитесь к пункту 6, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>3</sub> – такой путь возможен, запишите формулу в тетрадь. Переходите к пункту 7.

7. Из пунктов 5 и 6 приравниваем левые части равенства, преобразуем и получаем:

а)  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{B_1A}{CB_1} = 1$  переходите к Д<sub>1</sub>

б)  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$  переходите к Д<sub>2</sub>

в)  $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{A_1C}{BA_1} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь к пункту 7, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

Д<sub>2</sub> – верно, запишите равенства себе в тетрадь, переходите к пункту 8.

Д<sub>3</sub> – вернитесь к пункту 7, подумайте, возможно вы произвели неверные преобразования.

8. Теорема доказана.

Пример 5. В данном тесте рассматривается теорема о трех перпендикулярах. Приведем ее формулировку: «Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной».

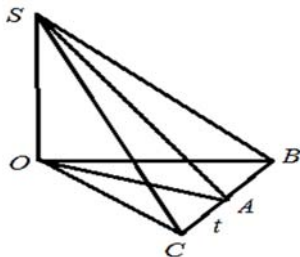


Рис. 12

1. Сформулируйте что дано в данной теореме (см. рис. 12).

а)  $SO \perp \alpha$ ,  $SA$  – наклонная к  $\alpha$ ,  $OA$  – проекция наклонной  $SA$  на  $\alpha$  переходите к  $D_1$

б)  $SO \perp \alpha$ ,  $SA$  – наклонная к  $\alpha$ ,  $OA$  – проекция наклонной  $SA$  на  $\alpha$ ,  $t \in \alpha$ ,  $t \perp \alpha$  переходите к  $D_2$

в)  $SA$  – наклонная к  $\alpha$ ,  $OA$  – проекция наклонной  $SA$  на  $\alpha$ ,  $t \in \alpha$ ,  $t \perp \alpha$  переходите к  $D_3$

$SO \perp \alpha$ ,  $SA$  – наклонная к  $\alpha$ ,  
 $OA$  – проекция наклонной  $SA$  на  $\alpha$

$D_1$  – вернитесь, прочитайте внимательно формулировку теоремы.

$D_2$  – такой путь возможен, запишите в тетради что нам дано и переходите к пункту 2.

$D_3$  – вернитесь, прочитайте внимательно формулировку теоремы.

2. Чем мы будем пользоваться при доказательстве теоремы.

а) Методом от противного переходите к  $D_1$

б) Свойством равнобедренного треугольника переходите к  $D_2$

в) Теоремой Пифагора переходите к  $D_3$

$D_1$  – такой путь возможен, переходите к пункту 3.

$D_2$  – такой путь возможен, переходите к пункту 9.

$D_3$  – такой путь возможен, переходите к пункту 14.

3. Допустим, что  $SA$  не перпендикулярна прямой  $t$ . Проведем  $SB \perp t$  (см. рис.), тогда:

а)  $SA < SB$  переходите к  $D_1$

б)  $SA > SB$  переходите к  $D_2$

в)  $SA = SB$  переходите к  $D_3$

$D_1$  – вернись, посмотри внимательно на рисунок и сделай правильное заключение.

$D_2$  – такой путь возможен, запиши в тетрадь и переходи к пункту 4.

$D_3$  – вернись, посмотри внимательно на рисунок и сделай правильное заключение.

4. Рассмотрим треугольники  $SOA$  и  $SOB$ , они:

- а) Равнобедренные переходите к  $D_1$
- б) Равносторонние переходите к  $D_2$
- в) Прямоугольные переходите к  $D_3$

$D_1$  – вернитесь, вспомните что нам дано и сделайте правильный вывод.

$D_2$  – вернитесь, вспомните что нам дано и сделайте правильный вывод.

$D_3$  – верно, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 5.

5. Сформулируйте теорему Пифагора:

- а) В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме квадратов катетов. переходите к  $D_1$
- б) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. переходите к  $D_2$
- в) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов. переходите к  $D_3$

$D_1$  – вернитесь, вспомните формулировку теоремы Пифагора.

$D_2$  – такой путь возможен, переходите в пункте 6.

$D_3$  – вернитесь, вспомните формулировку теоремы Пифагора.

6. Тогда квадраты сторон  $OA$  и  $OB$  равны:

- а)  $OA^2 = SA^2 - SO^2, OB^2 = SB^2 - SO^2$  переходите к  $D_1$
- б)  $OA^2 = SA^2 + SO^2, OB^2 = SB^2 + SO^2$  переходите к  $D_2$
- в)  $OA^2 = SO^2 - SA^2, OB^2 = SO^2 - SB^2$  переходите к  $D_3$

$D_1$  – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 7.

$D_2$  – вернитесь, вспомните еще раз формулировку теоремы Пифагора и примените ее для данных треугольников.

$D_3$  – вернитесь, вспомните еще раз формулировку теоремы Пифагора и примените ее для данных треугольников.

7. Из пункта 3 и 6 следует, что:

- а)  $OA < OB$  переходите к  $D_1$



б)  $OA = OB$  переходите к  $D_2$

в)  $OA > OB$  переходите к  $D_3$

$D_1$  – вернись, посмотри внимательно на рисунок и сделай правильное заключение.

$D_2$  – вернись, посмотри внимательно на рисунок и сделай правильное заключение.

$D_3$  – такой путь возможен, запишите данное неравенство себе в тетрадь и переходите к пункту 8.

8. Из треугольника  $OAB$  видно, что:

а)  $OA < OB$  переходите к  $D_1$

б)  $OA > OB$  переходите к  $D_2$

в)  $OA = OB$  переходите к  $D_3$

$D_1$  – такой путь возможен, запишите себе в тетради и переходите к пункту 9.

$D_2$  – вернитесь, и посмотрите внимательно на треугольник.

$D_3$  – вернитесь, и посмотрите внимательно на треугольник.

9. Из пункта 5 и 6 следует:

а) противоречие переходите к  $D_1$

$D_1$  – такой путь возможен, переходите к пункту 10.

10. Таким образом, к данному противоречию нас привело предположение, что  $SA$  не перпендикулярно прямой  $t$ . Значит

а)  $SA \perp t$  переходите к  $D_1$

$D_1$  – такой путь возможен, запишите себе в тетради и переходите к пункту 22.

11. От точки  $A$  отложим равные отрезки  $AC = AB$  ( $C, A, B \in t$ ) (см. рис. 13). Точки  $C$  и  $B$  соединим с точкой  $O$ . Рассмотрим  $\triangle COB$ , прямая  $OA$  является...

а) Высотой переходите к  $D_1$

б) Высотой и медианой переходите к  $D_2$

в) Медианой переходите к  $D_3$

$D_1$  – вернитесь, вспомните определения высоты и медианы.

$D_2$  – такой путь возможен, запишите в тетради и переходите к пункту 12.

$D_3$  – вернитесь, вспомните определения высоты и медианы.

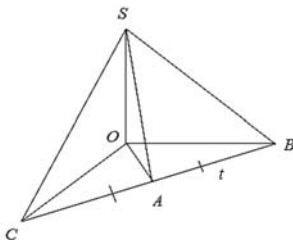


Рис. 13

12. Из пункта 11 следует, что  $\triangle COB$

- |                   |                             |
|-------------------|-----------------------------|
| а) Равносторонний | переходите к Д <sub>1</sub> |
| б) Равнобедренный | переходите к Д <sub>2</sub> |
| в) Прямоугольный  | переходите к Д <sub>3</sub> |

Д<sub>1</sub> – вернитесь, вспомните признаки данных видов треугольников и посмотрите какой треугольник изображен на рисунке.

Д<sub>2</sub> – такой путь возможен, запишите кратко себе в тетрадь и переходите к пункту 13.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, вспомните признаки данных видов треугольников и посмотрите какой треугольник изображен на рисунке.

13. Рассмотрим  $\triangle SOB$  и  $\triangle SOC$ , они...

- |             |                             |
|-------------|-----------------------------|
| а) Равные   | переходите к Д <sub>1</sub> |
| б) Подобные | переходите к Д <sub>2</sub> |

Д<sub>1</sub> – такой путь возможен, переходите к пункту 14.

Д<sub>2</sub> – вернитесь, посмотрите внимательно на данные треугольники.

14. Из равенства треугольников можно сделать вывод, что  $\triangle SCB$

- |                   |                             |
|-------------------|-----------------------------|
| а) Равносторонний | переходите к Д <sub>1</sub> |
| б) Равнобедренный | переходите к Д <sub>2</sub> |
| в) Прямоугольный  | переходите к Д <sub>3</sub> |

Д<sub>1</sub> – вернитесь, посмотрите в своих записях, что нам известно про этот треугольник.

Д<sub>2</sub> – такой путь возможен, запишите кратко себе в тетрадь и переходите к пункту 15.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, посмотрите в своих записях, что нам известно про этот треугольник.

15. Воспользуемся свойством равнобедренного треугольника, получаем что  $SA$  это:

- |                |                    |
|----------------|--------------------|
| а) Медиана     | переходите к $D_1$ |
| б) Биссектриса | переходите к $D_2$ |
| в) Высота      | переходите к $D_3$ |

$D_1$  – верно, но вспомните что нам требуется доказать в нашей теореме.

$D_2$  – верно, но вспомните что нам требуется доказать в нашей теореме.

$D_3$  – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 16.

16. Из 15 пункта можно сделать вывод, что

- |                 |                    |
|-----------------|--------------------|
| а) $SA \perp t$ | переходите к $D_1$ |
|-----------------|--------------------|

$D_1$  – такой путь возможен, запишите себе в тетради и переходите к пункту 22.

17. На прямой  $t$  возьмем произвольную точку  $B$  и соединим ее с точками  $O$  и  $S$  (см. рис. 14). Рассмотрим  $\triangle SOB$ ,  $\triangle SOA$ ,  $\triangle AOB$ , они:

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| а) Прямоугольные  | переходите к $D_1$ |
| б) Равнобедренные | переходите к $D_2$ |
| в) Равносторонние | переходите к $D_3$ |

$D_1$  – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 18.

$D_2$  – вернитесь, внимательно посмотрите что нам дано и сопоставьте с чертежом.

$D_3$  – вернитесь, внимательно посмотрите что нам дано и сопоставьте с чертежом.

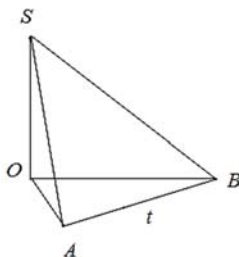


Рис. 14

18. Так как  $\triangle SOB, \triangle SOA, \triangle AOB$  прямоугольные, значит квадраты сторон  $SB, SA, AB$  будут равны.

а)  $SB^2 = SO^2 - OB^2, SA^2 = SO^2 - OA^2,$  переходите к Д<sub>1</sub>  
 $AB^2 = OB^2 + OA^2$

б)  $SB^2 = OB^2 - SO^2, SA^2 = OA^2 - SO^2,$  переходите к Д<sub>2</sub>  
 $AB^2 = OA^2 - OB^2$

в)  $SB^2 = SO^2 + OB^2, SA^2 = SO^2 + OA^2,$  переходите к Д<sub>3</sub>  
 $AB^2 = OB^2 - OA^2$

Д<sub>1</sub> – вернитесь, вспомните теорему Пифагора и примените ее правильно.

Д<sub>2</sub> – вернитесь, вспомните теорему Пифагора и примените ее правильно.

Д<sub>3</sub> – такой путь возможен, запишите равенства в тетрадь и обозначьте их (1) – первое равенство, (2) – второе равенство, (3) – третье равенство и переходите к пункту 19.

19. Вычитая из первого равенства второе, получим:

а)  $SB^2 - SA^2 = OB^2 + OA^2$  переходите к Д<sub>1</sub>

б)  $SB^2 - SA^2 = OB^2 - OA^2$  переходите к Д<sub>2</sub>

в)  $SB^2 - SA^2 = OA^2 - OB^2$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь, сделайте правильные вычисления.

Д<sub>2</sub> – такой путь возможен, запишите равенство себе в тетрадь и переходите к пункту 20.

Д<sub>3</sub> – вернитесь, сделайте правильные вычисления.

20. Приняв во внимание третье равенство, будем иметь:

а)  $SB^2 = AB^2 - SA^2$  переходите к Д<sub>1</sub>

б)  $SB^2 = SA^2 - AB^2$  переходите к Д<sub>2</sub>

в)  $SB^2 = SA^2 + AB^2$  переходите к Д<sub>3</sub>

Д<sub>1</sub> – вернитесь, сделайте правильные вычисления.

Д<sub>2</sub> – вернитесь, сделайте правильные вычисления.

Д<sub>3</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетради и переходите к пункту 21.

21. Согласно теореме обратной теореме Пифагора:

а)  $SA \perp AB$  переходите к Д<sub>1</sub>

Д<sub>1</sub> – такой путь возможен, запишите себе в тетрадь и переходите к пункту 22.

22. Теорема доказана.

## ВЫВОДЫ

1. Конструирование содержания тестов учебной деятельности осуществляется в соответствии с принципами:

– опора на теорию поэтапного формирования умственных действий;

– ориентация на смешанный тип ориентировки в задании;

– принцип деятельности;

– контроль пути (способа) решения задачи;

– контроль действий учащихся;

– контроль прохождения учащимися всех этапов усвоения;

– равномерность обучающего теста;

– контроль уровня свернутости обучающего теста;

– структура обучающих тестов;

– ширина и степень альтернативности обучающего теста;

– деление материала на порции, представляющие собой «конечные единицы» или «основные единицы»;

– реализация самоконтроля в обучающих тестах;

– принцип системного квантования;

– принцип концентризма;

– принцип технологичности.

2. Сформулированные принципы составляют основу для создания эффективного теста учебной деятельности, использование которого позволяет обеспечить эффективность обучения. Факторами измерения и показателями эффективности обучающих тестов являются сложность и уровень сложности; освоенность и степень освоения, обобщенность и степень обобщенности, а также объективность.

3. Создание студентами и учителями тестов учебной деятельности, соответствующих определенным критериям отбора содержания и принципам, подтвердило, что создание тестов учебной деятельности является педагогической технологией.

4. Методические аспекты обучения учащихся доказательствам теорем тестами учебной деятельности позволяют педагогам разнообразить этапы учебного процесса с целью повышения его эффективности.

5. Приведенные примеры тестов учебной деятельности, с помощью которых осуществляется обучение доказательствам теорем можно применять на этапе изучения нового материала.

6. В процессе экспериментальной проверки установлено соответствие тестов учебной деятельности параметрам эффективности – уровню сложности, степени освоения, степени обобщенности, объективности.

7. Проведенное анкетирование учащихся подтвердило эффективность методики использования тестов учебной деятельности.

8. Экспериментальная проверка подтвердила сформулированную в начале исследования гипотезу: применение тестов учебной деятельности технологично и позволяет повысить эффективность обучения.

## БИБЛИОГРАФИЯ

1. Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий / В.С. Аванесов. – М.: Адепт, 1998. – 217 с.
2. Алексеев Н.Г. Формирование осознанного решения учебной задачи / Н.Г. Алексеев // Педагогика и логика. – М.: Касталь, 1993. – С. 378–412.
3. Ананьев Б.Г. О проблемах современного человекознания / Б.Г. Ананьев. – М.: Наука, 1977. – 380 с.
4. Анастаси А. Психологическое тестирование / А. Анастаси; пер. с англ. М.К. Акимова, Е.М. Борисова; под ред. К.М. Гуревича, В.И. Дубовского. – М.: Педагогика, 1977. – 295 с.
5. Арсеньев А.С. Анализ развивающегося понятия / А.С. Арсеньев, В.С. Библер, Б.М. Кедров. – М.: Наука, 1967. – 440 с.
6. Арстанов М.Ж. Проблемно-модульное обучение: вопросы теории и технологии / М.Ж. Арстанов, П.И. Пидкасистый, Ж.С. Хайдаров. – Алма-Ата: Мектеп, 1980. – 208 с.
7. Атанасян Л.С. Геометрия: учебник для 7–9 классов общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян. – М.: Просвещение, 1999. – 335 с.
8. Бабанский Ю.К. Оптимизация процесса обучения: Обще-дидактический аспект / Ю.К. Бабанский. – М.: Педагогика, 1977. – 254 с.
9. Балл Г.А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект / Г.А. Балл. – М.: Педагогика, 1990. – 184 с.
10. Банкевич К.А. Система тестов в американской методике / К.А. Банкевич // Иностр. языки в школе. – 1965. – №6. – С. 57–60.
11. Башарин В.Ф. Педагогическая технология – что это такое? / В.Ф. Башарин // Специалист. – 1993. – №9. – С. 25–26.
12. Безрукова В.С. Словарь нового педагогического мышления / В.С. Безрукова // СОИУУ. – Екатеринбург: Свердл. обл. ин-т усовершенств. учителей. Научная исслед. лаб-я «Альтернативная педагогика», 1992. – 93 с.
13. Белкин А.С. Теория и практика витагенного обучения / А.С. Белкин // Изв. Урал. науч.-образоват. центра РАО. – Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф.-пед. ун-та, 1999. – №2 (2). – С. 34–44.
14. Белый Ю.А. О методах определения действенности и надежности тестов в зарубежной педагогике / Ю.А. Белый, И.А. Раппопорт // Советская педагогика. – 1969. – №8. – С. 120–130.

15. Бернштейн М. С. К методике составления и проверки тестов / М.С. Бернштейн // Вопросы психологии. – 1968. – №1. – С. 51–66.
16. Беспалько В.П. Методические указания по экспериментальной проверке эффективности программированного обучения / В.П. Беспалько. – М., 1967.
17. Беспалько В.П. Программированное обучение: Дидактические основы / В.П. Беспалько. – М.: Высшая школа, 1970. – 300 с.
18. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии / В.П. Беспалько. – М.: Педагогика, 1986. – 192 с.
19. Библер В.С. Творческое мышление как предмет логики (проблемы и перспективы) / В.С. Библер // Научное творчество / Под ред. С.Р. Микулинского и М.Г. Ярошевского. – М.: Наука, 1969.
20. Блонский П.П. Учет школьной работы / П.П. Блонский // На путях к новой школе. – 1926. – №7–8. – С. 40–50.
21. Блох А.Я. Тестовая система оценки знаний по математике в школах США / А.Я. Блох // Математика в школе. – 1990. – №2. – С. 74–77.
22. Богоявленский Д.Н. Психология усвоения знаний / Д.Н. Богоявленский, Н.А. Менчинская // Хрестоматия по возрастной и педагогической психологии / Под ред. И.И. Ильева, В.Л. Ляудис. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981. – С. 93–97.
23. Болотов В.А. Компетентностная модель: от идеи к образовательной программе / В.А. Болотов, В.В. Сериков // Педагогика. – 2003. – №10. – С. 8–14.
24. Болтунов А.П. Измерительная шкала ума для поклассных испытаний школьников (Из психолог. лаборатории пед. института им. А.И. Герцена) / А.П. Болтунов. – Л.: Сеятель, 1929. – 120 с.
25. Болтянский В.Г. Что такое программированное обучение? / В.Г. Болтянский // Математика в школе. – 1967. – №5. – С. 39–57.
26. Большая советская энциклопедия. – 2-е изд. – Т. 41. – М.: Советская энциклопедия, 1956.
27. Володин Н.В. К методике составления тестов / Н.В. Володин // Иностр. языки в школе. – 1972. – № 1. – С. 36–43.
28. Воскерчян С.И. Об использовании метода тестов при учете успеваемости школьников / С.И. Воскерчян // Советская педагогика. – 1963. – №10. – С. 28–37.
29. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Л.С. Выготский; под ред. В.В. Давыдова. – М.: Педагогика, 1991. – 479 с.



30. Габай Т.В. Учебная деятельность и ее средства / Т.В. Габай. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. – 255 с.

31. Гальперин П.Я. Введение в психологию / П.Я. Гальперин. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. – 150 с.

32. Гальперин П.Я. К исследованию интеллектуального развития ребенка / П.Я. Гальперин // Хрестоматия по возрастной и педагогической психологии / Под ред. И.И. Ильева, В.Л. Ляудис. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981. – С. 198–203.

33. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П.Я. Гальперин // Исследование мышления в советской психологии. – М.: АПН РСФСР, 1966. – С. 236–278.

34. Гальперин П.Я. Развитие исследований по формированию умственных действий / П.Я. Гальперин // Псих-я наука в СССР. – М.: АПН РСФСР, 1959. – С. 441–470.

35. Гальперин П.Я. Проблемы формирования знаний и умений у школьников и новые методы обучения в школе / П.Я. Гальперин, А.В. Запорожец, Д.Б. Эльконин // Вопросы психологии. – 1963. – №5. – С. 66.

36. Гальперин П.Я. В основе – управление процессом усвоения знаний / П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина // Вестн. высш. школы. – 1965. – №6. – С. 19–24.

37. Гальперин П.Я. Современное состояние теории поэтапного формирования умственных действий / П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина // Вестник МГУ. Серия 14, Психология. – М., 1979. – №4. – С. 54–63.

38. Гельфман Э.Г. О привитии учащимся навыков самоконтроля / Э.Г. Гельфман, Т.М. Ковалева // Воспитание учащихся при обучении математике: Кн. для учителя: Из опыта работы: Сборник / Сост. Л.Ф. Пичурин. – М.: Просвещение, 1987. – С. 52–60.

39. Геометрия в 7–9 классах: Методические рекомендации к преподаванию курса геометрии по учебному пособию А.В. Погорелова / Л.Ю. Березина, Н.Б. Мельникова, Т.М. Мищенко [и др.]. – М.: Просвещение, 1990. – 334 с.

40. Геометрия: Учеб. для 7–9 кл. сред. школы / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 1992. – 335 с.

41. Гербарт И. Избранные педагогические сочинения / И. Гербарт. – М.: Учпедгиз, 1940. –Т. 1. – 289 с.
42. Гильбух Ю.З. Актуальные проблемы валидации психологических тестов / Ю.З. Гильбух // Вопросы психологии. – 1978. – №5. – С. 108–118.
43. Гольдберг Ю.И. К вопросу о школьном математическом образовании в США / Ю.И. Гольдберг // Математика в школе. – 1991. – №6. – С. 60–65.
44. Гордеева Н.Д. Функциональная структура действия / Н.Д. Гордеева, В.П. Зинченко. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982. – 208 с.
45. Грабарь М.И. Некоторые положения выборочного метода в связи с организацией изучения знаний учащихся: Методические рекомендации / М.И. Грабарь, К.А. Краснянская. – М.: Педагогика, 1973. – 46 с.
46. Граф В. Основы самоорганизации учебной деятельности и самостоятельная работа студентов / В. Граф, И.И. Ильясов, В.Я. Ляудис. – М., 1981.
47. Груздев Г. Педагогическая технология эвристического типа / Г. Груздев, В. Груздева // Высшее образование в России. – 1996. – №1. – С. 117–121.
48. Гузеев В.В. Образовательная технология: от приема до философии / В.В. Гузеев. – М.: Сентябрь, 1996. – 112 с.
49. Гузеев В.В. От методик – к образовательной технологии / В.В. Гузеев // Народное образование. – 1998. – №7. – С. 84–91.
50. Гузеев В.В. Системные основания интегральной образовательной технологии: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук / В.В. Гузеев. – М., 1999. – 38 с.
51. Гуревич К.М. Психологическая диагностика: Проблемы и исследования / К.М. Гуревич. – М.: Педагогика, 1981. – 232 с.
52. Гуревич К.М. Тесты в психологии и педагогике / К.М. Гуревич // Новые исследования в педагогических науках: Сб. научных тр. – М.: Просвещение, 1969. – Вып. 13. – С. 113–121.
53. Давыдов В.В. Виды общения в обучении (логико-психологические проблемы построения учебных предметов) / В.В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1972. – 423 с.
54. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального исследования / В.В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.

55. Давыдов В.В. Психологическая характеристика учебной задачи / В.В. Давыдов // Вопросы психологии обучения и воспитания. – Воронеж: Воронежский пед. институт, 1976.

56. Давыдов В.В. Содержание и структура учебной деятельности школьников / В.В. Давыдов // Формирование учебной деятельности школьников / Под ред. В.В. Давыдова, И. Ломпшера, А.К. Марковой. – М.: Педагогика, 1982. – С. 10–21.

57. Давыдов В.В. Учебная деятельность и моделирование / В.В. Давыдов, А.У. Варданян. – Ереван: Луйс, 1981. – 220 с.

58. Давыдов В.В. Концепция учебной деятельности школьников / В.В. Давыдов, А.Е. Маркова // Вопросы психологии. – 1981. – №6. – С. 13–26.

59. Дайри Н.Г. Обучающее значение опроса учащихся / Н.Г. Дайри // Советская педагогика. – 1953. – №3. – С. 27–39.

60. Данюшенков В.С. Практические работы учащихся с позиции педагогической технологии / В.С. Данюшенков // Педагогика. – 1993. – №3. – С. 29–33.

61. Дидактика средней школы / Под ред. М.Н. Скаткина. – М.: Просвещение, 1982.

62. Дистервег А. Избранные педагогические сочинения / А. Дистервег. – М.: Учпедгиз, 1956.

63. Долинер Л.И. Адаптивные методические системы в подготовке студентов вуза в условиях информатизации образования: Дис... д-ра пед. наук / Л.И. Долинев. – Екатеринбург: РГППУ, 2004.

64. Дорофеев Г.В. О принципах отбора содержания школьного математического образования / Г.В. Дорофеев // Математика в школе. – 1990. – №6. – С. 2–5.

65. Дьячук П.П. Компьютерная система пооперационного контроля обучения математике / П.П. Дячук, Е.В. Бортновский, Е.В. Лариков // Математическая и методическая подготовка студентов педвузов и университетов в условиях модернизации системы образования: Материалы XXII Всероссийского семинара преподавателей математики педвузов и университетов (17–19 сент. 2003 г.). – Тверь, 2003. – С. 61.

66. Есипов Б.П. О роли и характере учета успеваемости в советской школе / Б.П. Есипов // Советская педагогика. – 1955. – №9. – С. 85–94.

67. Зимняя И.А. Педагогическая психология / И.А. Зимняя. – М.: Логос, 2003. – 384 с.
68. Зорина Л.Я. Дидактический цикл процесса обучения и его элементы / Л.Я. Зорина // Советская педагогика. – 1983. – №10. – С. 31–35.
69. Ильина Т.А. Тестовая методика проверки знаний и программированное обучение / Т.А. Ильина // Советская педагогика. – 1967. – №2. – С. 122–135.
70. Ильенков Э.В. Философия и культура / Э.В. Ильенков. – М.: Политиздат, 1991. – 464 с.
71. Ильясов И.И. Структура процесса учения / И.И. Ильясов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. – 200 с.
72. Ильясов И.И. Проектирование курса обучения учебной дисциплине / И.И. Ильясов, Н.А. Галатенко. – М.: Логос, 1994. – 208 с.
73. Ильясов И.И. К проблеме анализа учения как деятельности / И.И. Ильясов, О.Е. Мальская // Психология учебной деятельности школьников. – М., 1982.
74. Ильясов И.И. О формировании приемов деятельности учения студентов / И.И. Ильясов, О.Е. Мальская // Проблемы программированного обучения. – М., 1979.
75. Ингенкамп К. Педагогическая диагностика / К. Ингенкамп. – М.: Педагогика, 1991. – 240 с.
76. Качество знаний учащихся и пути его совершенствования / Под ред. М.Н. Скаткина, В.В. Краевского. – М.: Педагогика, 1978. – 208 с.
77. Капиносов А.Н. Учись рассуждать: учеб. задания по математике для 5–6 кл. / А.Н. Капиносов. – М.: НИИ содержания и методов обучения АПН СССР, 1986. – 15 с.
78. Кирикова З.З. Педагогическая технология: Теоретические аспекты / З.З. Кирикова. – Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф.-пед. ун-та, 2000. – 284 с.
79. Кларин М.В. Инновации в обучении: метафоры и модели: Анализ зарубежного опыта / М.В. Кларин. – М.: Наука, 1997. – 223 с.
80. Кларин М.В. Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках / М.В. Кларин. – М.: Арена, 1994. – 222 с.

81. Кларин М.В. Модель полного усвоения / М.В. Кларин // За-вуч. – 1998. – №5. – С. 81–92.

82. Кларин М.В. Педагогическая технология / М.В. Кларин. – М.: Знание, 1989. – 77 с.

83. Ковалева Г.С. Третье международное исследование по оценке качества математического и естественнонаучного образова-ния TIMSS / Г.С. Ковалева. – М.: ИОСО РАО, 1996.

84. Коменский Я.А. Великая дидактика: Избр. пед. соч. / Я.А. Коменский. – М., 1939. – 320 с.

85. Корчевский В.Е. Приемы составления тестовых заданий / В.Е. Корчевский, Р.М. Салимжанов // Математика в школе. – 1995. – №2. – С. 41–44.

86. Краевский В.В. Теоретические основы содержания общего среднего образования / В.В. Краевский, И.Я. Лернер. – М.: Просве-щение, 1982. – 191 с.

87. Краснянская К.А. Опыт проведения избирательных тестов к изучению знаний учащихся по математике / К.А. Краснянская // Советская педагогика. – 1965. – №12. – С. 46–52.

88. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1972. – 253 с.

89. Куписевич Ч. Основы общей дидактики / Ч. Куписевич. – М.: Высшая школа, 1986. – 367 с.

90. Ланда Л.Н. О некоторых недостатках умственной деятель-ности учащихся, затрудняющих самостоятельное решение задач / Л.Н. Ланда // Самостоятельная работа учащихся в процессе обуче-ния: Материалы педагогических исследований / Отв. ред. Б.П. Еси-пов. Известия АПН РСФСР. Вып. 115. – М., 1961. – С. 218–247.

91. Ларииков Е.В. Управление учебно-познавательной деятель-ностью школьников при обучении алгебре на основе динамических компьютерных тестов-тренажеров: Дис. ... канд. пед. наук / Е.В. Ла-рииков. – Красноярск, 2002.

92. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н. Леонтьев. – М.: Политиздат, 1977. – 304 с.

93. Леонтьев А.Н. Избр. психол. Произведения: Т. 1 / А.Н. Леон-тьев. – М.: Педагогика, 1983. – 391 с.

94. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики / А.Н. Леон-тьев. – 4-е изд. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981. – 584 с.

95. Леонтьев А.Н. Теория усвоения знаний и программированное обучение / А.Н. Леонтьев, П.Я. Гальперин // Советская педагогика. – 1964. – №10. – С. 56–65.
96. Лернер И.Я. Процесс обучения и его закономерности / И.Я. Лернер. – М.: Знание, 1980. – 96 с.
97. Лингарт Й. Процесс и структура человеческого учения / Й. Лингарт. – М.: Прогресс, 1970. – 685 с.
98. Лихачев В.Т. Основные категории педагогики / В.Т. Лихачев // Педагогика. – 1999. – № . – С. 10–19.
99. Лурия А.Р. Нейропсихология и проблемы обучения в общеобразовательной школе / А.Р. Лурия, Л.С. Цветкова. – М.: Ин-т практ. медицины, Воронеж: НПО «Модек», 1997.
100. Львовский В.А. Психологические проблемы контроля и оценки знаний школьников / В.А. Львовский, В.В. Рубцов // Математика в школе. – 1989. – №3. – С. 81–86.
101. Майоров А.Н. Теория и практика создания тестов для системы образования (Как выбирать, создавать и использовать тесты для целей образования) / А. Н. Майоров. – М.: Народное образование, 2000. – 351 с.
102. Мальская О.Е. Зависимость эффективности усвоения знаний и действий от способа отработки в процессе формирования / О.Е. Мальская, И.И. Илясов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 14. Психология. – 1980. – №3.
103. Мальцев А В. Конструирование тестовых заданий: Учебно-методическое пособие / А.В. Мальцев. – Екатеринбург: УралИОВ, 1998. – 32 с.
104. Маркова А.К. Психология обучения подростка / А.К. Маркова. – М.: Знание, 1975. – 64 с.
105. Маркова А.К. Формирование учебной деятельности и развитие личности школьника / А.К. Маркова // Формирование учебной деятельности школьников. – М., 1982. – С. 21–28.
106. Маркушевич Г.А. Математические тесты / Г.А. Маркушевич // Математика в школе. – 1961. – №3. – С. 72–79.
107. Матрос Д.Ш. Управление качеством образования на основе новых информационных технологий и образовательного мониторинга / Д.Ш. Матрос, Д.М. Полев, Н.Н. Мельникова. – М.: Педагогическое общество России, 1999. – 96 с.

108. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе: Кн. для учителей / М.И. Махмутов. – М.: Просвещение, 1977. – 240 с.

109. Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е.И. Машбиц. – Киев, 1987.

110. Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения / Е.И. Машбиц. – М.: Педагогика, 1988. – 192 с.

111. Мельникова Н.Б. Некоторые вопросы организации самостоятельной деятельности учащихся при изучении геометрии / Н.Б. Мельникова, Л.Ю. Чернышева // Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике: Сб. статей / Сост. С.И. Демидова, Л.О. Денищева. – М.: Просвещение, 1985. – С. 97–107.

112. Монахов В.М. Аксиоматический подход к проектированию педагогической технологии / В.М. Монахов // Педагогика. – 1997. – №6. – С. 26–31.

113. Монахов В.М. Проектирование и внедрение новых технологий обучения / В.М. Монахов // Советская педагогика. – 1990. – №7. – С. 17–22.

114. Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук / А.Г. Мордкович. – М., 1986.

115. Немов Р.С. Психология: Учеб. для студентов высш. пед. учеб. заведений / Р.С. Немов. – Кн. 1. Общие основы психологии. – 2-е изд. – М.: Просвещение: Владос, 1995. – 576 с.

116. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка / С.И. Ожегов, Н.Ю. Шведова; Российская академия наук. – 4-е изд., доп. – М.: Азбуковник, 1997.

117. Онегов В.А. Экспертные системы для диагностики обученности математике / В.А. Онегов, И.А. Заболотская // Математика в школе. – 1994. – №4. – С. 22–25.

118. Основы педагогических технологий: Краткий толковый словарь / Под ред. А.С. Белкина. – Екатеринбург: УрГПУ, 1995. – 22 с.

119. Особенности обучения и психического развития школьников 13–19 лет / Под ред. И.В. Дубровиной, Б.С. Круглова. – М.: Педагогика, 1988. – 192 с.

120. Педагогический энциклопедический словарь / Гл. ред. Б.М. Бим-Бад; редкол.: М.М. Безруких, В.А. Болотов, Л.С. Глебова и др. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2002. – 527 с.
121. Песталлоци И.Г. Избранные педагогические сочинения: В 3 т. Т. 1 / И.Г. Песталлоци; пер. с нем. – М.: Учпедгиз, 1936. – 349 с.
122. Пиаже Ж. Роль действий в формировании мышления / Ж. Пиаже // Вопросы психологии. – 1965. – №6. – С. 43–50.
123. Погорелов А.В. Геометрия: Учебник для 7–11 кл. средней школы / А.В. Погорелов. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 1992. – 383 с.
124. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: Основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа; пер. с англ.; под ред. И.М. Яглома. – 2-е изд., стереотип. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
125. Поляков О.Г. Тестирование по английскому языку как иностранному (теория и практика): Монография / О. Г. Поляков. – Тамбов: Изд-во ТГУ им. Г. Р. Державина, 1999. – 113 с.
126. Пономарев А.Я. Психология творчества и педагогика / А.Я. Пономарев. – М.: Педагогика, 1976. – 280 с.
127. Психология. Словарь / Под ред. А.В. Петровского и М.Г. Ярошевского. – М.: Политиздат, 1990. – 494 с.
128. Раппопорт И.А. Тесты в обучении иностранным языкам в средней школе: Пособие для учителей / И.А. Раппопорт, Р. Сельг, И. Соттер. – Таллин: Валгус, 1987. – 352 с.
129. Розов Н. Ценности гуманитарного образования / Н. Розов // Высш. образование в России. – 1995. – №1. – С. 85–89.
130. Российская педагогическая энциклопедия / Гл. ред. В.В. Давыдов. – М.: Большая Рос. энцикл., 1993. – 608 с.
131. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии: В 2 т. Т. 1 / С.Л. Рубинштейн. – М.: Педагогика, 1989. – 488 с.
132. Рубцов В.В. Организация и развитие совместных действий у детей в процессе обучения / В.В. Рубцов. – М.: Педагогика, 1987. – 159 с.
133. Рыжик В.И. Формирование потребности в самоконтроле при обучении математике / В.И. Рыжик // Математика в школе. – 1980. – №3. – С. 26–30.
134. Сагатовский В.Н. Структурный и генетический принципы расчленения объекта в системе философских категорий / В.Н. Сагатовский // Проблемы исследования систем и структур. – М., 1965.



135. Садовский В.Н. Системы и структуры как специфические предметы современного научного знания / В.Н. Садовский // Проблемы исследования систем и структур. – М., 1965.

136. Саранцев Г.И. Теория, методика и технология обучения / Г.И. Саранцев // Педагогика. – 1999. – №1. – С. 19–24.

137. Селевко Г.К. Опыт системного анализа современных педагогических систем / Г.К. Селевко // Школьные технологии. – 1996. – №6. – С. 3–43.

138. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии / Г.К. Селевко. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.

139. Сеногноева Н.А. Конструирование тестов на основе изучения мыслительных операций учащихся / Н. А. Сеногноева // Развитие системы образования в России: Тезисы докл. Второй Всерос. конф. (23–24 нояб. 2000 г.) – Ч. 2. – М., 2000. – С. 28–30.

140. Сеногноева Н.А. Использование обучающих тестов в курсе геометрии 7–9 классов: Автореф. дис. ... канд. пед. наук / Н.А. Сеногноева. – М., 1996. – 16 с.

141. Сеногноева Н.А. Методика отбора учебных заданий для проведения экспертизы качества образования / Н.А. Сеногноева // Экспертиза достижения образовательных стандартов: Мат-лы науч.-практ. конф. – Нижний Тагил, 1999. – С. 36–37.

142. Сеногноева Н.А. Тесты учебной деятельности. Принципы конструирования и эффективность применения тестов учебной деятельности / Н.А. Сеногноева // Lambert Academic Publishing, Saarbrücken, 2013. – 264 с.

143. Сериков В.В. Личностно ориентированное образование / В.В. Сериков // Педагогика. – 1994. – №5. – С. 16–21.

144. Советский энциклопедический словарь / Гл. ред. А.М. Прохоров. – М.: Советская энциклопедия, 1987. – 1599 с.

145. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. пособие / З.И. Слепкань. – Киев: Радянська школа, 1983. – 192 с.

146. Смирнова-Трибульская Е.Н. Комплексное использование НИТ и E-LEARNING в формировании и развитии математических компетенций старших классов / Е.Н. Смирнова-Трибульская, А. Хэба // Новые информационные технологии в образовании: Материалы международной научно-практической конференции. – Екатеринбург: ФГАОУ ВПО «Рос. гос проф.-пед. ун-т», 13–16 марта, 2012. – С. 291–293.

147. Стариченко Б.Е. Теория и практика оптимизации школьного образовательного процесса средствами информационных технологий: Дис. ... д-ра пед. наук / Б.Е. Стариченко. – Екатеринбург, 1999.
148. Талызина Н.Ф. Деятельностный подход к учению и программированному обучению / Н.Ф. Талызина // Психологические основы программированного обучения. – М., 1984.
149. Талызина Н.Ф. Методика составления обучающих программ / Н.Ф. Талызина. – М., 1980.
150. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний: Психологические основы / Н.Ф. Талызина. – 2-е изд., доп. и испр. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 344 с.
151. Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся / Н.Ф. Талызина. – М.: Знание, 1983. – 96 с.
152. Татур А.О. Стандарты и тесты в образовании / А.О. Татур [и др.]. – М.: МИФИ, 1995.
153. Теоретические основы процесса обучения в советской школе / Под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. – М.: Педагогика, 1989. – 317 с.
154. Теоретические основы содержания общего среднего образования / Под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. – М.: Педагогика, 1983. – 352 с.
155. Торндайк Э.Л. Процесс учения у человека / Э.Л. Торндайк. – М., 1935.
156. Унт И.Э. О предметных тестах, их функциях и видах / И.Э. Унт // Психодиагностика и школа. – Таллин: НИИ педагогики, 1980. – С. 174–176.
157. Усова А.В. Роль самостоятельной работы в формировании у учащихся понятий / А.В. Усова // Вопросы методики формирования физических понятий: Сб. статей. – Челябинск: М-во просвещения РСФСР, 1970. – Вып. 2. – С. 3–31.
158. Ушинский К.Д. Собрание педагогических сочинений / К.Д. Ушинский. – Т. 2. – СПб.: Типография М. Меркушева, 1913. – 394 с.
159. Федоров Е.Б. Контрольные тест-анализы / Е.Б. Федоров // Математика в школе. – 1991. – №3. – С. 27–29.
160. Федоров Е.Б. Тест-тренинг / Е.Б. Федоров // Математика в школе. – 1993. – №3. – С. 39–43.

161. Федоров Е.Б. Тестирование как средство управления учебным процессом при обучении математике в специализированных классах: Дис. ... канд. пед. наук / Е.Б. Федоров. – М., 1992. – 109 с.

162. Фоломкина С.К. Тестирование в обучении иностранному языку / С.К. Фоломкина // Иностранные языки в школе. – 1986. – №2. – С. 16–20.

163. Формирование знаний и умений на основе теории поэтапного усвоения умственных действий / Под ред. П.Я. Гальперина, Н.Ф. Талызиной. – М.: Изд-во МГУ, 1968. – 135 с.

164. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

165. Фридман Л.М. Формирование у учащихся общеучебных умений: Методические рекомендации / Л.М. Фридман, И.Ю. Кулагина. – М.: Российский открытый университет, 1993. – 34 с.

166. Челышкова М.Б. Адаптивное тестирование в образовании (теория, методология, технология) / М.Б. Челышкова. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2001. – 165 с.

167. Чошанов М.А. Гибкая технология проблемно-модульного обучения / М.А. Чошанов. – М.: Нар. образование, 1996. – 160 с.

168. Шадриков В.Д. Деятельность и способности / В.Д. Шадриков. – М.: Логос, 1994. – 320 с.

169. Шишкин Е.А. Использование приемов математики и физики при решении химических задач / Е.А. Шишкин // Химия в школе. – 1983. – №1. – С. 44–45.

170. Эльконин Д.Б. Мышление младшего школьника / Д.Б. Эльконин // Очерки психологии детей (младший школьный возраст) / Под ред. А.Н. Леонтьева и Л.И. Божович. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1950.

171. Эльконин Д.Б. Психологические вопросы формирования учебной деятельности в младшем школьном возрасте / Д.Б. Эльконин // Вопросы психологии обучения и воспитания / Под ред. Г.С. Костюка, П.Р. Чаматы. – Киев, 1961. – С. 12–13.

172. Эльконин Д.Б. Избранные психологические труды / Д.Б. Эльконин. – М., 1998.

173. Юдин В.В. Педагогическая технология: Учеб. пособие: В 2 ч. / В.В. Юдин. – Ярославль: Изд-во Яросл. гос. пед. ун-та, 1997. – 47 с.

174. Юцявичене П.Я. Основы модульного обучения / П.Я. Юцявичене. – Вильнюс, 1989. – 67 с.
175. Якиманская И.С. Личностно ориентированное обучение в современной школе / И.С. Якиманская. – М.: Сентябрь, 1996. – 96 с.
176. Якиманская И.С. Развивающее обучение / И.С. Якиманская. – М.: Педагогика, 1979. – 144 с.
177. Bachman L.F., Palmer A.S. Basic concerns in test validation // SEAMEO Regional Centre: Anthology Series 9 (Directions in Language Testing) / J.A.S. Read (ed.). 1981. – P. 41–57.
178. Carroll I.B. The nature of data, or how to choose a correlation coefficient // Psychometrika. – 1961. – Vol. 26/4. – P. 347–372.
179. Cattell R.B., J. McKeen. Mental Test and Measurements. 1980. Mind, Voll. XV. – 45 p.
180. Cronbach L.J. Test validation // Educational Measurement / R.L. Thorndike (ed.) – 2nd. ed. – Washington, D. C.: American Council on Education, 1971. – P. 443–507.
181. Ebel R.L., Frisbie D.A. Essentials of Educational Measurement. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1986. – 360 p.
182. Ebel R.L. Measuring Educational Achievement. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1965. – 481 p.
183. Gronlund N.E. How to construct achivement test. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1988. – 160 p.
184. Gronlund N.E. Measurement and Evaluation in Teaching. – New York; London, 1965. – 140 p.
185. International Yearbook of Educational and Instructional Technology. 1978/1979. 1., 1978.
186. Otis A.S. Columbia research bureau algebra test. Manual of directions. – New Jork – Chicago, 1927. – 165 p.
187. Popham W.J., Husek T.R. Implications of criterion-referenced measurement // Journal of Educational Measurement. – 1969. – Vol. 6/1. – P. 1–9.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

Обучающие тесты по теме

### «Площади параллелограмма, треугольника и трапеции»

**Задача 461.** Смежные стороны параллелограмма равны 12 см и 14 см, а его острый угол равен  $30^\circ$ . Найдите площадь параллелограмма.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи нужно использовать следующие сведения о параллелограмме:

- |                                    |                 |
|------------------------------------|-----------------|
| А. Определение параллелограмма     | переходите к Д1 |
| Б. Свойства параллелограмма        | переходите к Д2 |
| В. Формулу площади параллелограмма | переходите к Д3 |

Д1. Подумайте, что Вы можете извлечь из данной информации, вернитесь к п. 1.

Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2.

Д3. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться данной формулой сразу, вернитесь к п. 1

2. Известно ли Вам, что угол  $30^\circ$  – это угол между данными смежными сторонами

- |        |                 |
|--------|-----------------|
| А. Да  | переходите к Д4 |
| Б. Нет | переходите к Д5 |

Д4. Читайте внимательно условие задачи, вернитесь к п. 2.

Д5. Верно, переходите к п. 3.

3. На основании каких свойств параллелограмма можно считать, что данный угол – это угол между данными смежными сторонами

- |  |                 |
|--|-----------------|
| А. Только равенства противоположных сторон   | переходите к Д6 |
| Б. Только равенства противоположных углов  | переходите к Д7 |
| В. Одновременно и равенства противоположных сторон и равенства противоположных углов | переходите к Д7 |

Д6. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 4.



- В.  $h$  – гипотенуза переходите к Д18  
 Д16. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 8.  
 Д17. Подумайте, разве это высота параллелограмма, вернитесь к п. 7.  
 Д18. Неверно, рассмотрите внимательно полученный треугольник, переходите к п. 7.
8. По свойству прямоугольного треугольника, имеющего угол  $30^\circ$ , высота параллелограмма равна:
- А.  $h = 24$  см переходите к Д19  
 Б.  $h = 6$  см переходите к Д20  
 В.  $h = 7$  см переходите к Д21
- Д19. Вспомните свойство прямоугольного треугольника, вернитесь к п. 8.  
 Д20. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 9.  
 Д21. Подумайте, какая сторона параллелограмма рассматривается, переходите к п. 8.
9. Пусть площадь параллелограмма обозначена  $S$ , тогда формула для вычисления площади такова:
- А.  $S = 6 \cdot 14$  см переходите к Д22  
 Б.  $S = 6 \cdot 12$  см<sup>2</sup> переходите к Д23  
 В.  $S = 6 \cdot 14$  см<sup>2</sup> переходите к Д24
- Д22. Обратите внимание на единицы измерения, вернитесь к п. 9.  
 Д23. Обратите внимание, на какое основание опирается высота, вернитесь к п. 9.  
 Д24. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 14.
10. Для нахождения высоты  $h$  параллелограмма:
- А. Рассмотрим прямоугольный треугольник, одна сторона которого равна 12 см, переходите к Д25  
 острый угол  $30^\circ$   
 Б. Рассмотрим прямоугольный треугольник, одна сторона которого равна 14 см, переходите к Д26  
 острый угол  $30^\circ$
- Д25. Подумайте, на какую сторону Вы опускаете высоту, переходите к п. 10.  
 Д26. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 11.

11. Высота параллелограмма:

А.  $h$  – гипотенуза переходите к Д27

Б.  $h$  является катетом, прилежащим к углу  $30^\circ$  переходите к Д27

В.  $h$  является катетом, лежащим против угла  $30^\circ$  переходите к Д28

Д27. Вспомните составляющие прямоугольного треугольника, вернитесь к п. 11.

Д28. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 12.

12. По свойству прямоугольного треугольника катет равен:

А.  $h = 7$  см переходите к Д29

Б.  $h = 14$  см переходите к Д30

В.  $h = 6$  см переходите к Д31

Д29. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 13.

Д30. Вспомните свойство прямоугольных треугольников, вернитесь к п. 12.

Д31. Посмотрите еще раз на рисунок, переходите к п. 12.

13. Пусть площадь параллелограмма обозначена  $S$ , тогда формула для вычисления примет вид:

А.  $S = 7 \cdot 12$  см<sup>2</sup> переходите к Д32

Б.  $S = 7 \cdot 14$  см<sup>2</sup> переходите к Д33

В.  $S = 6 \cdot 12$  м<sup>2</sup> переходите к Д34

Д32. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 14.

Д33. Обратите внимание на основание, на которое опирается высота, вернитесь к п. 13.

Д34. Обратите внимание на единицы измерения, вернитесь к п. 13.

14. Ответ таков:

А. А.  $S = 72$  см<sup>2</sup> переходите к Д24

Б. Б.  $S = 84$  см<sup>2</sup> переходите к Д25

В. В.  $S = 98$  см<sup>2</sup> переходите к Д24

Д24. Проверьте вычисления и вернитесь к п. 14.

Д25. Вы справились с задачей, запишите ответ в тетрадь.



*Задача 462.* Сторона ромба равна 6 см, а один из углов  $150^\circ$ . Найти площадь ромба.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи нужно использовать следующие сведения о ромбе:

- |                              |                 |
|------------------------------|-----------------|
| А. Определение ромба         | переходите к Д1 |
| Б. Свойство диагоналей ромба | переходите к Д2 |
| В. Формулу площади ромба     | переходите к Д3 |

Д1. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 2.

Д2. Подумайте, можно ли извлечь информацию о диагоналях из условия задачи сразу, и вернитесь к п. 1.

Д3. Подумайте, достаточно ли у Вас данных, чтобы воспользоваться этой формулой, переходите к п. 1.

2. Вспомните определение ромба и выберите, какой информации достаточно, чтобы продолжить решение задачи:

- |   |                 |
|---|-----------------|
| А. Равенство всех сторон                  | переходите к Д4 |
| Б. То, что ромб является параллелограммом | переходите к Д5 |

|  |                 |
|--|-----------------|
| В. Одновременно и равенство всех его сторон и то, что ромб является параллелограммом | переходите к Д6 |
|--|-----------------|

Д4. Подумайте, сможете ли Вы, используя только равенство сторон, найти площадь, переходите к п. 2.

Д5. Подумайте, сможете ли Вы, используя только свойство «быть параллелограммом», найти площадь, переходите к п. 2.

Д6. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 3.

3. Из того, что ромб – это параллелограмм, Вам достаточно следующей информации:

- |  |                 |
|--|-----------------|
| А. Возможность разбить его диагональю на два равных треугольника | переходите к Д7 |
| Б. Возможность использовать формулу для площади параллелограмма  | переходите к Д8 |
| В. Найти все углы ромба  | переходите к Д9 |

Г. Возможность использовать формулу для площади параллелограмма и найти все углы ромба переходите к Д10

Д7. Подумайте, будет ли полезна Вам эта информация, переходите к п. 3.

Д8. Подумайте, будет ли Вам достаточно этой информации, переходите к п. 3.

Д9. Подумайте, будет ли Вам достаточно этой информации, переходите к п. 3.

Д10. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 4.

4. Площадь параллелограмма равна:

А. Произведению основания на высоту переходите к Д11

Б. Половине произведения основания на высоту переходите к Д12

В. Удвоенному произведению основания на высоту переходите к Д12

Д11. Такой путь возможен, переходите к п. 5.

Д12. Это неверная формула для площади параллелограмма, переходите к п. 4.

5. Чтобы найти высоту ромба, нужно:

А. Опустить высоту из вершины тупого угла переходите к Д13

Б. Опустить высоту из вершины острого угла на продолжение стороны ромба переходите к Д14

Д13. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 6.

Д14. Такой путь возможен, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 6.

6. Вы получили прямоугольный треугольник с острым углом:

А.  $30^\circ$  и  $60^\circ$  переходите к Д15

Б.  $45^\circ$  переходите к Д16

В. Другой ответ переходите к Д16

Д15. Верно, запишите в тетрадь ответ на вопрос пункта и переходите к п. 7.

Д16. Вспомните свойства углов и переходите к п. 6.

7. Высота  $h$  ромба такова:

А.  $h = 3$  см переходите к Д17

Б.  $h = 6$  см переходите к Д18

В. Другой ответ переходите к Д18

Д17. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетради и переходите к п. 8.

Д18. Вспомните свойство прямоугольного треугольника с углом  $30^\circ$ , переходите к п. 7.

8. По полученной формуле подсчитайте ответ. Ответ к задаче таков.

А.  $S = 18 \sqrt{3} \text{ см}^2$  переходите к Д19

Б.  $S = 18 \text{ см}^2$  переходите к Д20

В. Другой ответ переходите к Д19

Д19. Неверно, вероятно неверно найден синус угла или допущена арифметическая ошибка, переходите к п. 8.

Д20. Ответ верный, запишите в тетрадь ответ к задаче.

*Задача 463.* Сторона параллелограмма равна 8,1 см, а диагональ, равная 14 см, образует с ней угол в  $30^\circ$ . Найдите площадь параллелограмма.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Данная диагональ проведена из вершины:

А. Острого угла переходите к Д1

Б. Прямого угла переходите к Д2

В. Тупого угла переходите к Д3

Д1. Верно, переходите к п. 2.

Д2. Подумайте, какая фигура в этом случае была бы дана по условию задачи, переходите к п. 1.

Д3. Неверно, Вы можете опустить высоту из вершины второго тупого угла на сторону параллелограмма и убедиться в том, что для полученного прямоугольного треугольника нарушено соотношение между сторонами у углами, вернитесь к п. 1.

2. Для решения задачи нужно использовать следующие сведения о параллелограмме:

А. Определение параллелограмма переходите к Д4

Б. Свойства параллелограмма переходите к Д5

В. Формулу площади параллелограмма переходите к Д6

Д4. Подумайте, что Вы можете извлечь из данной информации, вернитесь к п. 2.

Д6. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 3.

А. Произведению его смежных сторон переходите к Д7

Б. Произведению основания на высоту переходите к Д8

В. Половине произведения основания на высоту переходите к Д9

Д7. Вспомните, чему равна площадь параллелограмма, вернитесь к п. 3.

Д8. Верно, переходите к п. 4.

Д9. Неверно, вернитесь к п. 3.

4. Чтобы найти высоту параллелограмма, нужно:

А. Опустить высоту параллелограмма из вершины тупого угла на известную диагональ — переходите к Д10

Б. Опустить высоту из второго конца диагонали на продолжение известной стороны параллелограмма переходите к Д11

Д10. Такой путь возможен, но он приводит к длинному решению, переходите к п. 4.

Д11. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 5.

5. Для нахождения высоты параллелограмма:

А. Рассмотрим прямоугольный треугольник с гипотенузой 14 см и острым углом  $30^\circ$  переходите к Д12

Б. Рассмотрим прямоугольный треугольник с гипотенузой 8,1 см и острым углом  $30^\circ$  переходите к Д13

В. Рассмотрим другой прямоугольный треугольник

Д12. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 6.

Д13. Подумайте, для чего Вы проводили высоту, вернитесь к п. 5.

Д14. Неверно, Вы не получите нужной информации, вернитесь к п. 5.

6. Высота  $h$  параллелограмма равна:

А. Катету рассматриваемого прямоугольного треугольника, лежащий против угла  $30^\circ$  переходите к Д15

Б. Катету рассматриваемого прямоугольного треугольника, прилежащий к углу  $30^\circ$  переходите к Д16

В. Гипотенузе рассматриваемого прямоугольного треугольника переходите к Д16

Д15. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 7.

Д16. Неверно, рассмотрите внимательно рисунок, вернитесь к п. 6.

7. По свойству прямоугольного треугольника  $h$  равно:

А. 7 см переходите к Д17

Б. 14 см переходите к Д18

В. Другой ответ переходите к Д18

Д17. Правильно, запишите ответ на вопрос пункта в тетради и переходите к п. 8.

Д18. Вспомните свойство прямоугольных треугольников, вернитесь к п. 7.

8. Обозначим площадь параллелограмма  $S$ , тогда формула будет такой:

А.  $S = 8,1 \cdot 7 \text{ см}^2$  переходите к Д19

Б.  $S = 7 \cdot 14 \text{ см}^2$  переходите к Д20

В.  $S = \frac{1}{2} \cdot 8,1 \cdot 7 \text{ см}^2$  переходите к Д20

Д19. Правильно, запишите ответ на вопрос пункта в тетради и переходите к п. 9.

Д20. Определите правильно основание и высоту, вернитесь к п. 8.

9. Ответ таков:

А.  $S = 56,7 \text{ см}^2$  переходите к Д21

Б.  $S = 56 \text{ см}^2$  переходите к Д22

В. Другой ответ переходите к Д22

Д21. Верно, запишите ответ в тетради, Вы справились с задачей.

Д22. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 9.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи нужно использовать следующие сведения о параллелограмме:

- |                                    |                 |
|------------------------------------|-----------------|
| А. Формулу площади параллелограмма | переходите к Д1 |
| Б. Признаки параллелограмма        | переходите к Д2 |
| В. Определение параллелограмма     | переходите к Д3 |

Д1. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 2.

Д2. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться данной информацией, вернитесь к п. 1.

ДЗ. Подумайте, что Вы можете извлечь из данной информации, вернитесь к п. 1.

2. Площадь параллелограмма равна:

- |  |                 |
|--|-----------------|
| А. Половине произведения основания на высоту | переходите к Д4 |
| Б. Произведению основания на высоту          | переходите к Д5 |
| В. Произведению его смежных сторон           | переходите к Д6 |

Д4. Формула определена не правильно, вернитесь к п. 2.

Д5. Верно, переходите к п. 3.

Д6. Вспомните формулу площади прямоугольника, вернитесь к п. 2.

### 3. Чтобы найти основание параллелограмма:

- А. Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетом 3 см и углом  $30^\circ$  переходите к Д7
- Б. Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетом 2 см и углом  $30^\circ$  переходите к Д8

В. Рассмотрим прямоугольную трапецию переходите к Д9

Д7. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 4.

Д8. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 7.

Д9. Подумайте, что Вам даст эта информация, вернитесь к п. 3.

4. Высота, равная 3 см, является:

- |  |                  |
|--|------------------|
| А. Гипотенузой                             | переходите к Д10 |
| Б. Катетом, прилежащим к углу $30^\circ$   | переходите к Д10 |
| В. Катетом, лежащим против угла $30^\circ$ | переходите к Д11 |

Д10. Вспомните название сторон прямоугольного треугольника, вернитесь к п. 4.

Д11. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 5.

5. По свойству прямоугольного треугольника:

- |                           |                  |
|---------------------------|------------------|
| А. Основание равно 1,5 см | переходите к Д12 |
| Б. Основание равно 6 см   | переходите к Д13 |
| В. Другой ответ           | переходите к Д12 |

Д12. Вспомните свойство прямоугольного треугольника, вернитесь к п. 5.

Д13. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 6.

6. Площадь параллелограмма Вы найдете:

- |                                      |                  |
|--------------------------------------|------------------|
| А. $S = 6 \cdot 3$                   | переходите к Д14 |
| Б. $S = 6 \cdot 2$                   | переходите к Д15 |
| В. $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2$ | переходите к Д16 |

Д14. Обратите внимание, какой треугольник Вы рассматривали, вернитесь к п. 6.

Д15. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 10.

Д16. Вспомните формулу площади параллелограмма, вернитесь к п. 6.

7. Высота, равная 2 см, является:

- |  |                  |
|--|------------------|
| А. Катетом, лежащим против угла $30^\circ$ | переходите к Д17 |
| Б. Катетом, прилежащим к углу в $30^\circ$ | переходите к Д18 |
| В. Гипотенузой                             | переходите к Д18 |

Д17. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 8.

Д18. Вспомните составляющие прямоугольного треугольника, вернитесь к п. 7.

8. Применив свойство прямоугольного треугольника:

- |                         |                  |
|-------------------------|------------------|
| А. Основание равно 2 см | переходите к Д19 |
| Б. Основание равно 4 см | переходите к Д20 |
| В. Другой ответ         | переходите к Д19 |

Д19. Подумайте, как связаны гипотенуза и катет лежащий против угла в  $30^\circ$ , вернитесь к п. 8.

Д20. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 9.

9. Площадь параллелограмма Вы найдете:

А.  $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3$  переходите к Д21

Б.  $S = 4 \cdot 2$  переходите к Д22

В.  $S = 4 \cdot 3$  переходите к Д23

Д21. Вспомните формулу площади параллелограмма, вернитесь к п. 9.

Д22. Разберитесь, с какой высотой Вы рассматривали треугольник, вернитесь к п. 9.

Д23. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 10.

10. Ответ таков:

А.  $12 \text{ см}^2$  переходите к Д24

Б.  $24 \text{ см}^2$  переходите к Д25

В. Другой ответ переходите к Д25

Д24. Правильно, запишите ответ в тетрадь.

Д25. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 10

*Задача 469.* Стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  соответственно равны 16 см и 22 см, а высота, проведенная к стороне  $AB$ , равна 11 см. Найдите высоту, проведенную к стороне  $AC$ .

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Решение задачи Вы начнете с:

А. Нахождения площади треугольника переходите к Д1

Б. Составления уравнения переходите к Д2

В. Нахождения третьей стороны треугольника переходите к Д3

Д1. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 2.

Д2. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 6.

Д3. Подумайте, что Вам может дать данная информация, вернитесь к п. 1.



2. Формула площади треугольника такова:

А.  $S = AB \cdot h$  переходите к Д4

Б.  $S = \frac{1}{2} AB \cdot h$  переходите к Д5

В.  $S = AB \cdot BC \cdot \sin \beta$  переходите к Д6

Д4. Неверно, вернитесь к п. 2.

Д5. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 3.

Д6. Такая формула нахождения площади треугольника существует, но подумайте, сможете ли Вы ей воспользоваться, вернитесь к п. 2.

3. Площадь треугольника равна:

А.  $\frac{1}{2} 16 \cdot 11 = 88$  переходите к Д7

Б.  $\frac{1}{2} 22 \cdot 11 = 121$  переходите к Д8

В.  $\frac{1}{2} 16 \cdot 11 = 176$  переходите к Д9

Д7. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 4.

Д8. Вспомните, как звучит формула площади треугольника, вернитесь к п. 3.

Д9. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 3.

4. Что Вам дает знание площади треугольника?

А. Возможность найти искомую высоту переходите к Д10

Б. Завершить задачу переходите к Д11

В. Найти радиус вписанной окружности переходите к Д12

Д10. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 5.

Д11. Прочитайте внимательно условие задачи и что требуется найти, вернитесь к п. 4.

Д12. Подумайте, что Вам даст эта информация вернитесь к п. 4.

5. Искомую высоту  $h$  вы найдете из соотношения:

А.  $88 = \frac{1}{2} 22 \cdot h$  переходите к Д13

Б.  $88 = \frac{1}{2} 16 \cdot h$

переходите к Д14

В.  $88 = 22 \cdot h$

переходите к Д15

Д13. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 7.

Д14. Обратите внимание, на какое основание падает высота, вернитесь к п. 5.

Д15. Формула записана неверно, вернитесь к п. 5.

6. Учítывая, что в левой и правой части Вы записали площадь треугольника, уравнение примет вид:

А.  $\frac{1}{2} 16 \cdot 11 = \frac{1}{2} 22 \cdot h$

переходите к Д16

Б.  $\frac{1}{2} 16 \cdot h = \frac{1}{2} 22 \cdot 11$

переходите к Д17

В.  $16 \cdot 11 = 22 \cdot h$

переходите к Д18

Д16. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 7.

Д17. Обратите внимание, какая высота на какое основание падает, вернитесь к п. 1.

Д18. Формула площади записана не полностью, вернитесь к п. 1.

7. Ответ таков:

А.  $h = 4$  см

переходите к Д19

Б.  $h = 8$  см

переходите к Д20

В. Другой ответ

переходите к Д19

Д19. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 7.

Д20. Вы справились с задачей запишите ответ в тетрадь.

*Задача 472.* Площадь прямоугольного треугольника равна  $168 \text{ см}^2$ . Найдите катеты, если отношение их длин равно  $\frac{7}{12}$ .

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для решения задачи Вы воспользуетесь:

А. Формулой площади треугольника

переходите к Д1

- Б. Формулой площади прямоугольного треугольника переходите к Д2
- В. Свойствами прямоугольного треугольника переходите к Д3
- Д1. Подумайте, о каком треугольнике идет речь в задаче, вернитесь к п. 1.
- Д2. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 2.
- Д3. Подумайте, сможете ли Вы воспользоваться этой информацией, переходите к п. 1.
2. Как звучит формула нахождения площади прямоугольного треугольника?
- А. Площадь прямоугольного треугольника равна произведению его катетов переходите к Д4
- Б. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов переходите к Д5
- В. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения основания на высоту переходите к Д6
- Д4. Неверно, вернитесь к п. 2.
- Д5. Верно, переходите к п. 3.
- Д6. Это формула площади произвольного треугольника, вспомните формулу площади прямоугольного треугольника, вернитесь к п. 2.
3. Пусть  $a$  и  $b$  – катеты прямоугольного треугольника,  $S$  – его площадь. Тогда формула площади примет вид:
- А.  $S = a \cdot b$  переходите к Д7
- Б.  $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$  переходите к Д8
- В.  $S = \frac{1}{2} \cdot (a + b)$  переходите к Д7
- Д7. Неверно, вернитесь к п. 3.
- Д8. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь и переходите к п. 4.
4. Для того чтобы продолжить решение задачи, Вы:
- А. Вычислите площадь треугольника переходите к Д9
- Б. Введете переменную для составления уравнения переходите к Д10
- В. Найдете катеты переходите к Д11
- Д9. Подумайте, достаточно ли у Вас данных, переходите к п. 4.

Д10. Верно, переходите к п. 5.

Д11. Подумайте, сможете ли Вы сразу найти ответ к задаче, вернитесь к п. 4.

5. Вы обозначите:

А.  $x$  см – меньший катет переходите к Д12

Б.  $x$  см – больший катет переходите к Д13

В.  $x$  см – одна часть катета переходите к Д14

Д12. Такой путь возможен, запишите обозначение в тетрадь и переходите к п. 8.

Д13. Такой путь возможен, запишите обозначение в тетрадь и переходите к п. 6.

Д14. Такой путь возможен, запишите обозначение в тетрадь и переходите к п. 10.

6. Большой катет равен:

А.  $\frac{7}{12}x$  см переходите к Д15

Б.  $\frac{12}{7}x$  см переходите к Д16

Д15. Сравните дроби  $\frac{7}{12}$  и  $\frac{12}{7}$ , вернитесь к п. 6.

Д16. Верно, запишите обозначение в тетрадь и переходите к п. 7.

7. Вспомните ответ на п. 3 и запишите формулу площади прямоугольного треугольника, учитывая введенные обозначения:

А.  $168 = x \cdot \frac{12}{7}x$  переходите к Д17

Б.  $168 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{12}{7}$  переходите к Д18

В.  $168 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{12}{7}x$  переходите к Д19

Д17. Вероятно, Вы не учли обозначения, переходите к п. 7.

Д18. Обратите внимание на больший катет, вернитесь к п. 7.

Д19. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь и переходите к п. 11.

8. Меньший катет равен:

А.  $\frac{7}{12}x$  см переходите к Д20

Б.  $\frac{12}{7}x$  см переходите к Д21

Д20. Верно, запишите обозначение в тетрадь и переходите к п. 9.

Д21. Сравните дроби  $\frac{7}{12}$  и  $\frac{12}{7}$ , вернитесь к п. 8.

9. Вспомните ответ на п.3 и запишите формулу площади прямоугольного треугольника, учитывая введенные обозначения:

А.  $168 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{7}{12}x$  переходите к Д22

Б.  $168 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{7}{12}x$  переходите к Д23

В.  $168 = x \cdot \frac{7}{12}x$  переходите к Д24

Д22. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь и переходите к п. 11.

Д23. Обратите внимание на меньший катет, вернитесь к п. 9.

Д24. Вероятно, Вы не учли обозначения, переходите к п. 9.

10. Вспомните ответ на п. 3 и запишите формулу площади прямоугольного треугольника, учитывая введенные обозначения:

А.  $168 = 12x \cdot 7x$  переходите к Д25

Б.  $168 = \frac{1}{2}12x \cdot 7x$  переходите к Д26

В.  $168 = \frac{1}{2}12 \cdot 7x$  переходите к Д27

Д25. Вы не учли формулу, вернитесь к п. 10.

Д26. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь и переходите к п. 11.

Д27. Обозначения не учтены, вернитесь к п. 10.

11. Ответ к задаче таков:

А. 4 см переходите к Д28

Б. 24 см переходите к Д29

- В. 14 см переходите к Д29  
 Г. 14 см и 24 см переходите к Д30  
 Д28. Вы нашли лишь часть катета, переходите к п. 11.  
 Д29. Вы нашли только один катет, вернитесь к п. 11.  
 Д30. Ответ правильный, запишите ответ в тетрадь.

*Задача 481.* Найдите площадь прямоугольной трапеции, у которой две меньшие стороны равны 6 см, а больший угол равен  $135^\circ$ .

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Для определения площади трапеции
  - А. Воспользуетесь формулой для нахождения площади трапеции переходите к Д1
  - Б. Найдете, какие стороны трапеции являются меньшими переходите к Д2
  - В. Найдете, между какими сторонами трапеции угол является наибольшим переходите к Д3
    - Д1. Подумайте, сможете ли Вы сразу воспользоваться формулой, вернитесь к п. 1.
    - Д2. Такой путь возможен, переходите к п. 2.
    - Д3. Такой путь возможен, переходите к п. 4.
2. Меньшими сторонами трапеции являются:
  - А. Основания трапеции переходите к Д4
  - Б. Две боковые стороны переходите к Д5
  - В. Меньшее основание и перпендикулярная ей боковая сторона переходите к Д6
  - Г. Меньшее основание и наклонная к его продолжению сторона переходите к Д7
    - Д4. Подумайте, могут ли быть равными основания трапеции, вернитесь к п. 2
    - Д5. Боковые стороны данной трапеции являются перпендикуляром и наклонной к нижнему основанию, но Вы изучали, что перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой прямой. Это противоречит условию задачи, переходите к п. 2.
    - Д6. Правильно, переходите к п. 3.
    - Д7. Если сравнить две боковые стороны данной трапеции, то меньшей из них будет другая сторона, т.е. перпендикулярная

основанию. Это обосновывается тем фактом, что перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой прямой, переходите к п. 2.

3. Большой угол трапеции лежит между:

А. Меньшим основанием и наклонной к ее продолжению стороной      переходите к Д8

Б. Большим основанием и наклонной к нему стороной      переходите к Д9

Д8. Такой путь возможен, переходите к п. 6.

Д9. Неверно, так как этот угол является острым (он не может быть тупым, так как сумма углов  $135^\circ$  и одностороннего с ним угла в трапеции равна  $180^\circ$ ), переходите к п. 3.

4. Большой угол трапеции лежит между:

А. Меньшим основанием и наклонной к ее продолжению стороной      переходите к Д10

Б. Большим основанием и наклонной к нему стороной      переходите к Д11

Д10. Такой путь возможен, переходите к п. 5.

Д11. Неверно, т. к. этот угол является острым (он не может быть тупым, т.к. сумма углов  $135^\circ$  и одностороннего с ним угла в трапеции равна  $180^\circ$ ), переходите к п. 4.

5. Меньшими сторонами трапеции являются:

А. Основания трапеции      переходите к Д12

Б. Две боковые стороны      переходите к Д13

В. Меньшее основание и перпендикулярная ей боковая сторона      переходите к Д14

Г. Меньшее основание и наклонная к его продолжению сторона      переходите к Д15

Д12. Подумайте, могут ли быть равными основания трапеции, вернитесь к п. 5.

Д13. Боковые стороны данной трапеции являются перпендикуляром и наклонной к нижнему основанию, переходите к п. 5.

Д14. Правильно, переходите к п. 6.

Д15. Сравните стороны и переходите к п. 5.

6. Пусть  $a$  – меньшее основание,  $b$  – большее основание трапеции, а  $h$  – ее высота, тогда формула для площади трапеции записывается:

A.  $S = (a + b) \cdot h$

переходите к

Д16

Б.  $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$

переходите к Д17

В.  $S = \frac{a + b}{2} \cdot h^2$

переходите к Д18

Д16. Неверно, вернитесь к п. 6.

Д17. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь, переходите к п. 7.

Д18. Неверно, переходите к п. 6.

7. Для определения площади Вам неизвестно:

A. Меньшее основание

переходите к Д19

Б. Большее основание

переходите к Д20

В. Высота

переходите к Д21

Д19. Вы только что определили меньшие стороны, одной из которых является меньшее основание, вернитесь к п. 7.

Д20. Правильно, переходите к п. 8.

Д21. Вспомните, чему равна высота в прямоугольной трапеции и результаты предыдущих пунктов, вернитесь к п. 7.

8. Для нахождения большего основания  $b$  нужно:

A. Провести диагональ из вершины тупого угла

переходите к Д22

Б. Опустить высоту из вершины тупого угла

переходите к Д23

В. Провести диагональ из вершины острого угла

переходите к Д24

Д22. Такой путь возможен, но приводит к длинному решению, вернитесь к п. 8.

Д23. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 9.

Д24. Подумайте, что Вам даст эта информация, вернитесь к п. 8.

9. Вы получили прямоугольный треугольник, который:

A. Содержит острый угол  $30^\circ$

переходите к Д25

Б. Содержит острый угол  $60^\circ$

переходите к Д25

В. Содержит острый угол  $45^\circ$

переходите к Д26



Д25. Подумайте, вспомните свойства углов и переходите к п. 9.

Д26. Верно, переходите к п. 10.

10. Данный треугольник:

А. Является прямоугольным равнобедренным с неизвестными катетами      переходите к Д27

Б. Является прямоугольным равнобедренным с неизвестным катетом и катетом, равным 6 см      переходите к Д27

В. Является прямоугольным равнобедренным с катетами равными по 6 см      переходите к Д28

Д27. Вспомните свойства прямоугольного треугольника, один из углов которого  $45^\circ$ , вернитесь к п. 10.

Д28. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 11

11. Большее основание  $b$  трапеции равно:

А.  $b = 6$  см      переходите к Д29

Б.  $b = 9$  см      переходите к Д30

В.  $b = 12$  см      переходите к Д31

Д29. Подумайте, Вы нашли меньшее основание, вернитесь к п. 11.

Д30. Вспомните свойство равнобедренного треугольника и вернитесь к п. 11.

Д31. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь, переходите к п. 12.

12. Вспомните свой ответ на вопрос п. 6 и найдите ответ к задаче:

А.  $S = 54$  см<sup>2</sup>      переходите к Д32

Б.  $S = 108$  см<sup>2</sup>      переходите к Д33

В. Другой ответ      переходите к Д33

Д32. Ответ правильный, запишите ответ в тетрадь.

Д33. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 12.

**Задача 482.** Тупой угол равнобедренной трапеции равен  $135^\circ$ , а высота, проведенная из вершины этого угла, делит большее основание на отрезки 1,4 см и 3,4 см. Найдите площадь трапеции.

Для решения задачи выполните пункты в заданной последовательности, начиная с п. 1 и выбирая в каждом из них один из предлагаемых в нем ответов.

1. Каков острый угол, лежащий против высоты в треугольнике, образованном боковой стороной трапеции и ее высотой, опущенной из вершины данного тупого угла:

- А.  $30^\circ$  переходите к Д1
- Б.  $45^\circ$  переходите к Д2
- В.  $60^\circ$  переходите к Д1

Д1. Подумайте и найдите разность углов  $180^\circ$  и  $135^\circ$ , переходите к п. 1

Д2. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь, переходите к п. 2.

2. Какого вида этот треугольник:

- А. Прямоугольный переходите к Д3
- Б. Равнобедренный переходите к Д4
- В. Прямоугольный и равнобедренный переходите к Д5

Д3. Верно, но вспомните еще и свойство равнобедренного треугольника, чтобы определить второй его угол, вернитесь к п. 2.

Д4. Верно, но рассмотрите еще и углы в данном треугольнике, вернитесь к п. 2.

Д5. Правильно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 3.

3. Для определения площади трапеции необходимо:

- А. Найти высоту переходите к Д6
- Б. Определить меньшее основание переходите к Д7
- В. Выполнить дополнительное построение переходите к Д8

Д6. Такой путь возможен, переходите к п. 4.

Д7. Подумайте, достаточно ли у Вас данных, переходите к п. 3.

Д8. Такой путь возможен, переходите к п. 9.

4. Чему равна высота  $h$  трапеции:

- А.  $h = 1,4$  см переходите к Д9
- Б.  $h = 3,4$  см переходите к Д10
- В. Другой ответ переходите к Д10

Д9. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 5.

Д10. Обратите внимание на вид этого треугольника, вернитесь к п. 4.

5. Для определения меньшего основания  $a$ :

А. Проведете высоту из второго тупого угла на нижнее основание переходите к Д11

Б. Проведете высоту из второго острого угла на продолжение верхнего основания переходите к Д12

Д11. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 6.

Д12. Подумайте, сможете ли Вы сразу найти меньшее основание вернитесь к п. 5.

6. Прямоугольные треугольники трапеции, образованные боковыми сторонами и высотой:

А. Равны по двум катетам переходите к Д13

Б. Равны по гипотенузе и острому углу переходите к Д14

В. Равны по гипотенузе и катету переходите к Д14

Г. Не равны переходите к Д15

Д13. У нас нет информации о втором катете, переходите к п. 6.

Д14. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 7.

Д15. Неверно, переходите к п. 6.

7. Чему равно меньшее основание  $a$  трапеции?

А.  $a = 4,8$  см переходите к Д16

Б.  $a = 3,4$  см переходите к Д16

В.  $a = 2$  см переходите к Д17

Д16. Учтите результат предыдущего пункта и вернитесь к п. 7.

Д17. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь, переходите к п. 8.

8. Площадь трапеции  $S$  равна:

А.  $S = (a + b) \cdot h$  переходите к Д18

Б.  $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$  переходите к Д19

В.  $S = h \cdot b$  переходите к Д20

Д18. Неверно, вернитесь к п. 8.

- Д19. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь, переходите к п. 12.
- Д20. Вспомните формулу нахождения площади трапеции, вернитесь к п. 8.
9. Какое дополнительное построение Вы выполните:
- А. Проведете высоту из второго тупого угла на большее основание переходите к Д21
- Б. Проведете высоту из второго острого угла на продолжение меньшего основания переходите к Д22
- Д21. Подумайте, какую информацию из этого можно извлечь вернитесь к п. 7.
- Д22. Такой путь возможен, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 10.
10. Опираясь на полученный чертеж, выберите верное утверждение:
- А. Прямоугольные треугольники равны по двум катетам переходите к Д23
- Б. Прямоугольные треугольники равны по гипотенузе и острому углу переходите к Д24
- В. Прямоугольные треугольники равны по гипотенузе и катету переходите к Д25
- Г. Прямоугольные треугольники не равны переходите к Д26
- Д23. У нас нет информации о втором катете, переходите к п. 10.
- Д24. Если учесть, что в равнобедренной трапеции углы при основании равны, то да, переходите к п. 11.
- Д25. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 11.
- Д26. Неверно, переходите к п. 10.
11. Выберите верное утверждение
- А. Площади полученного прямоугольника и данной трапеции равны переходите к Д27
- Б. Площади полученного прямоугольника больше площади данной трапеции переходите к Д28
- В. Площади полученного прямоугольника меньше площади данной трапеции переходите к Д28
- Д27. Верно, запишите ответ в тетрадь и переходите к п. 12.
- Д28. Подумайте и сравните площади полученных треугольников, переходите к п. 11.

12. Площадь трапеции Вы найдете так:

А.  $S = 3,4 \cdot 1,4$  переходите к Д29

Б.  $S = 4,8 \cdot 1,4$  переходите к Д30

В. Другой ответ переходите к Д30

Д29. Верно, запишите ответ на вопрос пункта в тетрадь, переходите к п. 13.

Д30. Подумайте, верно ли Вы воспользовались формулой переходите к п. 12.

13. Ответ к задаче таков:

А.  $S = 4,76 \text{ см}^2$  переходите к Д31

Б. Другой ответ переходите к Д32

Д31. Ответ правильный, запишите ответ в тетрадь.

Д32. Проверьте вычисления, вернитесь к п. 13.

Для заметок

Для заметок

Для заметок



*Научное издание*

Сеногноева Наталия Анатольевна

**ТЕСТЫ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ  
В ПРОЦЕССЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМ**

Авторская монография  
Чебоксары, 2017 г.

Редактор *Т.В. Яковлева*  
Компьютерная верстка и правка *С.Ю. Семенова*  
Дизайн обложки *Н.В. Фирсова*

Подписано в печать 23.08.2017 г.  
Дата выхода издания в свет 04.09.2017 г.  
Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 13,95. Заказ К-251. Тираж 500 экз.  
Центр научного сотрудничества «Интерактив плюс»  
428005, Чебоксары, Гражданская, 75  
8 800 775 09 02  
[info@interactive-plus.ru](mailto:info@interactive-plus.ru)  
[www.interactive-plus.ru](http://www.interactive-plus.ru)

Отпечатано в Студии печати «Максимум»  
428005, Чебоксары, Гражданская, 75  
+7 (8352) 655-047  
[info@maksimum21.ru](mailto:info@maksimum21.ru)  
[www.maksimum21.ru](http://www.maksimum21.ru)